

С.А. Голякевич, доц., канд. техн. наук;
Р.А. Карсюк, асп.;
В.Н. Лой, доц., канд. техн. наук
(БГТУ, г. Минск)

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ДИНАМИКИ МАНИПУЛЯТОРОВ КОМБИНИРОВАННОГО ТИПА ДЛЯ МНОГООПЕРАЦИОННЫХ ЛЕСОЗАГОТОВИТЕЛЬНЫХ МАШИН

Прогнозирование эффективности работы комплексов многооперационных лесозаготовительных машин тесно связано с получением широкого круга данных о их производительности, надежности, экономичности, безопасности и экологичности (далее эксплуатационные потребительские качества). Ввиду отсутствия на ранних этапах проектирования опытных образцов машин и невозможности проведения натуральных экспериментов с ними важным способом получения данных для прогнозирования эффективности машин и определения их рациональных параметров следует считать математическое моделирование.

Движение звеньев манипулятора многооперационной лесозаготовительной машины в пространстве описывается обобщенными координатами его отдельных звеньев (Рисунок 1):

φ_0 – вращательного движения в плоскости OXZ манипулятора массой M_0 и центральным моментом инерции J_0 ($\text{кг}\cdot\text{м}^2$) относительно оси его установки на шасси многооперационной лесозаготовительной машины в точке A_0 , рад;

φ_1 – вращательного движения в плоскости OXY стрелы с сосредоточенной массой m_1 (кг) и центральным моментом инерции J_{1c} ($\text{кг}\cdot\text{м}^2$) относительно колонны массой m_0 (кг) с центральным моментом инерции J_{0c} ($\text{кг}\cdot\text{м}^2$), рад;

φ_2 – вращательного движения в плоскости OXY рукояти и телескопического звена с сосредоточенными массами m_{21} (кг), m_{22} (кг) и центральными моментами инерции J_{21c} ($\text{кг}\cdot\text{м}^2$) и J_{22c} ($\text{кг}\cdot\text{м}^2$) соответственно, относительно стрелы, рад;

φ_3 – вращательного движения в плоскости OXY грейферного захвата и пачки сортиментов с общей сосредоточенной массой m_{30} (кг) и центральным моментом инерции J_{3c} ($\text{кг}\cdot\text{м}^2$) относительно вертикальной оси, рад;

x_1, x_2, x_3 – поступательного движения гидроцилиндров стрелы, рукояти и телескопического звена соответственно, м.

