УДК 539.12

Д.В. Кленицкий, канд. физ.-мат. наук

РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ПО МНОЖЕСТВЕННОСТИ ВТОРИЧНЫХ ЧАСТИЦ В МОДЕЛИ СТАТИСТИЧЕСКОГО БУТСТРАПА

The multiplicity distribution in the limited cells of the phase space is calculated in the framework of the statistical bootstrap model. The behavior of this multiplicity distribution is governed by the existence of a singularity of the model at some critical temperature where the phase transition from hadrons to a quark – gluon plasma is expected.

В неупругих адронных взаимодействиях при высокой энергии рождается большое количество частиц. Это явление было открыто еще в 30-е гг. XX века в космических лучах. Оно указывает на сложную структуру адронов (элементарных частиц, участвующих в сильных взаимодействиях) и достаточно сложный механизм их взаимодействия. Теоретически до сих пор не удается описать даже основные характеристики процесса множественного рождения, например, распределение событий по числу вторичных частиц (множественность).

Общепринятой сейчас является кварковая модель строения адронов. Адроны, состоящие из трех кварков, называют барионами, а из кварка и антикварка — мезонами. Эти конституенты, или партоны, называются валентными. Они составляют как бы скелет частицы, например, задают ее основные квантовые числа. Кварки несут заряд сильного взаимодействия, который называется цветом. Они связаны в адроне цветным глюонным полем. При взаимодействии адронов большой энергии их конституенты рассеиваются и удаляются друг от друга, пытаясь покинуть область взаимодействия. В процессе их перерассеяния образуются новые кварки и глюоны — возникает каскад партонов. Между кварками натягиваются струны цветного глюонного поля. При большом растяжении струны рвутся. В точках разрыва образуются кварк-антикварковые пары, которые объединяются в адроны (процесс адронизации). Использование квантовой хромодинамики (КХД) — теории сильных взаимодействий — для описания результатов эксперимента со многими частицами является весьма ограниченным. Многочастичные процессы вовлекают множество частиц и таким образом множество переменных для описания конечных состояний, что, в свою очередь, не позволяет вычислять амплитуды рассеяния в терминах феймановских диаграмм в пертурбативном разложении. Кроме того, применение КХД к мягким процессам с малыми передачами импульсов (процессам адронизации), в результате которых образуются адроны, также вызывает трудности. Это связано с тем, что мы плохо понимаем проблему конфаймента (запирания) кварков, связанную с сильными непертурбативными эффектами. В теории множественного рождения это приводит к необходимости феноменологического описания перехода кварков и глюонов в наблюдаемые на эксперименте адроны.

Процесс множественного рождения характеризуется большим количеством параметров и свойств. Имеется обширный экспериментальный материал о распределении событий взаимодействия адронов по множественности вторичных частиц, по углу и энергии. Эти данные позволяют проверять и развивать теоретические модели, описывающие превращение партонов в адроны. Установлено, что при взаимодействии тяжелых ядер (свинец, золото) при энергии в системе центра масс 20–130 ГэВ часть вторичных частиц термализуется, то есть ведет себя как газ в равновесном состоянии. Этот процесс достаточно хорошо описывается законами статистической термодинамики. Применение статистических и термодинамических подходов к процессам множественного рождения стимулировали развитие как теоретических, так и экспериментальных исследований в физике высоких энергий. Целый ряд достижений этого направления находит в настоящее время применение в задачах теоретического описания коллективных взаимодействий кварков и глюонов на расстояниях порядка размера адрона, где взаимодействие адронных составляющих велико и не может быть описано по теории возмущения. Следует отметить, что возможность статистического описания ансамбля сильно взаимодействующих частиц впервые была рассмотрена в работах Л. Д. Ландау, И. Я. Померанчука и Е. Ферми. Сейчас используется этот же подход, дополненный знаниями о свойствах адронной материи при высоких температурах и плотностях.

Таким образом, в области взаимодействия материя может находиться в двух равновесных фазовых состояниях: в виде газа адронов и в виде газа кварков и глюонов. Последнюю фазу называют кварк-глюонной плазмой. Предполагается, что она может образовываться в реакциях множественного рождения при плотности вещества, в 5–10 раз превышающей плотность ядерной материи в невозбужденном состоянии. Поиску кварк-глюонной плазмы посвящено большое количество экспериментальных и теоретических работ.

