

66
С 54

Ленинградский технологический институт
им. Ленсовета

На правах рукописи

СОБИН ВЛАДИМИР МАРТЬНОВИЧ

66.02

ТЕПЛОМАССООБМЕН В ПЛЕНОЧНЫХ АППАРАТАХ
ХИМИЧЕСКОЙ ТЕХНОЛОГИИ

Специальность 05.17.08 - Процессы и аппараты
химической технологии

А В Т О Р Е Ф Е Р А Т
диссертации на соискание ученой степени
доктора технических наук

Санкт-Петербург - 1991

Работа выполнена в Белорусском ордена Трудового Красного Знамени технологическом ин-те им. С.М.Кирова и во Всесоюзном научно-исследовательском и проектно-конструкторском ин-те микробиологических производств.

Официальные оппоненты:

доктор технических наук,
проф. ДОМАРСКИЙ Игорь Васильевич

доктор технических наук,
проф. ХОШТАНОВ Леонид Петрович

доктор технических наук,
проф. ГАЛИЦЫНСКИЙ Борис Мефодьевич

Ведущая организация: Всесоюзный н.-и. и проектно-конструкторский ин-т микробиологической техники (ВНИИВистехника), г.Москва.

Защита диссертации состоится _____ ноября _____ 1991 г.
на заседании Специализированного совета Д 063.25.02 Ленинградского технологического института им. Ленсовета по адресу: 199318, Санкт-Петербург, Загородный проспект, 49.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке института.

Автореферат разслан _____ 11 октября _____ 1991 г.

Ученый секретарь _____
специализированного совета,
кандидат технических наук, доц.

В.П. ИСАКОВ

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность проблемы. Проблема современных технологий и теплообмена - способы их дальнейшей интенсификации. Перспективный способ интенсификации разнообразных процессов теплообмена с одновременным снижением энергетических затрат - проведение в пленках жидкости, свободно стекающих по различным поверхностям или движущихся под воздействием газового (парового) потока.

Пленочное течение жидкости используется в аппаратах химической, пищевой, энергетической, микробиологической промышленности; в областях новой техники, таких, как авиационная, ракетная, атомная и др. Область использования пленочного теплообмена многогранна и все более расширяется. На актуальность этой тематики указывает и то, что она предусмотрена программами и координационными планами ряда вузов, отраслевых и академических институтов.

Кроме практического интереса изучение процессов в пленках жидкости представляет большой научный интерес для развития теоретической гидромеханики, турбулентности со свободной границей, для прогресса расчетов в неадиабатной теплопроводности, пограничных слоях, каналах и, в целом, для развития моделирования.

Усилиями многих ученых к настоящему времени получены важные результаты. Однако из-за большой сложности, вызванной наличием свободной деформируемой поверхности, состоянием которой во многом определяется протекание отдельных процессов, еще ряд вопросов остается слабо изученным. Это относится к расчету теплообмена на начальных участках при различных граничных условиях и с учетом влияния турбулентности, волнообразования, касательного напряжения на поверхности пленки, изменения физических свойств и особенностей теплообмена, протекающих со стороны твердой стенки и свободной поверхности. Кроме того, отсутствует комплексное исследование, в котором процессы теплообмена и массообмена рассмотрены с единых позиций, что препятствует разработке обобщенных методов расчета таких аппаратов и сдерживает их внедрение в промышленность.

В экспериментах преимущественно фиксировались интегральные характеристики, которые мало способствуют пониманию механизма процессов и из-за неоправданных допущений часто носят противоречивый характер. Теоретический подход приводит к значительно большей информации о явлении, но связан с необходимостью разработки адекватных моделей теплообмена и разрешения возникающих математических трудностей. Возможности точных методов ограничены

БИБЛИОТЕКА БТИ
им. С. М. Кирова

узким классом задач, и приходится использовать численные и приближенные методы. Здесь особое значение приобретают приближенные методы, не требующие суммирования членов ряда, способствующие более глубокому пониманию механизма процесса, обладающие высокой оперативностью и информативностью. Однако достаточно общий приближенный метод для решения таких задач отсутствует и его разработка, сама по себе, представляет актуальную проблему.

Основные разделы работы выполнялись в соответствии с координационным планом АН СССР "Разработка научных основ создания новых процессов и аппаратов химической технологии и методов интенсификации существующих процессов", подраздел I.2, пункты "б" и "г" (Постановление Президиума АН СССР от 6 апреля 1978г., № 150).

Цель работы:

- выполнить с единых позиций комплексное теоретическое исследование тепломассообмена на начальных участках при пленочном течении жидкости в аппаратах; установить особенности моделирования отдельных процессов; предложить несколько физических моделей процессов; проанализировать и обобщить имеющиеся экспериментальные данные, объяснить их противоречивость; получить новые данные;
- предложить достаточно общий новый приближенный метод, который является инструментом исследования, и на его основе получить решения многих задач тепломассообмена на начальных участках при течении ламинарных и турбулентных пленок в различных условиях и воздействии осложняющих факторов, а также для нелинейной нестационарной теплопроводности и ламинарного пограничного слоя, обладающих большой общностью и взаимосвязанных между собой;
- получить ряд инженерных зависимостей, удобных для расчета указанных процессов при различных режимах и воздействиях.

