

С.С.Макаревич, доцент;

А.В.Дорожко, доцент.

## ОПРЕДЕЛЕНИЕ НАПРЯЖЕНИЙ И ДЕФОРМАЦИЙ В ПРОВОДНИКЕ ПРИ ПАЙКЕ МИКРОСХЕМ

Receipt equation for definition strains and deformations in wire, when connect contacts in the process of manufacturing electronic chips. Offers the method to define optimal lenght of wire.

При изготовлении микросхемы автомат производит пайку проводника к первому контакту в точке  $O$  под прямым углом к плоскости микросхемы (рис.1). Затем переходит в положение  $B$ , а из положения  $B$  ко второму контакту  $K$ , где снова производит пайку. При перемещении из положения  $O$  в положение  $B$  проводник выходит из направляющих автомата. Отрезок  $OB$  определяет длину проводника  $l$ . В конечной точке  $K$  проводник закрепляется под углом  $\alpha$  к оси  $y$ , который можно считать равным углу наклона выступа направляющих, так как при деформировании тонкий гибкий проводник сгибает выступ. От длины проводника  $l$  будет зависеть форма изогнутой оси проводника  $OSK$ ; наибольшее отклонение  $x_c$  проводника от плоскости микросхемы, т.е. от оси  $y$ ; а также максимальное напряжение в опасном сечении. Если напряжение по всему сечению проводника достигнет предела текучести, то в данном сечении проводника появится пластический шарнир и соединение контактов будет неустойчивым. Отклонение  $x_c$  проводника определяет габариты микросхемы.

Для соединения контактов используются проводники из дорогостоящих материалов. Поэтому желательно уметь определять минимальную длину  $l$  проводника, при которой в проводнике не будет появляться пластический шарнир.