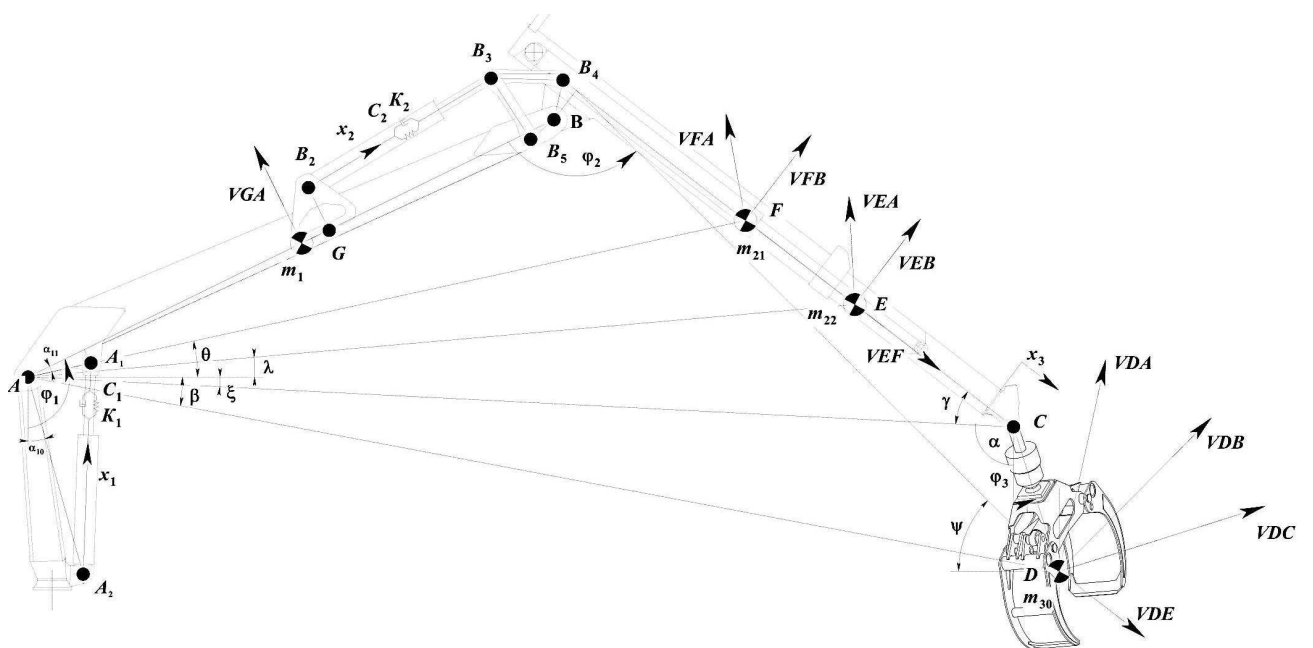


Рисунок 1 – Расчетная схема к математической модели шарнирно-рычажного манипулятора с телескопическим звеном

В модели учтены упругие и демпфирующие свойства отдельных звеньев манипулятора и его привода. Коэффициенты жесткости и демпфирования звеньев манипулятора имеют следующие обозначения:

$C_{СТР}$ – приведенный коэффициент жесткости металлоконструкции стрелы в направлении продольной оси гидроцилиндра ее подъема-опускания, Н/м,

$C_{РУК}$ – приведенный коэффициент жесткости металлоконструкции рукояти, телескопического звена в направлении продольной оси гидроцилиндра подъема-опускания рукояти, Н/м,

$C_{ТЕЛ}$ – приведенный коэффициент жесткости гидроцилиндра выдвижения телескопического звена, Н/м.

$K_{СТР}$ – приведенный коэффициент демпфирования металлоконструкции стрелы и гидроцилиндра ее подъема-опускания в направлении продольной оси его перемещения, Н/м,

$K_{РУК}$ – приведенный коэффициент демпфирования металлоконструкции рукояти и телескопического звена и гидроцилиндра их подъема-опускания в направлении продольной оси его перемещения, Н/м,

$K_{ТЕЛ}$ – приведенный коэффициент демпфирования гидроцилиндра выдвижения телескопического звена, Н/м.

Геометрическое положение звеньев манипулятора описано соответствующими величинами:

l_{AB} – расстояние между осями крепления стрелы к колонне и рукояти к стреле, м;

l_{AG} – расстояние между осью крепления стрелы к колонне и положением сосредоточенной массы m_1 , м;

l_{AA1} – расстояние между осями крепления стрелы к колонне и шарнира штока гидроцилиндра стрелы к стреле, м;

l_{AA2} – расстояние между осями крепления стрелы к колонне и шарнира корпуса гидроцилиндра стрелы к колонне, м;

l_{BC} – расстояние между осями крепления рукояти к стреле и грейферного захвата к телескопическому звену, м;

l_{B1B2} – расстояние между осью шарнира корпуса гидроцилиндра рукояти и отрезком, соединяющим оси крепления стрелы к колонне и рукояти к стреле, м;

l_{B2B3} – расстояние между осями шарниров корпуса гидроцилиндра рукояти и его штока, м;

l_{BB4} – расстояние между осями крепления к стреле рукояти и тяги №1 четырехзвенника, м;

l_{B3B4} – расстояние между осями крепления тяги №1 четырехзвенника к шарниру штока гидроцилиндра рукояти и к рукояти, м;