Научная новизна. Совокупность разработанных в работе теоретических положений является новым крупным достижением в обосновании, моделировании и расчете тепломассообмена с учетом влияния различных факторов в пленочных аппаратах.

Впервые:

- в нетрадиционной форме предложен новый интегральный двухпараметрический метод решения и на его основе получены основные результаты;
- установлены следующие новые факты:
 - а) глубокой взаимосвязи профилей скорости, температур, кон-

центраций в процессах нестационарной теплопроводности, пограничного слоя и при течении в пленках, каналах и трубах;

б) существования переходного участка, на котором происходит окончательная стабилизация соответствующих профилей;

в) взаимосвязи степенного и экспоненциального профилей;

г) различия интенсивности процессов абсорбции и десорбции газа жидкостью;

д) существования автомодельного режима течения пленки жидкости при воздействии газа;

- предложено несколько физических моделей теплообмена.

Впервые получены приближенные аналитические решения задач:

- нелинейной нестационарной теплопроводности для полуграничных и ограниченных тел;

- гидродинамики и теплообмена в ламинарном пограничном слое в обобщенном виде для градиентных течений, с учетом температурного изменения вязкости, движения поверхности, развития течения в пленке и др.;

- теплообмена на термическом начальном участке при ламинарном стекании пленки с учетом кривизны цилиндрической поверхности, температурного изменения вязкости, в сопряженной постановке и входящем течении пленки;

- теплообмена на термическом начальном участке при турбулентном стекании пленки и граничных условиях первого, второго рода и с учетом температурного изменения вязкости;

- теплообмена на термическом начальном участке при испарении ламинарных, ламинарно-волновых и турбулентных стекающих пленок жидкости;

- теплообмена при испарении турбулентных пленок жидкости, движущихся под действием газового (парового) потока;

- нелинейного массообмена при ламинарном стекании пленки с учетом концентрационного изменения коэффициента диффузии;

- совместного теплообмена при неизотермической абсорбции в стекающих пленках при постоянных физических свойствах и с учетом температурного изменения коэффициентов вязкости и диффузии;

- массообмена на диффузионном начальном участке в ламинарной ламинарно-волновой и турбулентной пленке при ее стекании и течении под действием газового потока в режимах прямотока;

- сформулирована концепция интенсификации теплообмена начальными участками в пленочных аппаратах.

Практическое значение и реализация работы. На основе решения уравнений разработаны методы расчета основных характеристик теплообмена на начальных участках при течении жидкости в ламинарных, ламинарно-волновых и турбулентных пленках, стекающих или движущихся под действием газового (парового) потока с учетом нелинейных эффектов, профиля скорости, влияния граничных условий, геометрии течения для процессов нагрева, охлаждения, испарения, конденсации, абсорбции, десорбции, ректификации, неизоэнтальной абсорбции; при течении в ламинарных пограничных слоях, каналах, трубах, а также в нестационарной теплопроводности.

Результаты представлено в виде формул, позволяющих учесть указанные факторы и удобных для инженерных расчетов соответствующих процессов и теплообменного оборудования.

Для аппаратов с новыми поверхностями, имеющими разрывы, препятствия, регулярную шероховатость и т.д., конструктивные особенности которых могут быть учтены наложением влияния отдельных факторов, окажутся полезными полученные формулы и концепция интенсификации теплообмена начальными участками. На таких поверхностях вновь и вновь образуются новые пограничные слои, и теплообмен интенсифицируется в несколько раз.

Основная сущность концепции заключается в следующем: 1. Необходимо проводить процессы теплообмена на начальных участках. 2. Начальные участки создаются зонами перемешивания жидкости в пленке. 3. Зоны перемешивания - это разрывы поверхности и препятствия на ней, регулярная шероховатость и другие специальные устройства. 4. Создавая последовательное натекание пленки по горизонтальным трубам. 5. Повышая турбулизацию течения (воздействием газа (пара) и других физических полей).

Предложены аппараты (а.с. № 978895, 1331543) и контактное устройство (положительное решение от 27.09.90 г. по заявке 4753904 (III927) от 22.08.89 г.), в которых реализуется капельный и пленочный режимы взаимодействия газа и жидкости. Аппараты могут быть использованы в качестве теплообменников, конденсаторов, абсорберов и аэраторов.

Полученные данные использованы в различных организациях при проектировании и расчете высокоэффективных пленочных аппаратов:

1) на Гродненском производственном объединении "Азот" - для ох-

ладения нитрозных газов при нисходящем течении фаз; 2) при внедрении массообменного аппарата для десорбции сероводорода из подземных вод при противоточном течении пленки и воздуха; 3) на Светлогорском заводе искусственного волокна - для расчета процесса обезвоздушивания вискозы, стекающей по внутренней поверхности конической поверхности; 4) на Шумерлинском химическом заводе - для интенсификации процесса теплообмена в пленочных испарителях за счет улучшения распределения жидкости в пленку по трубам и снижения гидравлического сопротивления испарительного тракта при получении экстракта дубильного дубового; 5) на СПО "Алтайхимпром" совместно с ГИПХ - при расчете и проектировании ректификационной колонны, оснащенной насадкой рулонного типа, - для разделения фторорганических соединений. Соответствующие документы помещены в приложении.

