Пиотух И. Г., ст. преподаватель; Боровец Т. А., ассистент; Медяк Д. М., аспирант

## СТАТИСТИЧЕСКОЕ ОБОСНОВАНИЕ ФРАКТАЛЬНОСТИ СТРУКТУРЫ ПОВЕРХНОСТЕЙ ПЕЧАТНОГО КОНТАКТА

The article contains a technique of a parameter fraktal dimensions definition and statistical processing of research results of a paper and an offset blanket. The results received confirm fraktal character of structure of a printed paper surface and the offset blanket

Для исследования микроструктуры поверхности существуют различные методы. В данной работе для этой цели используется метод теории фракталов. Для того чтобы доказать возможность использования теории фракталов при описании микроструктуры поверхностей печатного контакта, необходимо показать, что исследуемые поверхности действительно обладают свойствами, присущими фрактальным поверхностям.

Для регулярных фракталов показатель фрактальной размерности входит в следующее выражение [1]:

$$N = \left( R/r_0 \right)^{D_{\rm HP}},\tag{1}$$

где N – количество шагов по профилограмме; R – длина базовой линии;  $r_0$  – масштаб или шаг;  $D_{\rm up}$  – показатель фрактальной размерности микропрофиля.

Для расчета необходимо определение переменных N, R,  $r_0$ , входящих в выражение (1). Участок профилограммы длиной R измеряют в слиницах масштаба  $r_0$  по прямой и по профилю, последовательно увеличивая масштаб  $r_0$ . В ретультате получают табличную зависимость количество шагов по профилю N от количества шагов по прямой  $R/r_0$ .

Для вычисления *D*<sub>пр</sub> логарифмируют выражение (1):

$$\ln N = D_{\rm np} \ln (R/r_0). \tag{2}$$

Далее представляют выражение (2) в виде

$$y = bx, \tag{3}$$

где 
$$y = \ln N$$
,  $b = D_{np}$ ,  $x = \ln(R/r_0)$ .

Уравнение (3) можно представить в более общем виде:

$$y = a + bx \,. \tag{4}$$

При исследовании реальных образцов возникает необходимость в предварительной обработке данных. Результатом исследования поверхности с помощью профилографа является ряд оцифрованных значений, которые записаны в виде текстового файла и могут далее обрабатываться при помощи специальных пакетов и программ. Самая первая ступень обработки фильтрация данных. Цель данной операции состоит в «выравнивании» полученного микропрофиля поверхности, т. е. избавление от глобальных макронеровностей поверхности, которые будут затруднять расчеты по профилю. На рис. 1 приведен полученный на профилографе микропрофиль мелованной бумаги Кут Ex Cote Matt. Очевидно, что выступ поверхности и спад второй части профиля будут негативно влиять на его геометрическое исследование. Таким образом, на данном профиле можно выделить два характерных участка А и В. Для значений каждого участка строятся линии тренда. В приведенном случае оба участка апроксимируются параболическими πиниями: A -- 0,77052 + 0,09765x - 1,94294E-4x<sup>2</sup>;





В — 3,69467 + 0,00327x – 1,56443E-5 $x^2$ . Посредством вычитания парабол из данных микропрофиля можно получить выровненный микропрофиль участка рис. 2.

Следующий шаг в определении фрактальных размерностей микропрофиля — статистическая обработка полученных результатов. Для этого для каждого исследуемого вида печатной бумаги или офсетного полотна были проведены три параллельных опыта по измерению профиля поверхности. При этом измерялись количество шагов по прямой и по профилограмме. Причем получаемый результат во многом зависел от величины изменения шага, с которым проходили по профилю. На рис. З показана зависимость величины дисперсии относительно прямой от величины изменения шага. Очевидно, что в диапазоне значений от 0,5 до 1,0 данной величины находятся наименьшие значения дисперсии, значит, при прохождении профиля с данным размахом циркуля будет получена зависимость, наиболее приближенная к прямой.

Полученные данные позволили в пакете компьютерной научной графики Origin построить зависимости длины участка микропрофиля от его размера по прямой и определить коэффициенты уравнения линейной регрессии. В соответствии с формулами (3) и (4) фрактальные размерности микропрофилей равны коэффициенту *b* или тангенсу угла наклона прямой, проведенной по методу наименьших квадратов. В качестве примера на рис. 4 представлена в логарифмических координатах зависимость длины участка микропрофиля от его размера по прямой для газетной бумаги АО «Волга».

Тот факт, что экспериментальные данные хорошо аппроксимируются линейной зависимостью, подтверждает фрактальный характер микроструктуры бумаги и офсетного полотна. Силу линейной связи между x и y характеризует коэффициент корреляции [3]. Для построения 95%-ных доверительных интервалов по таблице [4] учитывается число степеней свободы v = n - 2 = 8 и доверительной вероятности  $(1 - \alpha) = 0.95$ , по ним определяется критическое значение статистики t = 2,306.

