

Кулак М. И., профессор; Старченко О. П., аспирантка

РАСЧЕТ УПРУГИХ СВОЙСТВ ДЕКЕЛЯ С УЧЕТОМ ФРАКТАЛЬНОЙ НЕОДНОРОДНОСТИ ПОВЕРХНОСТЕЙ ПЕЧАТНОГО КОНТАКТА

Fractal approach is used for accounting elastic properties of dekel.

The article is dedicated to a similar character of structure of printing surfaces.

Назначение декеля — обеспечить необходимую абсолютную деформацию и уменьшить относительную деформацию сжатия, получающуюся при печати, между поверхностью формы и листом бумаги. Что, в свою очередь, позволяет путем деформаций компенсировать неровности бумаги и печатной формы. При этом декель дает возможность не только создать необходимые деформации, но и позволяет уменьшить удельное давление, необходимое для получения оттисков [1].

Декели, применяющиеся в печатных машинах, весьма разнообразны по своему составу и толщине. Однако прежде чем рассматривать вопрос о составе декелей, нужно выяснить, какой характер имеют деформации декеля.

Неровности, которые должны быть компенсированы деформациями декеля, по своему характеру не одинаковы.

Неточности формы, так же как и неточности изготовления печатной машины, если они не превышают установленных пределов, определяемых обоснованными допусками, могут быть компенсированы постоянными деформациями декеля. Кроме того, неровности печатной формы в отдельных точках входят в контакт с неровностями бумаги, поэтому их также необходимо компенсировать путем деформации декеля.

Однако распределение неровностей в каждом отдельно взятом листе бумаги различно и носит случайный характер, поэтому они не могут быть компенсированы необратимыми деформациями. Компенсация случайных неровностей и, в первую очередь, неровностей бумаги возможна только обратимыми деформациями декеля. Иными словами — декель должен обладать упругостью.

Исследования изготовленных из бумаги декелей в условиях статического нагружения показали, что напряжение растет быстрее, чем деформация. Следовательно, во-первых, деформация декеля не является истинно упругой, во-вторых, при деформации наблюдается уплотнение декеля и, в-третьих, при таком характере кривой практически не наблюдается пластическая деформация. Последнее вполне объяснимо, так как бумага, состоящая из длинных, перепутанных между собой волокон, отличается малой пластичностью. Вышеизложенное относительно деформации бумажных декелей справедливо и для декелей, изготовленных из полимерных материалов.

Таким образом, для бумаги и для декелей общая деформация определяется суммой рассмотренных выше деформаций, т. е.

$$\epsilon = \epsilon_y + \epsilon_3 + \epsilon_{33} + \epsilon_{\Pi}, \quad (1)$$

где ϵ_y — упругие деформации, исчезающие при снятии нагрузки практически мгновенно; ϵ_3 — деформации, обратимые с течением времени, или эластические деформации; ϵ_{33} — деформации, обратимые только при определенных условиях, или задержанные эластические деформации; ϵ_{Π} — пластические деформации.

Характер деформаций декеля согласуется с теорией деформации высокополимеров, которая утверждает, что у любых линейных полимеров общая деформация является суммой нескольких деформаций: упругой, эластичной и пластической. Количественно суммарная деформация определяется с помощью следующего уравнения [1]:

$$\varepsilon = \sigma \frac{1}{E_y} + \sigma \frac{1}{E_3} \left(1 - e^{-\frac{t}{T}} \right) + \sigma \frac{1}{\eta} t, \quad (2)$$

где E_y — мгновенный модуль упругости (модуль Юнга); E_3 — модуль эластичности.

Определяющий вклад в (2) вносит упругая составляющая деформации, поэтому она и представляет наибольший интерес.

Исходя из представления о бумаге как о неупорядоченном материале со структурной фрактальной размерности D , в рамках самосогласованного подхода были определены сдвиговые и объемные модули упругости. На рис. 1 приведены результаты вычисления модулей упругости для бумаги Юнион Арт [2].