Результаты диссертационной работы использовались при изложении лекционного курса по процессам и аппаратам химической технологии, а также в практических, лабораторных занятиях и курсовом проектировании для студентов Белорусского ордена Трудового Красного Знамени технологического института им.С.М.Кирова и используются при расчете и моделировании различных процессов тепло-массообмена во Всесоюзном научно-исследовательском и проектно-конструкторском институте микробиологических производств (ВНИИМП).

Апробация работы. Результаты работы доложены на: Всесоюзных конференциях по тепло-массообмену (Минск, 1972, 1984, 1988); Республиканской н.т.к. "Автоматич. конт. и управ. процессами" (Минск, 1979); Всесоюзн. совещ. "Абсорбция газов" (Чирчик, 1979; Гродно, 1983); Всесоюзн. совещ. "Пути совершен., интенсификация и повышение надежности аппар. в основ. химии" (Сумы, 1982, 1986); Всесоюз.совещ. "Работы в области массооб. процессов" (Севастополь, 1983); Всесоюзн. конф. "Современ.машины и аппар.хим.произв." (Чимкент, 1983); Всесоюзн. конф. "Новые проц. и оборуд. для получ. веществ реактивной квалификации" (Днепропетровск, 1985); Всесоюз. конф. "Процессы и аппар. для микробиол. произв." (Грозный, 1986, 1989); н.т.к. Белорусского технол. ин-та (Минск, 1970-1987); научных семинарах: лаборатории реофизики ИТМО (Минск, 1982); по теор.основ.хим.технол. (Москва, 1984); по теплофизике (Минск, 1984); ВНИИМП (Минск, 1986); по теплофизике Физико-техн.проблем.энергетики АН Литовской ССР (Каунас, 1987); лаборатории гидродин. и тепло-массообм. Энергетического ин-та АН СССР (Москва, 1987). Отдельные результаты работы

включены в программы Международных конференций "Модели и моделирование" 1983 (доклад), 1984 (4 доклада), 1985 (3 доклада), 1987 (5 докладов).

Публикации. Результаты, отраженные в диссертации, опубликованы в 54 работах, в том числе двух авторских свидетельствах.

Структура и объем работы. Диссертация состоит из введения, восьми глав, выводов, заключения, списка литературы и приложения; содержит 296 страниц машинописного текста, 109 рисунков, 23 таблицы, 414 литературных ссылок и 5 наименований приложения.

КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Введение. Обоснованы актуальность и направление работы, метод исследования; отмечена ее связь с координационными программами и планами, сформулирована цель исследования, показаны научная новизна и практическое значение полученных результатов.

I. СОВРЕМЕННОЕ СОСТОЯНИЕ МОДЕЛИРОВАНИЯ ПРОЦЕССОВ ТЕПЛОМАССОБМЕНА ПРИ НАЛИЧИИ СВОБОДНОЙ ПОВЕРХНОСТИ ГАЗ-ЖИДКОСТЬ.

Глава включает также краткий обзор волнового течения пленок жидкости. Сформулированы основные проблемы, методы решения и результаты. Показано, что без дополнительной эмпирической информации весьма затруднительно использовать имеющиеся данные по волнообразованию для конкретных расчетов тепломассообмена. Актуальной остается проблема разработки моделей волнообразования и, тем более, моделей тепломассообмена.

Основное внимание уделено моделированию процессов переноса через границу газ-жидкость в пленках жидкости. Представлена классификация процессов тепломассообмена в пленках жидкости по моделям переноса. Она включает 3 группы процессов тепломассообмена:

- 1) без фазового перехода, протекающий со стороны твердой стенки (нагревание, охлаждение, растворение);
- 2) с фазовым переходом через свободную поверхность (конденсация, испарение);
- 3) протекающий непосредственно через свободную поверхность (изотермическая и неизотермическая абсорбция и десорбция газов, охлаждение и нагрев газов пленкой жидкости).

В первой группе сопротивление сосредоточено вблизи твердой стенки, где и отмечается максимум теплового или массового потока. На свободной поверхности вток равен нулю, поэтому точное описа-

ние механизма переноса необходимо только около стенки. Здесь влияние волн практически отсутствует.

Во второй группе со стороны свободной поверхности необходим более правильный учет механизма, чем в первой группе. Однако здесь еще допустимы определенные неточности в представлении механизма со стороны свободной поверхности, т.к. основное сопротивление переносу сосредоточено около стенки.