Целью данной работы является вычисление распределения по множественности в модели статистического бутстрапа. Это статистическая модель сильных взаимодействий основана на наблюдении, что адроны являются не только связанными состояниями, но также распадаются на такие состояния, если они являются достаточно тяжелыми. Это привело к концепции возможно неограниченной последовательности все более тяжелых связанных состояний, каждое из которых может быть составной частью еще более тяжелого адрона, в то же время являясь составленной из более легких частиц [1]. Все эти состояния называют кластерами и различают их по массам. Пион в такой картине является самым легким «одночастичным кластером». Мы будем рассматривать упрощенную версию модели, пренебрегая барионами и странными частицами, так что единственными частицами, из которых строятся кластеры, являются пионы. Мы также используем статистику Больцмана, применение которой здесь может быть оправдано. Важной особенностью модели является существование критической температуры T_0, которую интерпретируют как точку фазового перехода адронов в кварк-глюонную плазму. Температура T_0 является предельной температурой, доступной только асимптотически при больших энергиях. Фаза кварков и глюонов в модели статистического бутстрапа не появляется, и модель не претендует на ее описание.

Распределение по множественности частиц, которые рождаются в результате распада кластеров, является суперпозицией распределений по множественности от каждого кластера с пуассоновским распределением для числа кластеров, рожденных в столкновении:

$$P_n = \sum_N P_N \delta_K \left(n - \sum_{i=1}^{N} n_i \right) \prod_{i=1}^{N} R_{n_i} , \qquad (1)$$

где P_N – распределение для числа кластеров (вероятность, что в процессе образуется N кластеров); δ_K – символ Кронекера (суммирование ведется по таким совокупностям $\{n_i\}$, которые удовлетворяют условию $\sum_{i=1}^{N} n_i = n$); R_{n_i} – вероятность, что кластер распадется на n_i частиц. Заметим, что распределения P_n, P_N, R_n нормированы на единицу:

$$\sum_{n=0}^{\infty} P_n = 1, \; \sum_{N=0}^{\infty} P_N = 1, \; \sum_{n=0}^{\infty} R_n = 1 .$$

Предполагая равновесие кластеров, в работе [2] было получена производящая функция для распределения (1) в ограниченных ячейках фазового пространства. Она имеет следующий вид:

$$Q(\lambda) = \exp\left[\overline{N}_\Delta \left(\frac{G((\lambda\gamma + 1 - \gamma)z)}{G(z)} - 1 \right) \right], \qquad (2)$$

где $\overline{N}_\Delta$ – среднее число кластеров, которые могут дать вклад в выделенную ячейку фазового пространства; γ – вероятность, что пион будет находиться в данной ячейке фазового пространства; $z(T)$ – статистическая сумма для пиона, является функцией температуры; $G(z)$ – хорошо определенная функция, статистическая сумма для одного кластера.

Используя (2), найдем вероятность P_n того, что в данной ячейке будет n частиц. Согласно определению производящей функции вероятности P_n являются коэффициентами при λ^n в степенном разложении $Q(\lambda)$:

$$Q(\lambda) = \sum_{n=0}^{\infty} P_n \lambda^n . \qquad (3)$$

Обычный способ нахождения P_n, дифференцирование производящей функции, является сложным. Однако мы можем найти рекуррентное соотношение между вероятностями. Продифференцируем (2) по λ:

$$Q'(\lambda) = Q(\lambda) \frac{\overline{N}_\Delta}{G(z)} \gamma z \frac{dG(y)}{dy}_{|y=(\lambda\gamma+1-\gamma)z} . \qquad (4)$$

Подставим в (4) определение функции (3) и разложение функции $G(z)$ в виде ряда

$$G(z) = \sum_{n=0}^{\infty} g_n z^n , \qquad (5)$$

где g_n – хорошо определенные коэффициенты, они определяют число возможных вариантов распада кластера, которые ведут к n пионам. Мы придем к следующему рекуррентному соотношению:

$$nP_n = \frac{\overline{N}_\Delta}{G(z)} \gamma z \sum_{k=1}^{n-1} \frac{(z\gamma)^{k-1}}{(k-1)!} G^{(k)}(z(1-\gamma)) P_{n-k} , \qquad (6)$$

$$P_1 = \frac{\overline{N}_\Delta}{G(z)} \gamma z G'(z(1-\gamma)) P_0 , \qquad (7)$$

где $G^{(k)}(z) = d^k G(z) / dz^k$ и P_0 имеет вид

$$(P_0 = Q(\lambda = 0)) .$$

$$P_0 = \exp\left[\overline{N}_\Delta \left(\frac{G((1-\gamma)z)}{G(z)} - 1 \right) \right]. \qquad (8)$$