На основании полученных экспериментальных данных определяют дисперсии воспроизводимости и адекватности. Для сравнения дисперсий нормальных распределений, вычисленных на основании выборочных данных, определяют критерий Фишера  $F_p$ , с помощью которого проводят проверку адекватности.





## Статистическая обработка результатов эксперимента

			1					
	Коэффициент	Коэффициент	Коэффици-	Дисперсия	Дисперсия	Критерий		
Вид бумаги	линейной	линейной	ент корре-	Sv	$S_{ m ad}$	Фишера,		
	регрессии $a \pm \alpha$	регрессии $b \pm \beta$	ляции, R			F <sub>p</sub>		
Мелованная бумага								
Юнион Арт	$-0,320 \pm 0,090$	$1,504 \pm 0,046$	0,996	0,014	0,028	2,044		
Юнион Силк	$0,230 \pm 0,150$	$1,361 \pm 0,047$	0,995	0,019	0,033	1,767		
Люми Арт	$0,096 \pm 0,095$	$1,064 \pm 0,054$	0,990	0,030	0,044	1,492		
Люми Силк	$-0,677 \pm 0,145$	$1,563 \pm 0,048$	0,996	0,014	0,031	2,197		
Картон Малмеро	$0,264 \pm 0,168$	$1,397 \pm 0,054$	0,994	0,016	0,037	2,308		
Kym Ex Cote	$-0,602 \pm 0,077$	$1,282 \pm 0,023$	0,999	0,010	0,006	0,569		
Kym Ex Cote Matt	$-0,408 \pm 0,117$	$1,439 \pm 0,052$	0,995	0,021	0,037	1,766		
Bereg Top Silk	$-0,335 \pm 0,099$	$1,446 \pm 0,033$	0,998	0,008	0,013	1,681		
Bereg Top Gloss	$-0,530 \pm 0,070$	$1,359 \pm 0,025$	0,999	0,019	0,008	0,426		
Magnostar	$-0,639 \pm 0,037$	$1,237 \pm 0,010$	0,999	0,002	0,001	0,557		
Magnomatt Satin	$-0,520 \pm 0,081$	$1,324 \pm 0,021$	0,999	0,019	0,004	0,208		
Офсетная бумага								
Офсетная №1	$-0,485 \pm 0,168$	$1,765 \pm 0,073$	0,993	0,044	0,078	1,798		
Дата Копи	$-0,168 \pm 0,112$	$1,322 \pm 0,032$	0,998	0,008	0,018	2,139		
Кондопогского ЦБК	$0,650 \pm 0,136$	$1,606 \pm 0,074$	0,992	0,052	0,088	1,688		
Газетная бумага								
АО «Волга»	$-0,538 \pm 0,110$	$1,862 \pm 0,064$	0,995	0,032	0,065	2,051		
Балахнинского ЦБК	$-0,778 \pm 0,135$	$1,756 \pm 0.053$	0,996	0,027	0,039	1,465		
Цв. Балахнин. ЦБК	$0,245 \pm 0,142$	$1,658 \pm 0,083$	0,990	0,047	0,109	2,330		
Офсетное полотно								
FTC-Crystal	$-0,029 \pm 0,122$	$1,476 \pm 0,042$	0,997	0,016	0,021	1,356		
FTC-Ruby-UV	$1,268 \pm 0,088$	$1,420 \pm 0,035$	0,998	0,007	0,016	2,431		
FTC-Airprint-news	$2,452 \pm 0,095$	$1,400 \pm 0,060$	0,993	0,029	0,051	1,754		
Unterlagtuch	$2,559 \pm 0,079$	$1,324 \pm 0,035$	0,997	0,008	0,016	2,111		
3 PLY Compress	$-1,079 \pm 0,091$	$1,437 \pm 0,025$	0,999	0,009	0,006	0,683		
4 PLY Compress	$-0,927 \pm 0,137$	$1,452 \pm 0,036$	0,998	0,007	0,012	1,769		
4-слойное, 3610	$-0,527 \pm 0,118$	$1,565 \pm 0,040$	0,997	0,014	0,020	1,476		

Гипотеза об адекватности уравнения регрессии считается справедливой, если [3, 4]

$$F_{\rm p} \le F(q, f_{\rm ag}), \qquad (5)$$

где F – табличное значение критерия Фишера для определенного уровня значимости q и числа степеней свободы  $f_{an}$ .

При проведении трех параллельных испытаний, объеме выборки, равном 10, и числе значимых коэффициентов регрессии, равном 2, получаем q = 20,  $f_{aa} = 8$ . Табличное значение критерия Фишера при уровне значимости 0,05 для данных значений параметров равно F = 2,447 [2]. Результаты статистической обработки приведены в табл. 1. Расчетные значения критерия Фишера для всех видов печатных бумаг и офсетных полотен меньше табличного значения. Данное обстоятельство указывает на адекватность полученных уравнений регрессии. Следующим шагом служит

переход от фрактальной размерности микропрофиля к фрактальной размерности поверхности, результаты расчета сведены в табл. 2. При этом учтено, что точностные параметры фрактальных размерностей должны сохраняться.