Наконец, в третьей группе, где процессы полностью определяются состоянием свободной поверхности, необходимо детальное описание механизма переноса со стороны этой поверхности. В процессах изотермической абсорбции (десорбции) сопротивление переносу сосредоточено вблизи свободной поверхности, а механизм переноса со стороны стенки оказывает несущественное влияние. Доказательством того, что указанные процессы должны быть выделены в самостоятельную группу, может служить тот факт, что модели, развитые для конденсации, неприменимы в процессах изотермической и неизотермической абсорбции. Для процессов неизотермической абсорбции существенно влияние двух границ и необходимо детальное описание механизма переноса с каждой из них.

На основе литературных данных показано, что тепломассообмен при волнообразовании на свободной поверхности носит турбулентный характер. За счет волновых возмущений возникают значительные пульсации, особенно продольной скорости, и появляется дополнительный поперечный поток субстанции. На этой основе ниже развивается расчетная методика, которая является одним из простых подходов к этой сложной проблеме при естественных условиях волнообразования, однако дает неплохие результаты.

2. ХАРАКТЕРИСТИКА ИНТЕГРАЛЬНЫХ МЕТОДОВ, РАССМАТРИВАЕМЫХ ЗАДАЧ И ПРЕДЛАГАЕМОГО МЕТОДА РЕШЕНИЯ

Дан краткий обзор интегральных и близких к ним других прямых методов, объединенных основной идеей Л.В. Канторовича - сведение задачи к обыкновенному дифференциальному уравнению. Установлено, что отсутствует приближенный метод, который с одинаковым успехом можно применить к решению различных задач тепломассообмена.

Как известно, в интегральных и других прямых методах возникает трудный вопрос априорного выбора профиля поля, который неоднозначен, произволен и во многом основан на интуитивных соображениях. С целью улучшения методов используется ряд неочевидных прие-

мов: увеличение степени полинома, учет второй и третьей производных, введение дополнительных фирмпараметров, двукратное интегрирование исходного уравнения и т.д., что, однако, является малоэффективным.

Главная особенность профиля поля - первая производная на границе, от которой происходит перенос. Этой особенностью определяются важнейшие характеристики поля, такие, как касательное напряжение, тепловой или массовый поток, температура стенок и другие, представляющие основной интерес. В традиционных интегральных и других прямых методах главная особенность определяется косвенно из произвольно выбранной аппроксимирующей функции, что и обуславливает их основные недостатки. Недостатком интегральных методов является и то, что они основаны на интегральных уравнениях импульсов, энергии, массы, обладающих большой общностью и, в силу этого, содержащих информацию о поле только на границах, а не во внутренних точках. В результате теряются некоторые важные свойства дифференциального оператора. Так, в них отсутствует информация о распределении турбулентных вязкости, теплопроводности и диффузии.

С достаточной для инженерных расчетов точностью теплообмен в пленках жидкости описывается в приближении пограничного слоя системой уравнений в частных производных параболического типа. Это определяет глубокую внутреннюю связь, в частности, с задачами ламинарного пограничного слоя при обтекании тел и течениях в трубах, каналах и нестационарной теплопроводности, а также возможность единого подхода при решении. В общем случае эта система уравнений является нелинейной и взаимосвязанной. К таковым, например, относятся гидродинамика и теплообмен в ламинарном пограничном слое с учетом температурного изменения свойств, сопряженный теплообмен и массообмен, неизотермическая абсорбция и другие.

При дальнейших упрощениях задачу удастся свести к одному линейному или нелинейному дифференциальному или интегродифференциальному уравнению с наперед заданными граничными условиями.

В нетрадиционной форме предложен новый интегральный двухпараметрический (по числу определяемых неизвестных) метод решения прикладных задач нестационарной теплопроводности, ламинарного пограничного слоя и конвективного теплообмена при течениях жидкости в пленках, каналах и трубах.

Основная идея развиваемого метода состоит в прямом определении главной особенности профиля в процессе решения задачи. При

этом задается вид первой производной с неизвестным коэффициентом, который, в свою очередь, может быть постоянным или функцией продольной координаты, времени. Показано, что, если искать профиль поля в виде, например, полинома некоторой степени, то все его слагаемые должны содержать этот коэффициент.

При назначении профиля необходимо учитывать его основные особенности. Здесь, по-видимому, следует различать, по меньшей мере, пять разновидностей профилей:

1) без точки перегиба с монотонным возрастанием или убыванием (ламинарного и турбулентного теплообмена, ламинарного пограничного слоя при отрицательных градиентах давления, задачи теплопроводности);

2) с точкой перегиба, которые являются S-образными (теплообмен при охлаждении с учетом температурного изменения вязкости, отрыв ламинарного пограничного слоя);

3) с постоянным значением поля на второй границе (постоянная температура в задачах ламинарного испарения, теплопроводности);

4) содержащий логарифмическую функцию (задачи с цилиндрической симметрией, турбулентного испарения в пленках);

5) турбулентного гидродинамического пограничного слоя.

В работе полностью обоснован выбор первых трех и частично четвертой разновидностей. Наибольшее распространение имеют профили первой разновидности, которые, например, для процессов теплообмена на начальном участке итутся в виде

$$\theta = \theta_1 [1 - \eta/q(\eta)]^{n_1}, \quad (2.1)$$

а на стабилизированном участке - в виде

$$\theta = (\theta_1 - \theta_2)(1 - \eta)^{n_2}. \quad (2.2)$$

Выбор и обоснование профилей других разновидностей дается в последующих главах. Однако во всех случаях для профилей 1) - 4) производная на границе задается в виде $-\theta_1 n_1 / q$ или $-n_2(\theta_1 - \theta_2)$.

