УДК 621.321.1

Н. И. Листопад, профессор (БГУиР); А. А. Матрук, аспирант (БГУиР)

# МОДЕЛИ ОПТИМАЛЬНОЙ МАРШРУТИЗАЦИИ В КОМПЬЮТЕРНЫХ СЕТЯХ

Constraint-based routing is an invaluable part of a full-fledged Quality of Service architecture (QoS). QoS routing with multiply additive constrains is known to be *NP*-complete problem. Hence, accurate constrain-based routing algorithms with fast running time are scarce, perhaps even non-existing. Quality of Service Routing Models based on *LP*-problem approaches are presented.

Постоянный спрос на использование мультимедийных приложений в Интернет привел к необходимости изучения того, как удовлетворить требования к качеству обслуживания (QoS) этих приложений, например, требования к ширине полосы пропускания, задержке передачи пакетов, дрожанию (джиттеру) сигнала, уровню потери пакетов, а также уровню надежности. В результате исследований появились архитектуры, основанные на QoS, такие, как архитектура интегрированных услуг (Intserv), архитектура дифференцированных услуг (Diffserv), а также многопротокольная коммутация меток (Multi-Protocol Label Switching, MPLS) [1–6]. Одной из главных проблем обеспечения гарантированного качества услуг является определение маршрутов, которые удовлетворяли бы QoS требованиям.

Обеспечение QoS маршрутизацией с множеством аддитивных ограничений является NP-трудной задачей [6]. Точных алгоритмов расчета оптимальных маршрутов с малым временем реализации очень мало. Некоторые авторы считают, что их вообще не существует [6].

Вообще маршрутизация включает в себя две основные составляющие, а именно: протокол и алгоритм маршрутизации [6].

Протокол маршрутизации имеет дело с динамикой процесса маршрутизации: сбор информации о состоянии сети и доступных сетевых ресурсов и распространение этой информации через сеть. Алгоритм маршрутизации использует данную информацию для вычисления маршрутов, которые оптимизируют критерий и/или удовлетворяют требованиям. В данной работе авторами рассматриваются лишь те аспекты, которые связаны с построением алгоритмов маршрутизации.

Общую задачу маршрутизации информационных потоков можно сформулировать как определение пропускных способностей всех каналов связи, при которых минимизируется стоимость сети, обеспечивающая передачу потоков по всем требованиям при заданном уровне качества обслуживания [7, 8].

Рассмотрим, как можно обеспечить прежде всего уровень качества обслуживания. В [6] рассмотрены две возможные задачи.

Обозначим через $G(N, E)$ топологию сети, где $N$ является совокупностью узлов (вершин), а $E$ – совокупностью каналов. Будем также использовать $N$ и $E$ для обозначения количества узлов и количества каналов соответственно. Количество QoS-мер (например, задержка, вероятность потерь пакетов) обозначим через $m$. Каждый канал характеризуется $m$-мерным вектором веса канала, состоящим из $m$ неотрицательных QoS весов $(w_i(u, v), I = 1, \ldots, m, (u, v) \in E$.

Для аддитивных QoS параметров вес пути $P = n_1 \rightarrow n_2 \rightarrow \ldots \rightarrow n_{h+1}$, состоящего из $h$ узлов (каналов), равен вектор-сумме весов составляющих его каналов [6]:

$$\vec{w}(P) = \sum_{j=1}^{h} \vec{w}(n_j, n_{j+1}). \qquad (1)$$

*Определение 1.* Задача выбора маршрута (пути) с мультиограничениями. Рассмотрим сеть $G = (V, E)$. Каждый канал $(u, v) \in E$ определяется посредством соответствующего весового вектора с компонентами $m$ аддитивных QoS канальных весов $w_i(u, v) \geq 0$ для всех $1 \leq i \leq m$. Имеются $m$ ограничений $L_i$, где $1 \leq i \leq m$ и задача состоит в том, чтобы найти путь $P$ от некоторого источника $s$ до конечного узла $t$ так, чтобы

$$w_i(u, v) \overset{def}{=} \sum_{(u,v)\in P} w_i(u, v) \leq L_i \text{ для всех } 1 \leq i \leq m. \qquad (2)$$

Задачу можно несколько усложнить, выбрав из всех путей наиболее короткий.

*Определение 2.* Задача выбора оптимального маршрута (пути) с мультиограничениями. Рассмотрим сеть $G = (V, E)$. Каждый канал $(u, v) \in E$ определяется посредством соответствующего весового вектора с компонентами $m$ аддитивных QoS канальных весов $w_i(u, v) \geq 0$ для всех $1 \leq i \leq m$. Имеются $m$ ограничений $L_i$, где $1 \leq i \leq m$ и задача состоит в том, чтобы найти путь $P$ от некоторого источника $s$ до конечного узла $t$ так, чтобы выполнялось равенство (2), и дополнительно, минимизировать некоторый критерий длины так, чтобы $l(P) \leq l(P')$ для всех путей $P'$ и $P$ между $s$ и $t$ выполнялось неравенство (2):

$$l(P') = \min(l(P)), \qquad (3)$$

где $l(P')$ – наименьшая длина пути между $s$ и $t$.

