

Фурье по многочленам П. Л. Чебышёва первого рода функций  $f(z) \in \mathbb{C}[-1, 1]$  [4, с. 353; 5, с. 56, (21); 12, с. 32, пример 3]. Эти два случая являются крайними в следующем смысле. Из результата М. Заманского [3, с. 170, теорема 2] для тригонометрических рядов Фурье следует, что [13, с. 89, теорема 1] класс насыщения средних Зигмунда  $Z'_N f(z)$  в пространстве  $\mathbb{A}(|z| \leq 1)$  описывается в терминах обычных производных функции  $f(z)$ , а в пространстве  $\mathbb{C}[-1, 1]$  [13, с. 91—92, теорема 2] в зависимости от чётности или нечётности натурального порядка  $r$  в терминах обычных производных функции  $f(z)$  или чебышёвски сопряжённой к ней функции  $[f(\cos x)] \sim \Big|_{x=\arccos z}$ .

Результат для  $\mathbb{A}(|z| \leq 1)$  в теореме 1 обобщён на замкнутые жордановы области с кратно-гладкой границей Келлога—Варшавского  $\Gamma_{r,\beta}$ . Рассмотрение в теореме 2 более широкого класса замкнутых жордановых области с гладкой границей С. Я. Альпера  $\Gamma_{\text{Alper}} \supset \Gamma_{r,\beta}$  потребовало введения понятия производной Фабера.

#### Список цитируемых источников

1. Эдвардс, Р. Ряды Фурье в современном изложении : в 2 т. / Р. Эдвардс. — М. : Мир, 1985. — Т. 1. — 264 с.
2. Эдвардс, Р. Ряды Фурье в современном изложении : в 2 т. / Р. Эдвардс. — М. : Мир, 1985. — Т. 2. — 400 с.
3. Zamansky, M. Classes de saturation des procédés de sommation des séries de Fourier et applications aux séries trigonométriques // M. Zamansky // Annales scientifiques de l'École normale supérieure. 3 série. — 1950. — Т. 67, № 2. — P. 161—198.
4. Дзядык, В. К. Введение в теорию равномерного приближения функций полиномами / В. К. Дзядык. — М. : Наука, 1977. — 512 с.
5. Суетин, П. К. Ряды по многочленам Фабера / П. К. Суетин. — М. : Наука, 1984. — 336 с.
6. Гайер, Д. Лекции по теории аппроксимации в комплексной области / Д. Гайер. — М. : Мир, 1986. — 216 с.
7. Pommerenke, Ch. Boundary Behaviour of Conformal Maps / Ch. Pommerenke. — Berlin; Heidelberg : Springer, 1992. — IX+300 pp. — (Grundlehren der mathematischen Wissenschaften, 299).
8. Бруй, И. Н. Асимптотический вид некоторых обобщённых средних ряда Фабера для областей с гладкой границей / И. Н. Бруй, А. К. Покало ; Ред. ж. «Изв. АН БССР. Сер. физ.-мат. н.». — Минск, 1974. — 11 с. — Деп. в ВИНТИ АН СССР 26.11.1974, № 3030-74 Деп.
9. Бруй, И. Н. Приближение одного класса регулярных функций обобщёнными средними их рядов по полиномам Фабера / И. Н. Бруй // Весці Акадэміі навук Беларускай ССР. Сер. фіз.-мат. навук. — 1974. — № 5. — С. 45—49.
10. Bruj, I. Best Approximation and Saturation on Domains Bounded by Curves of Bounded Rotation / I. Bruj, G. Schmieder // Journal of Approximation Theory. — 1999. — Vol. 100, № 1. — P. 157—182.
11. Бруй, И. Н. О классе насыщения средних Зигмунда рядов по многочленам Фабера / И. Н. Бруй // Весн. Гродзен. дзярж. ўн-та імя Янкі Купалы. Сер.2. Матэматыка. Фізіка. Інфарматыка, вылічальная тэхніка і кіраванне. — 2018. — Т. 8, № 2. — С. 6—18.
12. Farag, M. Approximation of Analytic Functions by Faber Polynomials, the Grunsky Matrix, and a Univalence Criterion / M. Farag. — Stockholm : KTH Royal Institute of Technology, 2022. — 42 p.
13. Бруй, И. Н. Структурные характеристики класса насыщения средних Зигмунда рядов по многочленам Фабера / И. Н. Бруй // Техника и технологии: инновации и качество : материалы IV Междунар. науч.-практ. конф., Барановичи, 19 декабря 2017 г. / редкол.: В. В. Климук (гл. ред.), Ю. Е. Горбач (отв. ред.), О. И. Наранович [и др.]. — Барановичи : БарГУ, 2018. — С. 85—104.