Сущность метода сводится к следующему. Для процессов гидродинамики и теплообмена на начальных участках или в первой стадии вводится соответствующий пограничный слой с толщиной q и назначается профиль, например, вида (2.1) с двумя неизвестными: коэффициентом в первой производной, который в дальнейшем называется параметром профиля n_1 , и толщиной q .

Если толщина является ограниченной (в пленках, каналах, тру-

бах), то дополнительно рассматривается стабилизированный участок. Начальный участок заканчивается при выходе пограничного слоя на вторую границу. На втором участке происходит изменение потенциала поля θ_2 в (2.2) и неизвестными принимаются другой параметр профиля N_2 и θ_2 . Строго говоря, между начальным и стабилизированным участками располагается переходный, обусловленный тем, что в конце начального участка профиль оказывается еще окончательно не развитым. Иногда он может составлять значительную длину и его необходимо специально учитывать.

Таким образом, на каждом участке для нахождения функций и параметров необходимы два исходных уравнения. В качестве таковых в методе принимаются интегральные уравнения, полученные из дифференциального по моментам нулевого и первого порядка относительно потенциала поля. Причем интегрирование на начальном участке осуществляется по толщине φ , а на стабилизированном участке - по всему полю.

Выбор второго уравнения обоснован тем, что оно является наилучшим в смысле метода Галеркина, обеспечивает наивысшую точность решения и в нем не теряются свойства оператора. В теории пограничного слоя оно называется уравнением механической энергии Лейбензонна.

Подставляя профили поля в исходные уравнения, приходим к обыкновенным дифференциальным уравнениям первого порядка. Интегрирование последних дает две тождественные зависимости для функции на каждом участке, а их сопоставление приводит к уравнению для определения параметров N_1, N_2 . Практически к тем же результатам приводит сопоставление не самих функций, а их производных, что представляется важным, т.к. второе уравнение более сложно и не всегда интегрируется в квадратурах.

В целом, такой подход приводит к качественно новому уровню, в значительной степени устраняя произвольность в назначении профиля, расширяя возможности метода, существенно повышая точность (иногда на порядок) решений.

В автомоделных задачах параметр N_1 не изменяется, а неавтомоделных он является функцией φ или ξ . В одних случаях эта зависимость является слабой, в других - довольно сильной, когда значения N_1 в пределах начального участка изменяются на несколько порядков. Примечательно, что само соотношение для N_1 , полученное сравнением двух уравнений, практически не зависит от производ-

ной dn/dx . Это позволяет легко его находить.

В различных задачах гидродинамики и теплообмена параметр n , может изменяться в широких пределах: от $n_1 = 0$ (отрыв пограничного слоя) до $n_1 = \infty$ (течение невязкозских жидкостей и турбулентный теплообмен). Интуитивно предсказать такие изменения n_1 и его значения не представляется возможным.

Метод не противоречит существующим, дополняя их и расширяя класс задач, решения которых могут быть доведены до квадратур. При этом в простых случаях решение задачи выражается алгебраическими соотношениями. В сложных случаях метод упрощает задачу, сводя ее к системе нескольких алгебраических или обыкновенных дифференциальных уравнений, решения которых легко получить стандартными численными методами.

Метод обобщен и на ряд других задач гидродинамики и теплообмена невязкозских жидкостей в пленках и пограничном слое, свободной конвекции. Во всех случаях показана высокая точность и эффективность метода, который по точности сравним с лучшими численными методами, но превосходит их по оперативности и информативности.

Получены общие решения ряда нелинейных нестационарных задач теплопроводности для полуграниченных и ограниченных тел, представляющих самостоятельный интерес.

Для полуграниченных тел рассмотрены следующие задачи: полиномиальное изменение коэффициентов теплопроводности λ и теплоемкости C от температуры; $\lambda = \theta^m$; режим с обострением, когда температура на границе в некоторый момент времени обращается в бесконечность, при $\lambda = \theta^m$; экспоненциальное изменение λ ; нелинейное граничное условие, соответствующее излучению.

Для ограниченных тел: линейное изменение λ в неограниченной пластине, одна сторона которой теплоизолирована, а на второй $\theta = 1$; линейное изменение λ и C в неограниченной пластине, на одной стороне которой $\theta = 0$, а на второй задан тепловой поток; сфера при $\lambda = \theta^m$, а на поверхности $\theta = 1$.

3. ГИДРОДИНАМИКА И ТЕПЛОБМЕН В ЛАМИНАРНОМ ПОГРАНИЧНОМ СЛОЕ

Полученные решения задач ламинарного пограничного слоя позволяют в явном виде установить связь с пленочными течениями и теплообменом, показать применимость метода и оценить его точность. Кроме того, они восполняют имеющиеся пробелы.

