УДК 669.041

В.Н. Хроль, инженер; И.Ф. Кузьмицкий, доцент

ФОРМИРОВАНИЕ КРИТЕРИЯ АДАПТИВНОГО УПРАВЛЕНИЯ РАСПРЕДЕЛЕННЫМ ТЕПЛОТЕХНИЧЕСКИМ ОБЪЕКТОМ

The paper considers a statement of adaption problem, reveals the selection of velocity fields, temperature on the basis of time and length of a trunk of shaft of the RUE «Byelaruscalii».

В качестве объекта управления рассматривается обогрев стволов шахт рудников РУП «Беларуськалий».

Обогрев стволов шахты обеспечивается с помощью газового потока, который можно характеризовать уравнениями [1] вид

$$\frac{\partial P(x,\tau)}{\partial x}+\alpha_1\frac{\partial Q(x,\tau)}{\partial \tau}+\alpha_2 Q(x,\tau)+\xi_1(\tau)=0,$$
$$\frac{\partial P(x,\tau)}{\partial x}+\alpha_3\frac{\partial Q(x,\tau)}{\partial x}+\xi_2(\tau)=0, \qquad (1)$$

где P – давление в воздушном потоке; Q – расход воздуха; $\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3$ – коэффициенты, определяемые физическими и конструктивными параметрами оборудования; $\xi_1(\tau)$, $\xi_2(\tau)$ – возмущающие воздействия. Динамическая система (1) имеет две выходные величины $Q(x,\tau)$ и $P(x,\tau)$. Для решения уравнений (1) относительно этих величин обычно используют граничные условия, в качестве которых выступают давления и расходы в начальной $(x=0)$ и конечной $(x=L)$ точках потока. Преобразованная по Лапласу при нулевых начальных условиях система уравнений (1) при ξ_1, $\xi_2\approx 0$ имеет решения

$$P(x,p)=k_1 chnx+k_2 shnx,$$
$$Q(x,p)=k_3 chnx+k_4 shnx, \qquad (2)$$

где

$$n=\sqrt{\frac{P(\alpha_1 p+\alpha_2)}{\alpha_3}}.$$

Кроме того, преобразованные по Лапласу уравнения (1) при $x=0$ совместно с решениями $P(x,p)$, $Q(x,p)$ дают еще два уравнения для нахождения постоянных интегрирования:

$$nk_2+(\alpha_1 p+\alpha_2)k_3=0,$$
$$pk_1+\alpha_3 nk_4=0.$$

Граничным условиям $Q(0,\tau)$ и $P(L,\tau)$ с учетом постоянных интегрирования соответствуют следующие уравнения:

$$P(x,p)=\frac{\alpha_1 p+\alpha_2}{n}\frac{shn(L-x)}{chnL}Q(0,p)+$$
$$+\frac{chnx}{chnL}P(L,p);$$

$$Q(x,p)=\left[chnx-\frac{P(\alpha_1 p+\alpha_2)}{\alpha_3 n^2}\frac{shnL\,shnx}{chnL}\right]\times$$
$$\times Q(0,p)-\frac{p}{\alpha_3 n}\frac{shnx}{chnL}P(L,p).$$

Поскольку в шахте $P(L,p)=0$, то имеем

$$P(0,p)=\frac{\alpha_1 p+\alpha_2}{n}\frac{shnL}{chnL}Q(0,p).$$

На основании этого уравнения можно определить амплитудно-фазочастотную характеристику:

$$\frac{P(0,p)}{Q(0,p)}=\frac{(\mathrm{Re}_3+j\,\mathrm{Im}_3)(\mathrm{Re}_4+j\,\mathrm{Im}_4)}{(\mathrm{Re}_1+j\,\mathrm{Im}_1)(\mathrm{Re}_2+j\,\mathrm{Im}_2)},$$

где

$$\mathrm{Re}_1+j\,\mathrm{Im}_1=\rho\sin\frac{\varphi_0}{2}+j\rho\cos\frac{\varphi_0}{2},$$

$$\varphi_0=\mathrm{arctg}\,{}^{\alpha_2}\!/_{(\alpha_1\omega)},$$

$$\rho=\sqrt{\frac{\alpha_2}{\alpha_3}\omega\sqrt{1+\left(\frac{\alpha_1}{\alpha_2}\omega\right)^2}};$$

$$\mathrm{Re}_2+j\,\mathrm{Im}_2=ch\left(\rho L\sin\frac{\varphi_0}{2}\right)\cos\left(\rho L\cos\frac{\varphi_0}{2}\right)+$$
$$+jsh\left(\rho L\sin\frac{\varphi_0}{2}\right)\sin\left(\rho L\cos\frac{\varphi_0}{2}\right);$$

$$\mathrm{Re}_3+j\,\mathrm{Im}_3=\alpha_2+j\alpha_1\omega;$$

$$\mathrm{Re}_4+j\,\mathrm{Im}_4=sh\left(\rho L\sin\frac{\varphi_0}{2}\right)\cos\left(\rho L\cos\frac{\varphi_0}{2}\right)+$$
$$+jch\left(\rho L\sin\frac{\varphi_0}{2}\right)\sin\left(\rho L\cos\frac{\varphi_0}{2}\right).$$

Анализ полученных зависимостей позволяет сказать, что система является колебательной с множеством резонансных пиков. Уменьшение длины потока не изменяет характер динамических свойств, а резонансные пики возрастают.