Как видно из рис. 1, для модулей упругости бумаги характерна сильная неоднородность. Поэтому для расчета деформации бумаги необходимо использовать закон Гука в дифференциальной форме [3]

$$\frac{d\sigma}{d\varepsilon} = E(x). \quad (3)$$

Из равенства (3) выразим $d\varepsilon$

$$d\varepsilon = \frac{d\sigma}{E(x)}. \quad (4)$$

Тогда напряжение зависит от деформации ε и модуля упругости $E(x)$

$$d\sigma = d\varepsilon dE(x). \quad (5)$$

Зная, что деформация определяется соотношением (6)

$$\varepsilon = \frac{x_0 - x}{x_0} = 1 - \frac{x}{x_0}, \quad (6)$$

продифференцируем данное выражение

$$d\varepsilon = -\frac{1}{x_0} dx. \quad (7)$$

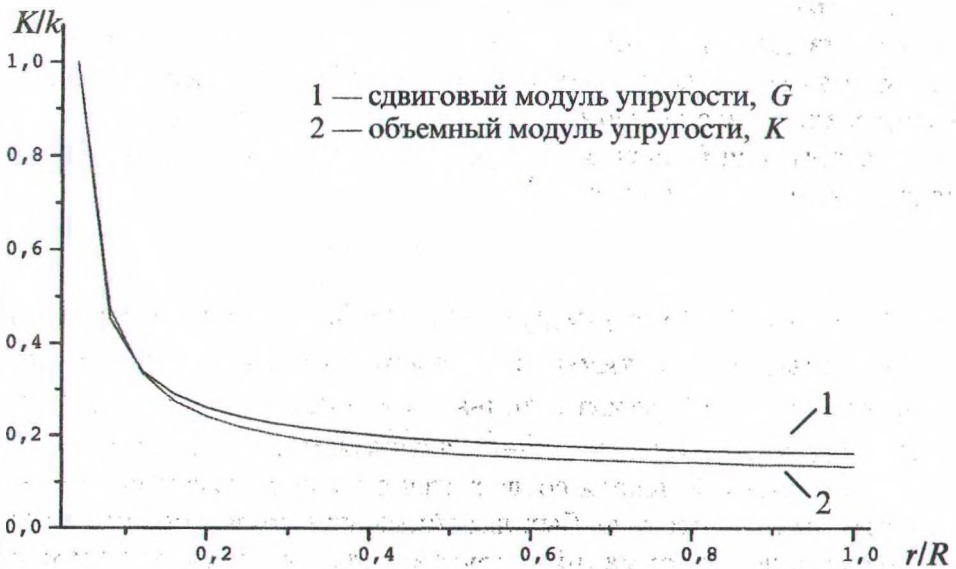


Рис. 1. Распределение модулей упругости в бумаге Юнион Арт

Подставив выражение (7) в (5), получим

$$d\sigma = \frac{E(x)}{x_0} dx. \quad (8)$$

Проинтегрируем полученное выражение

$$\int_{\sigma_0}^{\sigma} d\sigma = \frac{1}{x_0} \int_{x_0}^x E(x) dx. \quad (9)$$

$$\sigma - \sigma_0 = \frac{1}{x_0} \int_{x_0}^x E(x) dx. \quad (10)$$

Тогда конечная формула для вычисления зависимости напряжения от деформации примет вид

$$\sigma = \sigma_0 + \frac{1}{x_0} \int_{x_0}^x E(x) dx. \quad (11)$$

Таким образом, формула (11) позволяет найти закон распределения напряжений в приповерхностных слоях листа бумаги. Результаты вычислений зависимости напряжений от деформации для бумаг различных видов приведены на рис. 2—4. Зависимость напряжений от деформаций имеет нелинейный характер, что обусловлено сильной неоднородностью модулей упругости (см. рис. 1). Наиболее заметно нелинейность проявляется у более упругой мелованной бумаги (рис. 2).