l_{B3B5} – расстояние между осями крепления тяги №2 четырехзвенника к шарниру штока гидроцилиндра рукояти и к стреле, м;

l_{BB5} – расстояние между осями крепления к стреле рукояти и тяги №2 четырехзвенника, м;

l_{BF} – расстояние между осями крепления рукояти к стреле положением центра тяжести рукояти, м;

l_{BE} – расстояние между осями крепления рукояти к стреле положением центра тяжести телескопического звена, м;

l_{CD} – расстояние между осью крепления грейферного захвата к телескопическому звену и положением сосредоточенной массы m_{30} , м;

Математическое описание кинематики манипулятора ввиду объемности в настоящей статье не приводим. В рамках данной статьи приведем лишь окончательные выражения кинетической T , потенциальной Π энергий и диссипативной функции Релея R :

$$\begin{aligned} \Pi = & m_1 g (l_{AG} - l_{AG} \cos \varphi_1) + m_2 g ((l_{AB} + l_{BF}) - (l_{AB} - l_{BF} \cos \varphi_2) \cos \varphi_1) + \\ & + m_3 g ((l_{AB} + l_{BE \max}) - (l_{AB} - l_{BE} \cos \varphi_2) \cos \varphi_1) + \\ & + m_4 g ((l_{AB} + l_{BE \max} + l_{CD}) - (l_{AB} - l_{BE} \cos \varphi_2 \cos \varphi_1) - l_{CD} \cos \varphi_3) + \end{aligned} \quad (1)$$