Рассмотрим выражения (6)–(8) вблизи точки фазового перехода адронов в кварк-глюонную плазму при $T \to T_0$. В этом случае функция $G(z)$ и ее k-тая производная имеют вид

$$G(z) \simeq G_0 - \sqrt{z_0 - z}\,; \qquad (9)$$

где $(2k-3)!! = 1 \cdot 3 \cdot \ldots \cdot (2k-3)$ и $G_0 = \ln 2$, $z_0 = 2\ln 2 - 1$. Подставим (9), (10) в выражения (6)–(8) получим

$$nP_n = \frac{\overline{N}_\Delta \sqrt{\gamma z_0}}{G_0} \sum_{k=1}^{n-1} \frac{(2k-3)!!}{(k-1)!2^k} P_{n-k}. \qquad (11)$$

$$P_1 = \frac{\overline{N}_\Delta \sqrt{\gamma z_0}}{2G_0} P_0\,; \qquad (12)$$

$$P_0 = \exp\left[-\frac{\overline{N}_\Delta \sqrt{\gamma z_0}}{2G_0} \right]. \qquad (13)$$

Заметим, что распределение (11) зависит от величины $\overline{N}_\Delta \sqrt{\gamma z_0} / 2G_0$.

Задавая параметры модели $\overline{N}_\Delta$ и γ, мы можем вычислить распределение по множественности, используя рекуррентное соотношение (11). На рисунке показано асимптотическое распределение по множественности для некоторых параметров.

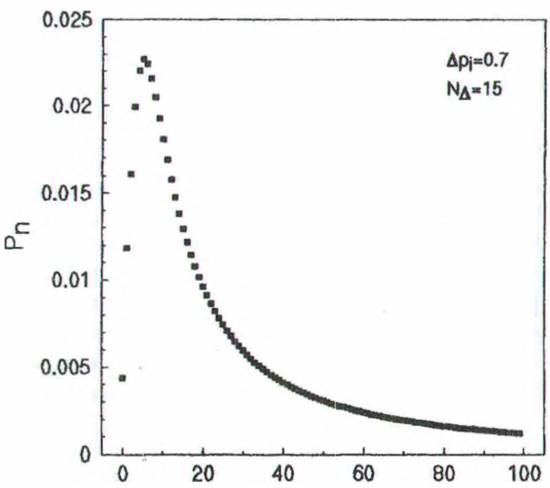

Рисунок. Асимптотическое распределение по множественности в модели статистического бутстрапа

Распределение по множественности получено при предположении статистического равновесия. Уравнения модели предсказывают, что плотность энергии адронного газа является незначительным при $T/T_0 \le 0.5$, но когда $T/T_0 \ge 0.8$ плотность энергии быстро растет, при этом тепловое рождение частиц становится значительным [3]. Поэтому, даже если малая часть полной энергии будет термализована, температура для всех рожденных кластеров должна быть порядка $0.8 \le T/T_0 \le 1$. Это позволяет надеяться, что локальное равновесие может быть достигнуто в сопутствующих лоренцевских системах отсчета, а именно в малых интервалах быстроты вдоль оси столкновения.

В работе [4] было показано, что модель статистического бутстрапа хорошо описывает экспериментальные данные в полном фазовом пространстве в протон протонных и протон антипротонных столкновениях при энергиях от $\sqrt{s} = 7.87$ до 900 ГЭВ. Способность модели фитировать экспериментальные данные в ограниченных ячейках фазового пространства на основе выражения (11) могла бы служить дополнительным доказательством (непрямым) в пользу фазового перехода кварк-глюонной плазмы в адроны [5].

Литература

1. Hagedorn R. Statistical thermodynamics of strong interactions at high energies // Suppl. Nuovo Cimento. – 1965. – Vol. 3, no. 2. – P. 147–186.

2. Кленицкий Д. В., Кувшинов В. И. Локальные флуктуации множественности в модели статистического бутстрапа // Ядерная физика. – 1996. – Т. 59, N 1. – С. 138–143.

3. Hagedorn R., Rafelski J. Hot hadronic matter and nuclear collisions // Phys. Lett. – 1980. – Vol. B97, no. 1. – P. 136–142.

4. Burgers G. J. H., Fuglesang G., Hagedorn R. Multiplicity distributions in hadron interactions derived from the statistical bootstrap mo-del // Z. Phys. – 1990. – Vol. C46, no. 3. – P. 465–480.

5. Бабичев Л. Ф., Кувшинов В. И., Кленицкий Д. В. Распределение по множественности в ограниченных быстротных интервалах при фазовом переходе КГП адроны // В сб. научных трудов «Ковариантные методы в теоретической физике». – Мн. – Вып. 5. – С. 39–43.