Динамику изменения температуры газового потока вдоль ствола шахты можно записать в виде [2] уравнения

$$\alpha_4 \frac{\partial T_г(x,\tau)}{\partial \tau} + \alpha_5 \frac{\partial T_г(x,\tau)}{\partial x} + T_г(x,\tau) - \\ -T_с(x,\tau) + \xi_3(\tau) = 0, \tag{3}$$

где α_4, α_5 – коэффициенты, определяемые теплофизическими и техническими характеристиками газового потока и стенок шахты; $T_с(x,\tau)$ – температура поверхности ствола шахты; $\xi_3(\tau)$ – возмущение температурного поля. Граничное условие $T_г(0,\tau)$ определяется температурой, расходом теплоносителя, количеством калориферов на основании уравнений теплопереноса газового потока, которые служат базой для модели наблюдателя. Температура материала стенки ствола шахты $T_с$ рассчитывается на основании уравнения [2] теплопроводности:

$$\frac{\partial T_с(x,y,\tau)}{\partial \tau} = \alpha_6 \left[\frac{\partial^2 T_с(x,y,\tau)}{\partial x^2} + \right. \\ \left. + \frac{\partial^2 T_с(x,y,\tau)}{\partial y^2} \right] + \xi_4(x,y,\tau), \tag{4}$$

где y – координата по горизонтали; α_6 – коэффициент теплообмена. Граничные условия первого рода $T_с(x,\tau,y_{\max})$ определяются на основании уравнения

$$\frac{\partial T_с(x,\tau)}{\partial \tau} = \alpha_7 \frac{\partial^2 T_с(x,\tau)}{\partial x^2} \tag{5}$$

при известной температуре поверхности земли (окружающей среды) $T_с(x=0,\tau)$. Коэффициент температуропроводности α_7 меняется с изменением $T_с(x=0,\tau)$.

Передача тепла от калориферов к газовому потоку сопровождается потерями, мерой которых служит приращение энтропии. Тепловой поток от калориферов к газу запишем в виде

$$q(T_к, T_г) = \sigma(T_к - T_г), \tag{6}$$

$$\sigma = \alpha_8 \cdot F,$$

где $T_к$ – температура калорифера; α_8 – коэффициент теплопередачи; F – площадь теплообмена.

Скорость изменения энтропии системы равна

$$S = q(T_к, T_г)\left(\frac{1}{T_г} - \frac{1}{T_к}\right). \tag{7}$$

Критерий оптимальности для элементов (калориферы – газовый поток) примет вид

$$\Delta S = \int_0^t q(T_к, T_г)\left(\frac{1}{T_г} - \frac{1}{T_к}\right) d\tau. \tag{8}$$

По мере отдачи тепла калорифер остывает и меняет свою температуру на основании соотношения

$$\dot{T}_к = {-q(T_к, T_г)}/{C_к}, \; T_к(\tau = 0), \tag{9}$$

где $C_к$ – коэффициент теплопередачи, который зависит от формы обтекания газом поверхности калорифера.

Управление обеспечивается путем воздействия на температуру, расход теплоносителя, соотношения температуры обратной воды на выходах из калориферов, давление и расход воздуха компрессора. Объединим управляющие воздействия в виде вектора U.

Целью системы управления является обеспечение температуры в стволе шахты ≥ 3°C при минимальном расходе энергии компрессора и калориферов. Когда решение уравнения (5) будет $T_с(x,\tau,y_{\max}) \geq 8$ °C, то калориферы отключаются.

Сформируем интегральный квадратичный критерий для оценки эффективности работы системы управления, поддерживающей температуру в стволе шахты в виде

$$J = \int_0^t \int_{x=0}^{x_{\max}} \left\{ \left[T_с^g(x,\tau) - T_с(x,\tau) \right]^2 + \right. \\ \left. + U^T(\tau) C U(\tau) \right\} dx d\tau, \tag{10}$$

где $T_с^g(x,\tau)$ – желаемое распределение температуры по стволу шахты; $x_{\max} \geq 17$ м; C – весовая матрица коэффициентов.