УДК 531.19:577.22

В. С. Гришина, Я. Г. Грода

Учреждение образования «Белорусский государственный технологический университет», Минск, Республика Беларусь

## МОДЕЛИ И ОСНОВНЫЕ СОСТОЯНИЯ СИСТЕМ С SRLA ВЗАИМОДЕЙСТВИЕМ

**Введение.** В последнее время возрос интерес к системам HCSS-частиц (hard core soft shell), т.е. частиц, состоящих из недеформируемого неорганического ядра, заключенного в мягкую полимерную оболочку. Эти частицы способны самостоятельно собираться в упорядоченные структуры на границах раздела жидкость — жидкость [1]. В работе [2] рассмотрена система с отталкиванием ближайших и притяжением третьих соседей описывающая процесс самосборки HCSS-частиц, где было отмечено качественное соответствие полученных результатов с экспериментальными данными. Двумерный вариант системы с SRLA (Short-range Repulsion Long-range Attraction) взаимодействием первых и третьих соседей представлен в работе [3]. Целью данного исследования является изучение структурных характеристик систем частиц с SRLA-взаимодействием на плоской треугольной решетке: с отталкиванием ближайших и притяжением вторых (модель 1), третьих (модель 2), пятых (модель 3) соседей.

**Модели системы частиц с SRLA взаимодействием.** Все рассматриваемые модели представляют собой решеточный флюид, состоящий из  $N$  частиц на треугольной решетке и содержащий  $M$  решеточных узлов. Частицы, занимающие ближайшие решеточные узлы и узлы, являющиеся соседями второго, третьего или пятого порядка, взаимодействуют друг с другом. На рисунке 1 показана схема расположения соседей на плоской треугольной решетке.

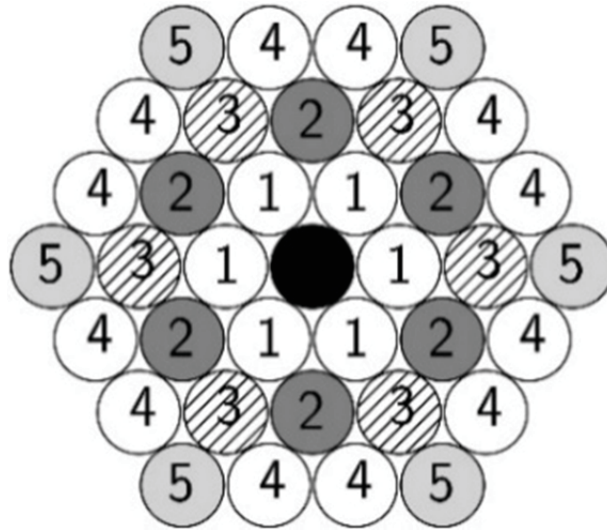


Рисунок 1 — Схема расположения соседей на треугольной решетке

Гамильтониан исследуемой системы имеет следующий вид:

$$H = \frac{1}{2} \sum_k \sum_{k_i} \sum_{i=1}^{z_k} J_k n_i n_{k_i} - \mu \sum_{i=1}^M n_i, \quad (1)$$

где  $J_k$  — потенциал взаимодействия  $k$ -х соседей,  $J_k = J_r(J_{repulsion})$  или  $J_k = -J_a(J_{attraction})$ ,  $i$  — узел решетки,  $k$  — номер координационной сферы,  $z_k$  — координационное число,  $n_i$  — число заполнения  $i$ -го узла решетки ( $n_i = 1$  или  $0$  для заполненного или вакантного узла, соответственно),  $n_{k_i}$  — число заполнения узла на  $k$ -й координационной сфере узла  $i$ ,  $\mu$  — химический потенциал.

Для подсчета количества связей между соседями в решеточном флюиде существует два основных метода. В первом из них вычисляется количество связей на одну частицу, и полученный результат умножается на концентрацию частиц в системе. Во втором методе определяется число всех связей для частиц в выбранной элементарной ячейке. В дальнейшем первый метод будем использоваться для моделей 1 и 2 из-за более простого характера взаимодействия частиц, второй — для модели 3.

**Основные состояния систем с SRLA взаимодействием.** Для определения основных состояний системы (при температуре близкой к нулю) формула (1) может быть записана в безразмерном виде  $H^* = H/J_a$ , где  $J_a > 0$  — интенсивность притяжения вторых, третьих или пятых соседей (в зависимости от модели). Аналогичным образом может быть выполнено обезразмеривание и интенсивности взаимодействия первых соседей  $J^* = J_1/J_a$ . Для удобства дальнейших рассуждений в рассмотрение может быть введена энергия системы в расчете на один решеточный узел  $\omega^* = H^*/M$ .

Проведенные исследования показали, что для моделей 1 и 3 при увеличении значения химического потенциала состояния системы изменяются последовательно от вакуумного ( $c = 0$  — отсутствие частиц) для  $\mu^* < -3$  до упорядоченных с решеточной концентрацией  $c = 1/3$  при  $-3 < \mu^* < -3 + 3J^*$ ,  $c = 2/3$  при  $-3 + 3J^* < \mu^* < -3 + 6J^*$ ,  $c = 1$  (плотное состояние) при  $\mu^* > -3 + 6J^*$ .