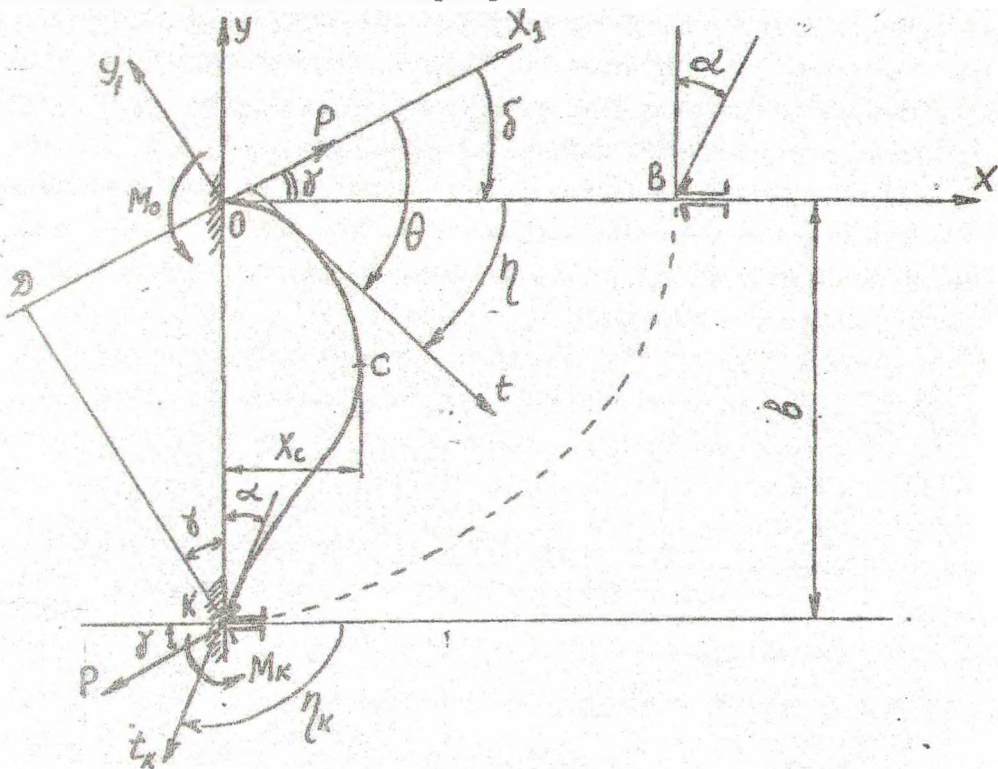


Рис.1. Схема соединения контактов

Теория больших упругих деформаций, которые возникают в очень тонких стержнях, была разработана Эйлером. Практические методы расчета в приложении к некоторым частным техническим задачам приведены в работе [1]. В нашем случае выберем систему координат  $x_1y_1$ , направив ось  $x_1$  по реакции  $P$  в защемлении  $O$ . Угол наклона касательной в любом сечении проводника к оси  $x_1$  обозначим  $\theta$ . Угол между осью  $x$  и  $x_1$  обозначим  $\gamma$ . Тогда отклонение оси  $x$  от оси  $x_1$   $\delta = \gamma$ .

Кривизна проводника в любом сечении может быть определена через изгибающий момент

$$\kappa = M / EJ, \quad (1)$$

где  $E$  - модуль упругости материала проводника,  $J$  - осевой момент инерции поперечного сечения проводника.

Продифференцируем уравнение (1) по дуге кривой

$$\frac{d\alpha}{ds} = \frac{1}{EJ} \frac{dM}{ds}. \quad (2)$$

Учитывая, что  $dM/ds = Q = -P \sin \theta$ , и умножив обе части уравнения (2) на  $l^2$ , получим

$$l^2 \frac{d\alpha}{ds} = -\beta^2 \sin \theta, \quad (3)$$

где  $\beta = l\sqrt{P/EJ}$ .

После интегрирования уравнения (3) будем иметь

$$l^2 \alpha^2 = 4\beta^2 \left( c_1 - \sin^2 \frac{\theta}{2} \right). \quad (4)$$

Анализ уравнения (4) показывает, что изогнутый проводник может иметь перегибную форму и безперегибную. В нашем случае форма изогнутой оси проводника является перегибной.

Сделаем замену переменных и постоянных в уравнении (4):

$$c_1 = k^2, \quad \sin \frac{\theta}{2} = k \sin \psi. \quad (5)$$

Постоянная  $k$  и переменная  $\psi$  должны удовлетворять следующим условиям:

$$0 \leq k \leq 1, \quad d\psi / ds > 0, \quad -\frac{\pi}{2} < \psi < +\infty.$$

С учетом (5) уравнение (4) примет вид

$$l\alpha = 2\beta k \cos \psi.$$

Учитывая, что  $\alpha = d\theta/ds$ , и переходя от  $d\theta/ds$  к  $d\psi/ds$ , получим

$$l \frac{d\psi}{ds} = \beta \sqrt{1 - k^2 \sin^2 \psi}. \quad (6)$$

Интегрируя последнее уравнение, найдем

$$\beta \frac{s}{l} = F(\psi) - F(\psi_0), \quad (7)$$

где  $F(\psi)$  - эллиптический интеграл первого рода.

Для конца К, т.е. при  $s=l$ , согласно (7) будем иметь

$$\beta = F(\psi_K) - F(\psi_0). \quad (8)$$

Из уравнений (7) и (8) получим

$$F(\psi) = \left( F(\psi_K) - F(\psi_0) \right) \frac{s}{l} + F(\psi_0). \quad (9)$$

Запишем уравнение упругой линии изогнутого проводника. Для этого выразим  $dx_1$  и  $dy_1$  через  $ds$ :

$$dx_1 = ds \cos \theta = \left( 2 \cos^2 \frac{\theta}{2} - 1 \right) ds, \quad dy_1 = ds \sin \theta = 2 \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2} ds.$$

Если учесть (5) и (6), то получим



$$\frac{dx_1}{1} = \frac{2}{\beta} \sqrt{1 - k^2 \sin^2 \psi} d\psi - \frac{ds}{1}, \quad \frac{dy_1}{1} = \frac{2}{\beta} k \sin \psi d\psi. \quad (10)$$

После интегрирования этих уравнений вдоль упругой линии от начала координат до произвольного сечения будем иметь

$$\frac{x_1 - x_0}{1} = \frac{2}{\beta} (E(\psi) - E(\psi_0)) - \frac{s}{1}, \quad \frac{y_1 - y_0}{1} = \frac{2}{\beta} k (\cos \psi_0 - \cos \psi), \quad (11)$$

где  $E(\psi)$ -эллиптический интеграл второго рода.