Однако выбранный на основании неравенств (1)–(2) путь невсегда будет оптимальным с точки зрения соотношения обеспечения заданных пропускных способностей каналов связи к стоимости передачи единицы потока информации.

Введем понятие стоимости передачи единицы потока по пути $P \in P(0;\ s,\ t)$ для требования $(s, t)$ как $K(s,\ t; P) = \sum\limits_{e \in P} K(s,t;e)$,
где $K(s, t; e)$ – стоимость передачи по дуге $e$ единицы информации по требованию $(s, t)$ (стоимость передачи может не зависеть от типа требования $(s, t)$).

Задача выбора оптимального пути для дискретных пропускных способностей $y(e)$ может быть представлена в виде следующей модели:

$$\sum_{(s,t) \in D} \sum_{P \in P(0,s,t): e \in P} K(s,t;e) f(0;s,t;P) \to \min . \quad (4)$$

$$y(e) = \sum_{t=0}^{t(e)} c_t(e) x_t(e) , \ \forall e \in E,$$

$$1 = x_0(e) \geq x_1(e) \geq \ldots \geq x_{t(e)}(e) \geq 0 ,$$

$$x_t(e) \in \{0,1\}, \ t = \overline{1, t(e)}, \ \forall e \in E,$$

для синхронных линий передачи информации

$$\sum_{(s,t) \in D} \sum_{P \in P(0;s,t): e \in P} f(0; s, t; P) \leq y(e) , \ \forall e \in E ;$$

где $D$ – множество (граф) требований по выбору того или иного маршрута; $f(0;\ s,\ t;\ P)$ – величина потока от $s$ к $t$ вдоль пути $P$;
для асинхронных

$$\sum_{(s,t) \in D} \sum_{P \in P(0;s,t): e \in P} f(0; s, t; P) \leq y(e), \ \ \forall e \in E^+ \ –$$

для прямых дуг;

$$\sum_{(s,t) \in D} \sum_{P \in P(0;s,t): e \in P} f(0; s, t; P) \leq y(e), \ \ \forall e \in E^- \ –$$

для обратных дуг;

$$\sum_{P \in P(0;s,t;)} f(0; s, t; P) = d(s,t) \ \text{для всех} \ (s, t) \in D$$

$$f(0; s, t; P) \geq 0 \quad \text{для всех} \quad (s, t) \in D \quad \text{и} \quad P \in P(0; s, t) ,$$

где $d(s, t)$ – величина требуемого потока информации.

*Обоснование выбора модели.* Известно, что всегда существует разложение потока $f(s,\ t;\ e)$ в виде потоков по путям (теорема о декомпозиции [9]) так, что

$$f(s, t; e) = \sum_{P \in P(0;s,t): e \in P} f(0; s, t; P).$$

Заменяем по всем ограничениям потоковые переменные по дугам на потоковые переменные по путям. В итоге получаем новую и более простую формулировку задачи о маршрутизации информационных потоков:

$$\sum_{(s,t) \in D} \sum_{P \in P(0,s,t): e \in P} K(s, t; e) f(0; s, t; P) \to \min \quad (6)$$

при ограничениях на потоковые переменные по путям

$$\sum_{(s,t) \in D} \sum_{P \in P(0;s,t): e \in P} f(0; s, t; P) \leq y(e) , \ \forall e \in E$$

выражают тот факт, что суммарный поток по каждому ребру $e \in E$ не может превосходить его пропускной способности $y(e)$;
для асинхронных коммуникаций ограничения необходимо продублировать, т. е. выписать для прямых дуг:

$$\sum_{(s,t) \in D} \sum_{P \in P(0;s,t): e \in P} f(0; s, t; P) \leq y(e), \ \ \forall e \in E^+$$

и для обратных дуг:

$$\sum_{(s,t) \in D} \sum_{P \in P(0;s,t): e \in P} f(0; s, t; P) \leq y(e), \ \ \forall e \in E^- ;$$

ограничения на величину потока требований

$$\sum_{P \in P(0;s,t)} f(0; s, t; P) = d(s, t) \ \text{для всех} \ (s, t) \in D$$

означают, что гарантируется маршрутизация требуемого потока $d(s, t)$ информации между узлами $s$ и $t$.