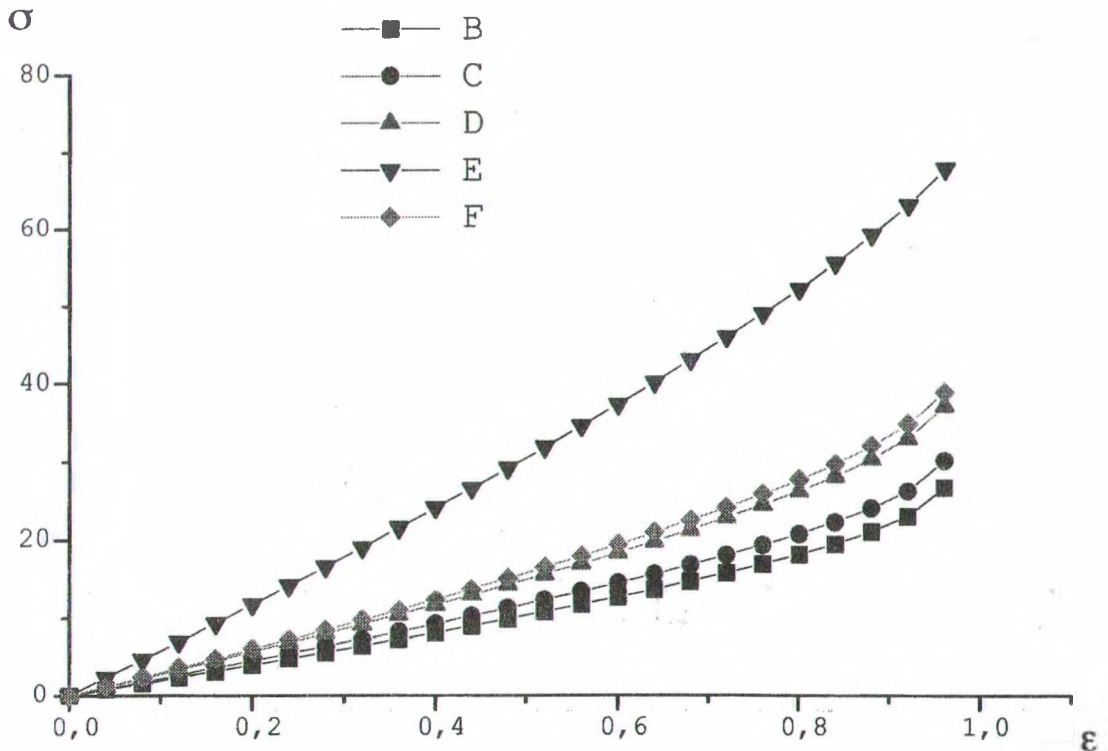


Рис. 2. Зависимость напряжения от деформации для мелованной бумаги: В — бумага Люми Силк; С — Юнион Арт; D — Юнион Силк; E — Люми Арт; F — картон Малмеро

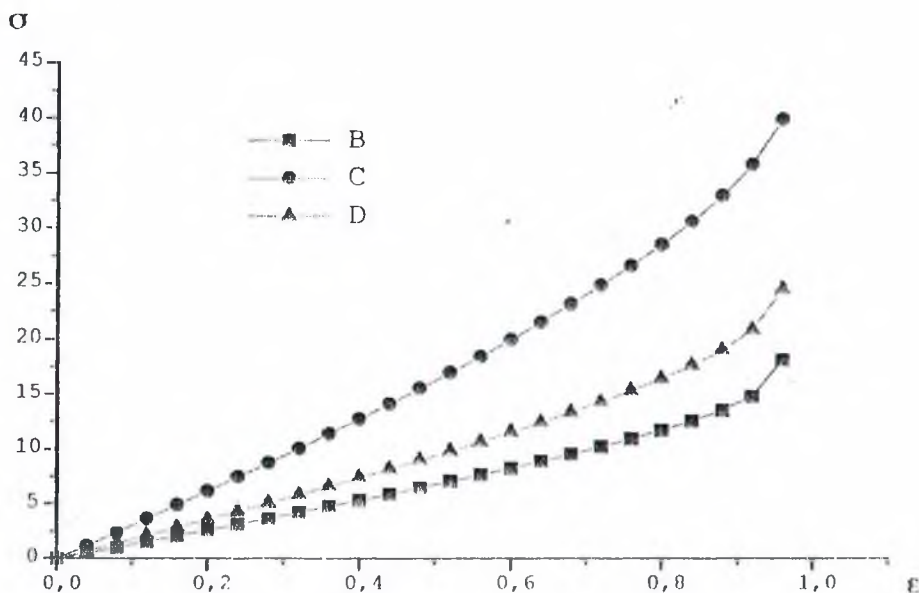


Рис. 3. Зависимость напряжения от деформации для офсетной бумаги:
 В — бумага офсетная №1; С — Дата Кони; D — Кондопогского ЦБК

На основании вышеизложенного найдем зависимость напряжения от деформации в случае, когда в качестве декельного материала выступают различные виды бумаги и в различном сочетании.