Хотя обе данные модели описываются одинаковыми уравнениями, однако для модели 3 на линии сосуществования фаз могут образовываться дополнительные структуры с промежуточными концентрациями. Например, для линии  $\mu^* = -3J^*$ , которая получена из сопоставления уравнений для энергий системы  $\omega_0^* = 0$  и  $\omega_{1/3}^* = (0 - 3J^* - \mu^*) \times (1/3)$  при одном значении  $\mu^*$  стабильны четыре фазы с концентрациями 0 (вакуум),  $1/9$ ,  $2/9$ ,  $3/9$ . Аналогично и для оставшихся двух линий сосуществования фаз. Области существования в системе различных упорядоченных фаз для моделей 1 и 3 представлены на рисунке 2.

Для модели 2 при увеличении значения химического потенциала состояния системы изменяются от вакуумного, для  $\mu^* < -3$ , до упорядоченных с решеточной концентрацией  $c = 1/4$  при  $-3 < \mu^* < -3 + 2J^*$ ,  $c = 1/2$  при  $-3 + 2J^* < \mu^* < -3 + 4J^*$ ,  $c = 3/4$  при  $-3 + 4J^* < \mu^* < -3 + 6J^*$ ,  $c = 1$  при  $\mu^* > -3 + 6J^*$ . Области существования в системе различных упорядоченных фаз для модели 2 представлены на рисунке 3.

В отличие от модели 3, в модели 2 на линии сосуществования фаз дополнительные структуры с промежуточными концентрациями не образуются из-за взаимодействия более близких соседей.

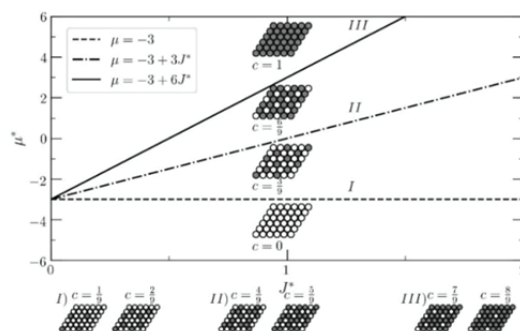


Рисунок 2 — Области существования упорядоченных фаз в основном энергетическом состоянии модели 1 и 3

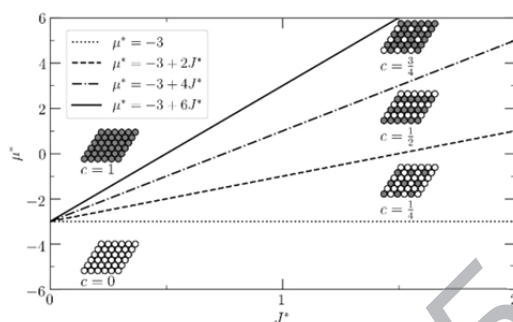


Рисунок 3 — Области существования упорядоченных фаз в основном энергетическом состоянии модели 2

**Заключение.** Таким образом можно сделать вывод, что решеточная модель частиц с SRLA-взаимодействиями на плоской треугольной решетке может описывать образование упорядоченных структур. В рассмотренных моделях 1 и 3 такие упорядоченные структуры образуются вблизи концентраций  $1/3$ ,  $2/3$ , а для модели 2 вблизи концентраций  $1/4$ ,  $1/2$ ,  $3/4$ .

Полученные данные могут быть использованы для создания новых наноструктурированных материалов, свойствами которых можно управлять как термодинамическими условиями, так и специальным подбором межчастичных взаимодействий.

#### Список цитируемых источников

1. Rauh, A. Compression of hard core — soft shell nanoparticles at liquid-liquid interfaces: influence of the shell thickness / A. Rauh [etc.] // *Soft Matter* — 2017. — Vol. 13, № 1. — P. 158—169.
2. Ciach, A. Exactly solvable model for self-assembly of hard core-soft shell particles at interfaces / A. Ciach, J. Pekalski // *Soft Matter* — 2017. — Vol. 13, № 14. — P. 2603—2608.
3. Грода, Я. Г. Фазовая диаграмма решеточного флюида с SRLA-потенциалом на плоской треугольной решетке / Я. Г. Грода [и др.] // *Журнал Бел. гос. ун-та. Физика*. — 2019. — № 3. — С. 81—91.

УДК 537:520.88

Е. А. Искандарян, А. С. Иванова, Т. С. Петлицкая

Учреждение образования «Барановичский государственный университет», Барановичи, Республика Беларусь

### ВАРИАТИВНЫЙ ПОДХОД К РЕШЕНИЮ ЗАДАЧИ ПО ФИЗИКЕ С ПРИМЕНЕНИЕМ ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ

**Введение.** С каждой новой изученной темой по физике, сложность многократно увеличивается. Но помимо теории, которую нужно изучить, есть еще и задачи, решение которых требует глубоких знаний в области вычислительной математики. Сложность решения этих задач обусловлена достаточно тяжелыми вычислениями. Значений много, решение долгое. И даже малейшая ошибка может привести к повторному решению задачи. В данной статье мы рассмотрели компьютерные возможности решения задачи из электротехники, в частности MathCad, Excel и Electronic Workbench — набор профессионального программного обеспечения, предназначенного для моделирования электронных схем цифрового и аналогового форматов, чтобы понять, смогут ли они облегчить нам жизнь.

© Искандарян Е. А., Иванова А. С., Петлицкая Т. С., 2023