Требование, чтобы потоковые переменные были положительными (неотрицательными) может быть записано следующим образом:

$$f(0;s,t;P) \geq 0 \quad \text{для всех} \quad (s, t) \in D \quad \text{и} \quad P \in P(0; s, t) .$$

Комбинируя ограничения на пропускные способности с потоковыми ограничениями, мы получим модель проектирования сети для дискретных пропускных способностей в форме «потоки – пути» в виде выражения (4).

Задача обеспечения оптимальной маршрутизации для кратных пропускных способностей $y(e)$ может быть представлена в виде следующей модели:

$$\sum_{(s,t) \in D} \sum_{P \in P(0;s,t): e \in P} K(s, t; e) f(0; s, t, P) \to \min \ . \quad (7)$$

$$y(e) = C_0(e) + \sum_{\tau \in T(e)} C_\tau(e) x_\tau(e)$$

$0 \leq x_\tau(e) \leq u_\tau(e)$, $x_\tau(e)$ – целые для всех $e \in E$ и всех $\tau \in T(e)$,

где $T(e)$ – множество технологий, обеспечивающих передачу необходимого трафика;

для синхронных линий:

$$\sum_{(s,t)\in D}\ \sum_{P\in P(0;s,t):e\in P} f(0;s,t;P)\le y(e),\ \forall e\in E;$$

для асинхронных:

$$\sum_{(s,t)\in D}\ \sum_{P\in P(0;s,t):e\in P} f(0;s,t;P)\le y(e),\ \forall e\in E^{+}\ -$$

для прямых дуг;

$$\sum_{(s,t)\in D}\ \sum_{P\in P(0;s,t):e} f(0;st;P)\le y(e),\ \forall e\in E^{-}\ -\text{для}$$

обратных дуг;

$$\sum_{P\in P(0;s,t)} f(0;s,t;P)=d(s,t)\ \text{для всех}\ (s,t)\in D$$

$f(0;s,t;P)\ge 0$ для всех $(s,t)\in D$ и $P\in P(0;s,t)$.

Обоснование выбора данной модели аналогично предыдущей.

Целевая функция в (4) и (7) может иметь более сложный вид: включать не только стоимость передачи данных, но и строительство или модернизацию отдельных линий:

$$\sum_{(s,t)\in D}\ \sum_{P\in P(0;s,t):e\in P} K(s,t;e)f(0;s,t;P)+ +\sum_{e\in E}K(e)y(e)\longrightarrow \min. \tag{8}$$

Нетрудно заметить, что задача маршрутизации, сформулированная через потоковые переменные по путям, имеет достаточно простую структуру ограничений. Для каждого ребра $e\in E$ существует единственное ограничение на суммарную величину потоков по ребру – она ограничена его пропускной способностью. Для каждого требования $(s, t)$ существует одно ограничение, выполнение которого гарантирует, что величина потока из источника $s$ в сток $t$ будет равна $d(s, t)$.

Главная особенность данных моделей – полиномиальное число ограничений и экспоненциальное число неизвестных. Для решения релаксационной задачи линейного программирования для данных типов моделей эффективен симплекс-метод с процедурой генерации столбцов.

Таким образом, разработаны модели оптимальной маршрутизации информационных потоков, которые обеспечивают заданное качество обслуживания QoS при самом коротком маршруте передачи пакетов и при этом стоимость передачи единицы информации является минимальной для дискретных и кратных пропускных способностей каналов связи.

## Литература


1. Копачев А. Г. Обзор методов и технологий по обеспечению качества предоставляемых услуг в компьютерных сетях передачи данных // Информатизация образования. – № 4. – 2004. – С. 59–70.

2. Матрук А. А. Качество обслуживания в компьютерных сетях // Информатизация образования. – № 3. – 2005. – С. 81–83.

3. Stoica I., Zhang H. LIRA: A model for service differentiation in the Internet // In proc. of NOSSDAV'98. – London. UK, 1998.

4. Floyd S., Jacobson V. Link sharing and resource management models for packet networks // IEEE/ACM transactions on networking. – 1995. – Vol. 3, N 4. – P. 365–386.

5. Floyd S., Jacobson V. Random early detection gateways for congestion avoidance // IEEE/ACM transaction on networking. – 1993. – Vol. 1, N 4. – P. 397–413.

6. P. Van Mieghem, H. De Neve and F. A. Kuipers, «Hop-by-hop quality of service routing», Computer Networks. – Vol. 37, N 3–4. – P. 407–423, October 2001.

7. Листопад Н. И. Моделирование и оптимизация глобальных сетей. – Мн.: БГУ, 2000. – 156 с.

8. Листопад Н. И. Синтез оптимальных сетей // Доклады Национальной академии наук Беларуси. – 2000. – Т. 44, № 2. – С. 37–40.

9. Танаев В. С. Декомпозиция и агрегирование в задачах математического программирования. – Мн.: Наука, 1987. – 183 с.