Предположим, что в качестве декеля используются два листа бумаги, тогда общая деформация двух листов равна сумме деформаций каждого листа и в дифференциальной форме будет определяться следующим соотношением:

$$d\epsilon_{\Sigma} = d\epsilon_1 + d\epsilon_2 = \frac{d\sigma_1}{E_1(x)} + \frac{d\sigma_2}{E_2(x)}. \quad (12)$$

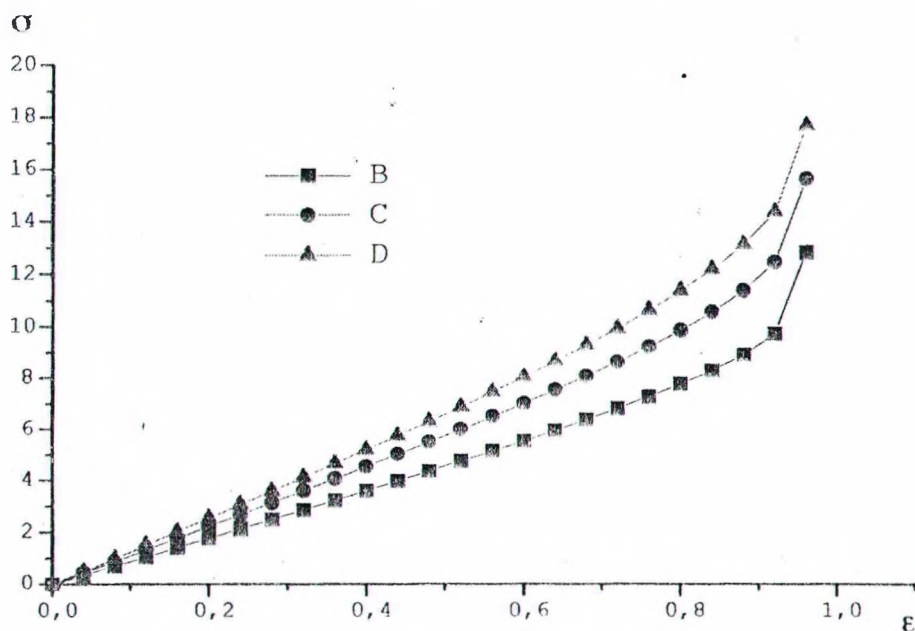


Рис. 4. Зависимость напряжения от деформации для газетной бумаги:
 В — бумага АО «Волга»; С — Балахинского ЦБК; D — цветная бумага Балахинского ЦБК

Так как напряжения в каждом листе будут одинаковыми — $d\sigma_1 = d\sigma_2 = d\sigma$, то (12) можно переписать в виде

$$d\varepsilon_\Sigma = \frac{d\sigma}{E_1(x)} + \frac{d\sigma}{E_2(x)} = d\sigma \left(\frac{1}{E_1(x)} + \frac{1}{E_2(x)} \right). \quad (13)$$

Используя выражения (6) и (7), из (13) получаем формулу для расчета зависимости напряжения от деформации в дифференциальной форме

$$d\sigma = \left(\frac{1}{\frac{1}{E_1(x)} + \frac{1}{E_2(x)}} \right) \frac{dx}{x_0}. \quad (14)$$

Проинтегрируем полученное выражение (14):

$$\int_{\sigma_0}^{\sigma} d\sigma = \frac{1}{x_0} \int_{x_0}^x \frac{dx}{\frac{1}{E_1(x)} + \frac{1}{E_2(x)}}. \quad (15)$$

Конечная формула для вычисления зависимости напряжения от деформации примет вид

$$\sigma = \sigma_0 + \frac{1}{x_0} \int_{x_0}^x \frac{1}{\frac{1}{E_1(x)} + \frac{1}{E_2(x)}} dx. \quad (16)$$