3.1. В соответствии с основной идеей метода исходными уравнениями для гидродинамики являются уравнения импульсов и энергии

ческой энергии, которые при градиентном течении имеют вид:

$$\frac{d}{dx} \int_0^{\delta} (u_0 - u) u dy + u_0 \int_0^{\delta} (u_0 - u) dy = \gamma \frac{\partial u}{\partial y} |_{y=0}, \quad (3.1)$$

$$\frac{d}{dx} \int_0^{\delta} (u_0^2 - u^2) u dy = 2\gamma \int_0^{\delta} (\partial u / \partial y)^2 dy. \quad (3.2)$$

При нулевом и отрицательном градиентах давления профиль скорости ищем в виде

$$u/u_0 = 1 - (1 - y/\delta)^{n_1}, \quad (3.3)$$

который удовлетворяет всем необходимым условиям и относится к первой разновидности.

При положительном градиенте давления используется следующий профиль

$$u/u_0 = n_2 y/\delta + (3 - 2n_2)(y/\delta)^2 - (2 - n_2)(y/\delta)^3. \quad (3.4)$$

который удовлетворяет условиям:

$$y=0, u=0, \partial u / \partial y = u_0 n_1 / \delta; \quad y=\delta, u=u_0, \partial u / \partial y = 0, \quad (3.5)$$

относится ко второй разновидности и при $n_2 = 1$ является S-образным. Профиль (3.5) можно использовать также при нулевом и небольшом отрицательном градиентах давления. Как видно из (3.3) и (3.4), в данном методе ни один из традиционных формпараметров пограничного слоя не используется.

Уравнения (3.1) и (3.2) с учетом (3.3) и (3.4) проинтегрированы в общем случае. В результате для отрицательных градиентов давления n_1 и δ определяются как

$$\exp(-A) \int_0^{\delta} u_0 \exp Ax dx = \frac{2n_1(3n_1+1)}{12n_1-1} \frac{1}{5n_1+1} \frac{1}{u_0^2} \int_0^{\delta} u_0^5 dx, \quad (3.6)$$

$$\delta = \left[\frac{4n_1(n_1+1)(2n_1+1)(3n_1+1)\gamma}{(12n_1-1)(5n_1+1)u_0^6} \int_0^{\delta} u_0^5 dx \right]^{1/2}, \quad A = \frac{2(n_1+1)}{n_1} \int_0^{\delta} \frac{u_0'}{u_0} dx. \quad (3.7)$$

Для положительных градиентов давления:

$$2 - (n_1 M / B N) = 4 \left(1 - \frac{0.5 - 0.0633 n_1}{B} \right) \int_0^{\delta} u_0^5 dx / u_0^6, \quad (3.8)$$

$$M = 0.1929 + 0.0321 n_1 - 0.0095 n_1^2 - 0.0012 n_1^3, \quad N = 12 - 0.2 n_1 + 0.1333 n_1^2,$$

$$\delta = \left[\frac{4 n_1 M}{M u_0^6} \int_0^{\delta} u_0^5 dx \right]^{1/2}, \quad B = 0.1286 + 0.0214 n_1 - 0.0095 n_1^2. \quad (3.9)$$

Такое решение до сих пор отсутствовало.

Соотношения (3.6) - (3.9) позволяют получить решения многих частных задач.

3.1.1. Для автомоделльной задачи обтекания клина

имеем

$$4(2m+1)n_1^2 - (41m+5)n_1 - (9m+1) = 0, \quad \delta = \left[\frac{2(n_1+1)(2n_1+1)\gamma x^{1-m}}{(7m+2m/n_1+1)u_0} \right]^{1/2}. \quad (3.10)$$

С учетом (3.10) поверхностное трение вплоть до отрыва очень хорошо согласуется с численным решением Хартри.

Стрыв пограничного слоя наступает при угле клина $\beta = -0.2045$

вместо точного значения $\beta = -0,1988$. Хорошо согласуются также локальные значения скорости и интегральные толщины. Полученное решение, по-видимому, является самым точным из известных приближенных решений.

3.1.2. На основе (3.8) и (3.9) для неавтомоделных задач Хоурта, Тани и поперечного обтекания цилиндра изучен наиболее сложный вопрос - отрыв пограничного слоя. Значения координаты отрыва хорошо согласуются с численными решениями.

3.1.3. Для автомоделной задачи обтекания пластины при отсосе или вдуве получено полное решение. Во всей области изменения параметра вдува (отсоса) показано хорошее согласование данных с численным решением.