Для повышения эффективности работы системы управления целесообразно использовать наблюдатель или прогнозатор температуры стенки, соответствующий уравнениям (4), (5) с использованием критерия адаптации модели в виде

$$\varepsilon_м(x,y,\tau) = T_с^м(x,y,\tau) - T_с(x,y,\tau), \\ \lim_{\tau \to \tau_f} \varepsilon_м \to 0, \tag{11}$$

где $T_{с}^{м}$ – распределение температуры по стенке ствола шахты на основе наблюдателя; τ_f – фиксированное время.

При решении задач с системой теплообъемников (калориферов) часто используются критерии, минимизирующие суммарную стоимость калориферов как элементов управляющей части системы. Пусть система теплообменников состоит из двух последовательно соединенных калориферов с расходом $Q_{г}$ и стационарными температурами воздуха $T^{1}_{г.\,вх}$, $T^{2}_{г.\,вх}$, $T^{1}_{г.\,вых}$, $T^{2}_{г.\,вых}$, где индексы 1, 2 относятся к номерам калориферов, а индексы вх, вых – соответственно к входному и выходному.

Через калориферы проходят потоки теплоносителей соответственно $Q^{1}_{т}$ и $Q^{2}_{т}$ температурами на входах $T^{1}_{т.\,вх}$ $T^{2}_{т.\,вх}$. Температуру теплоносителей на выходе обозначим через $T^{1}_{т.\,вых}$ и $T^{2}_{т.\,вых}$. Стоимость теплообменников определяется нелинейной зависимостью от площади поверхности теплообменника [3]:

$$k_F(F)^{\beta},$$

$$F_i = \alpha^{i}_{F}\left(T^{i}_{г.\,вых} - T^{i}_{г.\,вх}\right)/\left(T^{i}_{т.\,вх} - T^{i}_{г.\,вых}\right),\ i = 1,2, \tag{12}$$

где k_F – коэффициент стоимости, зависящий от фирмы производителя; β – дробное число; α^{1}_{F}, α^{2}_{F} – коэффициенты для соответствующих калориферов.

Тогда целевую функцию для выбора калориферов можно записать

$$J_{к} = k_F\left[F_1^{\beta} + F_2^{\beta}\right]. \tag{13}$$

Целевую функцию (13) необходимо минимизировать при ограничениях на $T^{2}_{т.\,вх}$, $T^{2}_{г.\,вых} \geq 3°C$ и переменную $T^{1}_{г.\,вх}$. Функция (13) может быть невыпуклой.

Допустим, что с помощью известных методов для каждого критерия (8, 10, 11, 13), обозначаемого J_{γ} с индексом $(\gamma = 1,2,3,4)$, определено оптимальное по скалярному функционалу управление

$$u^{(\gamma)} = u^{(\gamma)}\left[\tau, T_{к}, T_{г}, T_{с}(x,\tau), T_{с}(x,y,\tau),\right.$$
$$\left.T^{i}_{г.\,вых}, T^{i}_{г.\,вх}, T^{i}_{т.\,вх}, P(x,\tau), Q(x,\tau)\right]. \tag{14}$$

Здесь вектор $u^{(\gamma)}$ имеет компоненты $u_1^{(\gamma)}$, $u_2^{(\gamma)}, \ldots, u_m^{(\gamma)}$ и является оптимальным управляющим вектором, при котором скалярный функционал $J_{\gamma}(u)$ принимает оптимальные значения на траектории системы (1, 2, 3, 4, 7, 12), проходящей через заданные граничные точки. При этом получаются различные периоды действия этих управляющих векторов $u^{(\gamma)}$.

$$J^{*}(u)\left\{J_1\left(u^{(1)}\right), J_2\left(u^{(2)}\right), J_3\left(u^{(3)}\right), J_4\left(u^{(4)}\right)\right\}. \tag{15}$$

Рассмотрим квадрат евклидовой нормы:

$$R(u) = \left\| \frac{J(u) - J^{*}(u)}{J^{*}(u)} \right\|^2 =$$
$$= \sum_{\gamma=1}^{4}\left[\frac{J_{\gamma}(u) - J_{\gamma}\left(u^{(\gamma)}\right)}{J_{\gamma}\left(u^{(\gamma)}\right)}\right]^2. \tag{16}$$

Предложенная постановка задачи по векторному критерию освобождается от необходимости знания весов функционала.

При выборе управления u происходит некоторое ухудшение каждого отдельно взятого показателя качества системы $J_{\gamma}(u)$ (в сравнение с тем, как если бы оптимизировался лишь он один), однако это ухудшение распространяется по всем показателям $J_{\gamma}(u)$ и является минимально возможным.

Литература

1. Кирилов И.И. Регулирование паровых и газовых турбин // Госэнергоиздат, 1952.

2. Лыков А.В. Теплопроводность нестационарных процессов // Госэнергоиздат, 1948.