Для проводника, соединяющего контакты, как показано на рис.1, можно записать

$$\theta = \eta + \delta.$$

Тогда для начальной и конечной точек будем иметь

$$\theta_0 = \eta_0 + \delta, \quad \theta_K = \eta_K + \delta.$$

Учитывая, что  $\delta = -\gamma$ ,  $\eta_0 = 0$ ,  $\eta_K = \left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right)$ , получим

$$\theta_0 = -\gamma, \quad \theta_K = -\left(\frac{\pi}{2} + \gamma + \alpha\right). \quad (12)$$

С другой стороны, согласно (5)

$$\sin \frac{\theta_0}{2} = k \sin \psi_0, \quad \sin \frac{\theta_K}{2} = k \sin \psi_K.$$

Подставляя в последние уравнения значения  $\theta_0$  и  $\theta_K$  согласно (12), получим

$$k \sin \psi_0 = -\sin \frac{\gamma}{2}, \quad k \sin \psi_K = -\sin \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\gamma}{2} + \frac{\alpha}{2}\right). \quad (13)$$

Запишем уравнения (11) для конца проводника (точка К):

$$\left. \begin{aligned} \frac{x_1(K) - x_0}{1} &= \frac{2}{\beta} (E(\psi_K) - E(\psi_0)) - 1, \\ \frac{y_1(K) - y_0}{1} &= \frac{2k}{\beta} (\cos \psi_0 - \cos \psi_K). \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

В то же время из рис.1 можно записать

$$x_1(K) - x_0 = OD = -b \sin \gamma, \quad y_1(K) - y_0 = DK = -b \cos \gamma.$$

Подставляя последние выражения в уравнения (14) и учитывая значение  $\beta$  согласно (8), получим

$$\left. \begin{aligned} (F(\psi_K) - F(\psi_0))(\lambda - \sin \gamma) &= 2\lambda (E(\psi_K) - E(\psi_0)); \\ (F(\psi_K) - F(\psi_0)) \cos \gamma &= 2k\lambda (\cos \psi_K - \cos \psi_0), \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

где  $\lambda = 1/b$ .

Таким образом, мы получили два уравнения (13) и два уравнения (15) с четырьмя неизвестными:  $k$ ,  $\gamma$ ,  $\psi_0$  и  $\psi_K$ . Задаваясь длиной проводника  $l$ , эти неизвестные можно определить путем

последовательных приближений. После этого по формуле (8) определится  $\beta$ , а затем сила  $P$  и изгибающий момент в любом сечении проводника:

$$P = \beta^2 \frac{EJ}{l^2}, \quad M = \frac{2k \cos \psi}{\beta} Pl. \quad (16)$$

Наибольшие напряжения будут возникать в сечении у начала координат:

$$\sigma_{\max} = \frac{N_0}{A} + \frac{M_0}{W} = \frac{4P \cos \theta_0}{\pi d^2} + \frac{64kPl \cos \psi_0}{\beta \pi d^3}, \quad (17)$$

где  $A$ ;  $W$  - площадь и момент сопротивления поперечного сечения проводника;  $d$  - диаметр проводника.

Наибольшее отклонение проводника от оси у определятся из условия, что для точки  $C$  угол  $\theta_c = -\left(\frac{\pi}{2} + \gamma\right)$ . Напряжение от продольной силы значительно меньше, чем от изгибающего момента. Поэтому, пренебрегая первым слагаемым в уравнении (17), можно записать

$$\sigma_{\max} = \frac{M_0}{W} = \frac{\varepsilon_0 Ed}{2}, \quad (18)$$

где  $\varepsilon_0$  - кривизна проводника в начале координат.

Решение системы трансцендентных уравнений (13) и (15) довольно трудоемкое. Поэтому нами составлена программа решения этой системы на ЭВМ. По данным расчета на ЭВМ можно построить номограммы, по которым довольно легко определить наименьшую длину проводника при известном расстоянии  $b$  между контактами, пределе текучести  $\sigma_T$  и модуле упругости  $E$  для материала проводника и диаметре проводника  $d$ .

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Попов Е.П. Нелинейные задачи статики тонких стержней.-Л.-М.: Государственное издательство технико-теоретической литературы, 1948, - 170 с.