Соответственно для n -го количества слоев бумаги, когда $a\varepsilon_\Sigma = a\varepsilon_1 + a\varepsilon_2 + \dots + a\varepsilon_n$, (16) примет вид

$$\sigma = \sigma_0 + \frac{1}{x_0} \int_{x_0}^x \frac{1}{\frac{1}{E_1(x)} + \frac{1}{E_2(x)} + \dots + \frac{1}{E_n(x)}} dx. \quad (17)$$

В случае, когда все листы одинаковые, то есть $E_1(x) = E_2(x) = \dots = E_n(x)$, формула (17) преобразуется к виду

$$\sigma = \sigma_0 + \frac{1}{nx_0} \int_{x_0}^x E(x) dx. \quad (18)$$

Если сопоставить (18) и (11), то видим, что при увеличении количества листов напряжения пропорционально уменьшаются. Если $n = 1$, то зависимость (18) переходит в (11).

На рис. 5 представлены зависимости напряжения от деформации для различных комбинаций из двух листов бумаги. В первом случае каждый слой представлен листом одной и той же офсетной бумаги № 1. Во втором случае один слой представлен листом офсетной бумаги № 1, а второй слой — листом газетной бумаги. Для сопоставления зависимости напряжений от деформации на рис. 5 приведены также зависимости напряжения от деформации непосредственно для одного листа офсетной и газетной бумаги.

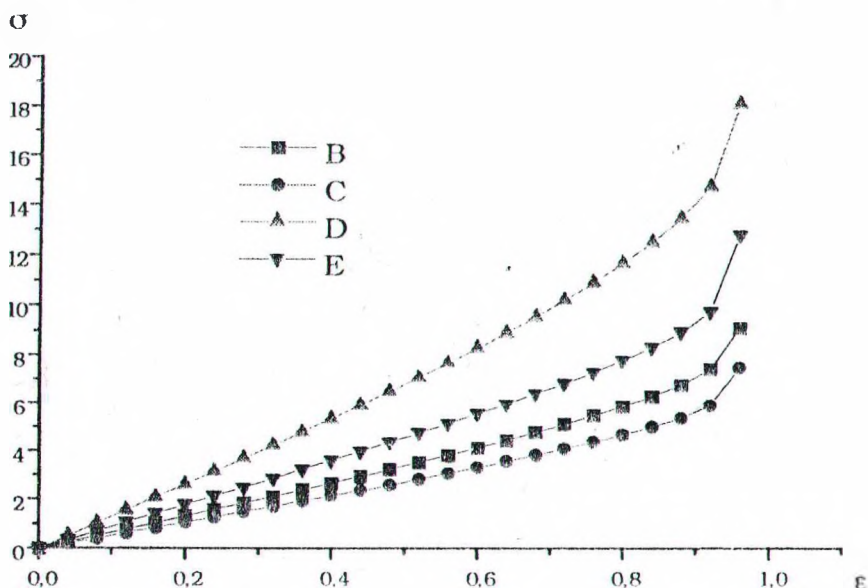


Рис. 5. Зависимость напряжений от деформации для нескольких слоев бумаги: В — два слоя бумаги офсетной №1; С — лист газетной бумаги АО «Волга» и лист бумаги офсетной №1; D — лист бумаги офсетной №1; E — лист бумаги газетной АО «Волга»

Как видно из рис. 5, для двух слоев одинаковой бумаги при одинаковом напряжении деформация в два раза больше. Это подтверждает справедливость формулы (18). Если второй лист бумаги в пакете менее упругий, то деформация возрастет в большей степени. При увеличении количества слоев в пакете общая тенденция будет сохраняться.

ЛИТЕРАТУРА

1. Попрядухин П. А. Технология печатных процессов. — М.: Книга, 1968. — 360 с.
2. Пиотух И. Г., Кулак М. И., Боброва О. П. Влияние фрактальных особенностей структуры на физико-механические свойства печатной бумаги // Труды БГТУ. Сер. VI. Физ.-мат. науки и информатика. — 2000. Вып. 8. — С. 73—81.
3. Кулак М. И. Фрактальная механика материалов. — Мн.: Вышэйшая школа, 2002. — 304 с.