Печатная бумага представляет собой сложную гетерогенную структуру, состоящую из отдельных волокон, частиц наполнителя и других компонентов, свойства которой зависят от большого числа факторов, связанных с характером сырья и используемых вспомогательных материалов, с технологией и условиями их переработки, с технологическими параметрами отлива, прессования, сушки и отделки бумаги. Анализируя полученные значения фрактальной размерности поверхности мелованных бумаг, можно сказать, что они варьируются в довольно широких пределах: от практически «плоской» поверхности бумаги Люми Арт до сильно развитой Юнион Арт. Фрактальные размерности поверхности бумаги

Вид бумаги	Фрактальная размерность микропрофиля бумаги, <i>D</i> <sub>пр</sub>	Ошибка измерения <i>D</i> <sub>пр</sub> , %	Фрактальная размерность поверхности бумаги, D
Мелованная бумага	<b>.</b>	· · · · ·	L
Люми Арт	$1,064 \pm 0,054$	5,075	$2,064 \pm 0,105$
Юнион Силк	$1,361 \pm 0,047$	3,453	$2,361 \pm 0,082$
Юнион Арт	$1,504 \pm 0,046$	3,059	$2,504 \pm 0,077$
Люми Силк	$1,563 \pm 0,048$	3,071	$2,563 \pm 0,079$
Картон Малмеро	$1,397 \pm 0,054$	3,865	$2,397 \pm 0,093$
Kym Ex Cote	$1,282 \pm 0,023$	1,809	$2,282 \pm 0,041$
Kym Ex Cote Matt	$1,439 \pm 0,052$	3,643	$2,439 \pm 0,089$
Bereg Top Silk	$1,446 \pm 0,033$	2,289	$2,446 \pm 0,056$
Bereg Top Gloss	$1,359 \pm 0,025$	1,847	$2,359 \pm 0,044$
Magnostar	$1,237 \pm 0,010$	0,784	$2,237 \pm 0,018$
Magnomatt Satin	$1,324 \pm 0,021$	1,578	$2,324 \pm 0,037$
Офсетная бумага			
Офсетная бумага № 1	$1,765 \pm 0,073$	4,136	$2,765 \pm 0,114$
Дата Копи	$1,322 \pm 0,032$	2,421	$2,322 \pm 0,056$
Кондопогского ЦБК	$1,606 \pm 0,074$	4,608	$2,606 \pm 0,120$
Газетная бумага			
АО «Волга»	$1,862 \pm 0,064$	3,437	$2,862 \pm 0,098$
Балахнинского ЦБК	$1,756 \pm 0,053$	3,018	$2,756 \pm 0,083$
Цв. бумага Балахнинского ЦБК	$1,658 \pm 0,083$	5,006	$2,658 \pm 0,133$
Офсетное полотно			
FTC-Crystal	$1,476 \pm 0,042$	2,826	$2,476 \pm 0,070$
FTC-Ruby-UV	$1,420 \pm 0,035$	2,478	$2,420 \pm 0,060$
FTC-Airprint-news	$1,420 \pm 0,060$	4,231	$2,420 \pm 0,102$
Unterlagtuch	$1,324 \pm 0,035$	2,637	$2,324 \pm 0,061$
3 PLY Compress	$1,437 \pm 0,025$	1,726	$2,437 \pm 0,042$
4 PLY Compress	$1,452 \pm 0,036$	2,500	$2,452 \pm 0,061$
4-слойное, 3610	$1,565 \pm 0,040$	2,569	$2,565 \pm 0.066$

Для офсетных бумаг характерны более высокие значения фрактальной размерности, чем для мелованных, и приближаются к показателям газетных бумаг. Наиболее высокие значения фрактальной размерности присущи газетным бумагам, данный факт объясняется значительно более развитой структурой поверхности данного вида бумаг, характер которых обусловлен технологией изготовления.

Показатели фрактальной размерности для офсетных полотен лежат в достаточно узком интервале значений, что свидетельствует об однотипности поверхностных структур. Значительную роль играет в этом тот факт, что механизм создания шероховатой поверхности офсетного полотна заключается в создании искусственной нерегулярной шероховатости на поверхности посредством введения добавок при изготовлении и шлифовке резины. Проведенные исследования продемонстрировали, что поверхности печатного контакта обладают фрактальными свойствами и показатель фрактальной размерности может быть использован как характеристика поверхностных структур бумаги и офсетного полотна.

## Литература

1. Кулак М. И., Пиотух И. Г., Позднев Г. Н. Фрактальный подход к описанию микроструктуры печатной бумаги // Квалилогия книги: Сб. науч. работ. — Львов, 1998. — С. 24–25.

2. Микулик Н. А., Рейзина Г. Н. Решение технических задач по теории вероятностей и математической статистике. — Мн.: Вышэйшая школа, 1991. — 164 с.

3. Кафаров В. В. Методы кибернетики в химии и химической технологии. — М.: Химия, 1985. — 448 с.

4. Герасимович А. И. Математическая статистика. — Мн.: Высшая школа, 1983. — 280 с.