$$\begin{aligned} & + \frac{C_{\text{СТР}}}{2} \left(\sqrt{l_{A_1}^2 + l_{A_2}^2 - 2l_{A_1}l_{A_2} \cos(\varphi_1 - \alpha_{10} - \alpha_{11})} - l_{0\text{ГЦС}} - x_1 \right)^2 + \\ & + \frac{C_{\text{ПЫК}}}{2} \left(\sqrt{l_{B_2B_5}^2 + l_{B_3B_5}^2 - 2l_{B_2B_5}l_{B_3B_5} \cos(\beta_{350} - \beta_{251})} + l_{0\text{ПЫК}} - x_2 \right)^2 + \frac{C_{\text{ТЕЛ}}}{2} (x_3 - x_{30})^2; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} R = & \frac{K_{\text{СТР}}}{2} \left(\frac{l_{A_1}l_{A_2} \sin(\varphi_1 - \alpha_{11} - \alpha_{10})}{\sqrt{l_{A_1}^2 - 2\cos(\varphi_1 - \alpha_{11} - \alpha_{10})l_{A_1}l_{A_2} + l_{A_2}^2}} \varphi_1 + \varphi_1 \right)^2 + \\ & + \frac{K_{\text{ТЕЛ}}}{2} (\varphi_3 - \varphi_{30})^2 + \frac{K_{\text{ПЫК}}}{2} \times \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} & \times \left(\frac{d}{dt} \sqrt{l_{B_2B_5}^2 + l_{B_3B_5}^2 - 2l_{B_2B_5}l_{B_3B_5} \cos \left(\arccos \left(\frac{l_{B_3B_5}^2 + l_{B_0B_5}^2 - l_{B_0B_3}^2}{2l_{B_3B_5}l_{B_0B_5}} \right) - \arcsin \left(\frac{l_{B_1B_2}}{l_{B_2B_5}} \right) \right)} + l_{0\text{ПЫК}} - \varphi_2 \right)^2; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
T = & \frac{m_{21}}{2} \left(\left(\left(\sqrt{l_{AB}^2 + l_{BF}^2 - 2l_{AB}l_{BF} \cos(\varphi_2)} \right) \varphi_1 \times \right. \right. \\
& \left. \left. \times \cos \left(\arctg \frac{l_{AB} \sin \left(\varphi_1 - \frac{\pi}{2} \right) - l_{BF} \cos(\varphi_1 + \varphi_2 - \pi)}{l_{AB} \cos \left(\varphi_1 - \frac{\pi}{2} \right) + l_{BF} \sin(\varphi_1 + \varphi_2 - \pi)} \right) + l_{BF} \varphi_2 \cos \left(\frac{3\pi}{2} - \varphi_2 - \varphi_1 \right) \right)^2 + \right. \\
& \left. \left(-\sqrt{l_{AB}^2 + l_{BF}^2 - 2l_{AB}l_{BF} \cos(\varphi_2)} \varphi_1 \times \right. \right. \\
& \left. \left. + \sin \left(\arctg \frac{l_{AB} \sin \left(\varphi_1 - \frac{\pi}{2} \right) - l_{BF} \cos(\varphi_1 + \varphi_2 - \pi)}{l_{AB} \cos \left(\varphi_1 - \frac{\pi}{2} \right) + l_{BF} \sin(\varphi_1 + \varphi_2 - \pi)} \right) + l_{BF} \varphi_2 \sin \left(\frac{3\pi}{2} - \varphi_2 - \varphi_1 \right) \right)^2 \right) + \\
& + \frac{m_{22}}{2} \left(\left(l_{AE} \varphi_1 \cos(\lambda) + l_{BE} \varphi_2 \cos \left(\frac{3\pi}{2} - \varphi_2 - \varphi_1 \right) - x_3 \cos(\varphi_1 + \varphi_2 - \pi) \right)^2 + \right. \\
& \left. + \left(-l_{AE} \varphi_1 \sin(\lambda) + l_{BE} \varphi_2 \sin \left(\frac{3\pi}{2} - \varphi_2 - \varphi_1 \right) + x_3 \sin(\varphi_1 + \varphi_2 - \pi) \right)^2 \right) + \\
& + \frac{m_1 (l_{AG} \varphi_1)^2}{2} + \frac{J_{1c} \varphi_1^2}{2} + \frac{J_{21c} \varphi_2^2}{2} + \frac{J_{22c} \varphi_2^2}{2} + \frac{J_{3c} \varphi_3^2}{2} + \\
& + \frac{m_{30}}{2} \left(\left(l_{AD} \varphi_1 \cos(\beta) + l_{CD} \varphi_3 \cos \left(\frac{\pi}{2} - \varphi_3 \right) + \right. \right. \\
& \left. \left. + l_{BD} \varphi_2 \cos \left(\arctg \frac{l_{BC} x_3 \cos(\varphi_1 + \varphi_2 - \pi) + l_{CD} \cos(\varphi_3)}{l_{BC} x_3 \sin(\varphi_1 + \varphi_2 - \pi) + l_{CD} \sin(\varphi_3)} \right) \right) - x_3 \cos(\varphi_1 + \varphi_2 - \pi) \right)^2 + \\
& \left. \left(l_{AD} \varphi_1 \sin(\beta) + l_{CD} \varphi_3 \sin \left(\frac{\pi}{2} - \varphi_3 \right) + \right. \right. \\
& \left. \left. + l_{BD} \varphi_2 \sin \left(\arctg \frac{l_{BC} x_3 \cos(\varphi_1 + \varphi_2 - \pi) + l_{CD} \cos(\varphi_3)}{l_{BC} x_3 \sin(\varphi_1 + \varphi_2 - \pi) + l_{CD} \sin(\varphi_3)} \right) \right) + x_3 \sin(\varphi_1 + \varphi_2 - \pi) \right)^2 \right) ; \tag{3}
\end{aligned}$$

По указанным выражениям составлены дифференциальные уравнения движения по соответствующим обобщенным координатам на основе уравнений Лагранжа II рода. Их запись в стандартной форме Коши выполнялась в программном пакете MathCAD с использованием предварительно разработанного автоматизирующего алгоритма. Решение полученной системы дифференциальных уравнений осуществлялось методом Рунге-Кутты 5 порядка точности с переменным шагом интегрирования.