3.1.4. Для безградиентного обтекания пластины невязтовской степенной жидкостью получены следующие соотношения, распределяющие δ и n_1 :

$$\delta = \left[\frac{[3+1]n_1^{3-1} (n_1+1)(2n_1+1) u_0^{3-2} kx/\rho}{[5(3+1) - 6]n_1^2 - (43+1)n_1 - 3} \right]^{1/(3+1)}$$

$$[5(3+1) - 6]n_1^2 - (43+1)n_1 - 3 = 0.$$

где k, β мера невязтовскости и степень невязтовского поведения жидкости. Коэффициенты трения хорошо согласуются с численными решениями. При $\beta \rightarrow 0,2$ сверху $n_1 \rightarrow \infty$, и профиль (3.8) переходит в экспоненциальный

$$u/u_0 = 1 - \exp(-y/a_1), \quad a_1 = \left[\frac{2(3+1)u_0^{3-2} kx/\rho}{\beta} \right]^{1/(3+1)} \quad (3.11)$$

в $\beta \rightarrow \infty$. Без обоснования и в другом виде экспоненциальный профиль скорости в задаче свободной конвекции впервые предложен Фудди (*Bull. J.S.M.E.* - 1959. - Vol. 2, № 7. - P.365-369). По (3.11) при $\beta=0,1$ отличие C_{fx} от точного составляет - 4,6%. Можно выписать решение и для градиентного течения.

3.1.5. Дано решение сложной неавтомоделной задачи стабилизации течения при ламинарном стекании пленки по вертикальной стенке. В решении не предполагалось подобие профиля скорости.

Рассмотрено две модели стабилизации течения. По первой модели выделяется четыре участка: потенциального, в пограничном слое, переходного и стабилизированного течений. По второй модели - два участка: переходного и стабилизированного течений и принимается, что воздействие вязкости сразу проявляется на всю толщину пленки.

Первая модель физически корректнее второй, лучше согласуется с опытом и показывает, что параметр n_1 изменяется от значения 1,4254 (как для пластины). Но расчеты по ней существенно сложнее.

Приведем показано, что участки потенциального и в пограничном слое течений являются относительно малыми. С выходом пограничного слоя на поверхность пленки профиль скорости оказывается отличающимся от полупараболического, и существует переходный участок.

Расчеты для $\bar{h}_0 = 0,47$ и $Re = 150$; $\bar{h}_0 = 3,7$ и $Re = 75$ по δ , u , и известному напряжению удовлетворительно согласуются с экспериментом. На рис. 3.1 показано изменение δ и τ . Длина участка стабилизации оказывается малой. Например, для $\bar{h}_0 = 3,7$ $x_1/\delta_0 = 55,6$. Таким образом, в практических расчетах теплообмена участком гидродинамической стабилизации можно пренебречь, а профиль скорости считать полупараболическим.

3.2. Для задач теплообмена используются следующие интегральные уравнения

$$\frac{d}{dx_0} \int_0^{\delta_2} \theta u dy = -a \frac{\partial \theta}{\partial y} \Big|_{y=0}, \quad \theta = (t - t_0)/(t_1 - t_0), \quad (3.11)$$

$$\frac{1}{2} \frac{d}{dx_0} \int_0^{\delta_2} \theta^2 u dy = -a \frac{\partial \theta}{\partial y} \Big|_{y=0} - a_0 \int_0^{\delta_2} (\partial \theta / \partial y)^2 dy. \quad (3.12)$$

3.2.1. Для градиентного обтекания изотермической поверхности при $u_c = a_0 x^m$ до сих пор отсутствует полное решение. Для отрицательных градиентов давления и $Pr \gg 1$, подставляя (3.3) и $\theta = (1 - y/\delta_2)^{n_2}$ в (3.11) и (3.12), находим

$$\delta_2 = \left[\frac{2^{15} n_2 (n_2 + 1)^{0.5} (2n_2 + 1)^{0.5} n_2 (n_2 + 1) (n_2 + 2)^{1/3}}{B_1 n_2 (m+1) (7m+2)/n_2 + 1)^{0.5}} \right] \left(\frac{2x_0^{1+m} a_0^{0.5}}{a} \right) Pr^{-1/3}, \quad (3.13)$$

$$4B_1 (n_2 - 1) (2n_2 + 1) - B_2 (n_2 + 2) (2n_2 - 1) = 0, \quad (3.14)$$

$$B_1 = 1 - \frac{n_2 - 1}{n_2 + 3} \frac{\delta_2}{\delta} + \frac{(n_2 - 1)(n_2 - 2)}{(n_2 + 3)(n_2 + 4)} \left(\frac{\delta_2}{\delta} \right)^2 - \frac{(n_2 - 1)(n_2 - 3)}{(n_2 + 3)(n_2 + 5)} \left(\frac{\delta_2}{\delta} \right)^3 + \dots$$

Для B_2 необходимо в B_1 вместо каждого n_2 подставить $2n_2$.

Параметр n_2 определяется (3.14) и его значения, строго говоря, зависят и от m . Однако n_2 изменяется в узких пределах от $n_2 = 1,4041$ при $Pr \rightarrow \infty$ до $n_2 = 1,5480$ при $Pr = 1, m = 4$. Уравнение для δ_2/δ не зависит от x и определяется отношением (3.13) к (3.6).

Для положительных градиентов давления и $Pr \gg 1$, используя

$$(3.4), \text{ находим} \\ \delta_2 = \left[\frac{2^{15} n_2 (n_2 + 1)^{0.5} (2n_2 + 1)^{0.5} n_2 (n_2 + 1) (n_2 + 2)^{1/3}}{B_3 (m+1) B_5} \right] \left(\frac{2x_0^{1+m} a_0^{0.5}}{a} \right) Pr^{-1/3}, \quad B_5 = (3m+1) \left(\frac{3}{70} + \frac{3}{140} n_2 - \frac{1}{105} n_2^2 \right) + m \left(1 - \frac{1}{6} n_2 \right). \quad (3.15)$$

Параметр n_2 определяется по уравнению (3.14), в которое вместо B_1 и B_2 подставляются B_3 и B_4 .

$$B_3 = n_2 + \frac{2(3-2n_2)}{n_2+3} \frac{\delta_2}{\delta} - \frac{6(2-n_2)}{(n_2+3)(n_2+4)} \left(\frac{\delta_2}{\delta} \right)^2$$

B_4 отличается от B_3 также, как B_2 от B_1 .

Параметр n_2 изменяется в меньших пределах от $n_2 = 1,4041$ при

$Pr \rightarrow \infty$ до $N_2 = 1,3230$ при $Pr = 1$ и $N_2 = 0$ (отрыв пограничного слоя).
Уравнение для δ_2/δ равно отношению (3.15) к (3.9).

Для всего диапазона изменения m и $0,7 \leq Pr \leq 10$ локальные числа $Nu_x = N_2 x/\delta_2$ сопоставлены с численным решением Энкерта. Во всех расчетах получалось $N_2 = 1,4041$, максимальные отклонения в Nu_x не превышает 2%. Для пластины расчеты проведены при $0 \leq Pr \leq 2 \cdot 10^4$. Максимальное отличие при $1 \leq Pr \leq 2 \cdot 10^4$ не превосходит 0,6%, а при $0 \leq Pr < 1$ - 2%. Решение оказывается точнее известной аппроксимации Польшауэна.

3.2.2. При нулевом градиенте давления получено решение для общего случая неизотермической поверхности. В частном случае степенной и ступенчатой неизотермичности решение хорошо согласуется с имеющимися экспериментальными и численными данными.

3.3. Для продольного обтекания пластины впервые дано аналитическое решение связанной задачи гидродинамики и теплообмена с учетом температурного изменения вязкости. Это приводит к взаимодействию профилей скорости и температуры. Параметр N_2 в этом случае обладает консервативными свойствами и для обоих случаев можно принять $N_2 = 1,4041$. При нагревании профили скорости и температуры являются более заполненными, чем при охлаждении. Расчетные данные по числам Нуссельта сопоставлены с опубликованными. Показатель степени в отношении Pr_w/Pr_c равен 0,25 при нагревании и 0,17 при охлаждении жидкости, что согласуется с экспериментом и численными данными других авторов. Приведены также соотношения для локальных коэффициентов трения, которые для нагревания меньше, а для охлаждения больше, чем в изотермических условиях.

3.4. Получено решение уравнений гидродинамики и теплообмена для $Pr < 1$ и $Pr > 1$ на начальном участке плоского канала, где для теплообмена отсутствует аналитическое решение при граничных условиях первого рода, а более общий случай с необогреваемым участком Pr_0 не рассматривался.

Решение является обобщением данных, приведенных в пп 3.1 и 3.2. Показано существование значительного гидродинамического переходного участка. Результаты по основным характеристикам течения и теплообмена хорошо согласуются с экспериментом.

3.5. Впервые найдено общее решение уравнений гидродинамики и теплообмена для $Pr \neq 1$ при обтекании движущихся плоских поверхностей спутным потоком жидкости. Такой случай распространен в современной технологии при производстве волокна, пластмасс,

бумаги, листовой стали. Известные случаи обтекания неподвижной поверхности потоком и движущейся поверхности в неподвижной среде являются частными этой общей проблемы, в которой решение зависит от разности скоростей $U_c - U_0$ и их отношения U_c/U_0 . При этом профиль скорости ищется в виде $U = U_0 + (U_c - U_0)(1 - y/\delta)^{n_1}$.

Решение по всем характеристикам хорошо согласуется с экспериментальными численными решениями для одного $Pr = 0,7$ и содержит указанные частные случаи.

4. ТЕПЛООБМЕН НА ТЕРМИЧЕСКОМ НАЧАЛЬНОМ УЧАСТКЕ ПРИ ЛАМИНАРНОМ ТЕЧЕНИИ ПЛЕНКИ ЖИДКОСТИ

Рассмотрены задачи теплообмена без фазового перехода со свободной поверхности пленки. Поверхность пленки принимается плоской, т.е. в этих условиях влияние волн проявляется слабо. Получены удобные инженерные решения задач теплообмена в стекающих пленках при граничных условиях I-4 рода с полупараболическим профилем скорости и постоянными физическими свойствами. Выбор профиля скорости для этих задач обоснован в 3.1.5. Изучено также влияние на теплообмен восходящего течения пленки, кривизны цилиндрической поверхности и температурного изменения вязкости.

Исходным уравнением для граничных условий I-4 рода являлось $(2\eta - \eta^2) \frac{\partial \theta}{\partial \xi} = \frac{\partial^2 \theta}{\partial \eta^2}$, $\eta = y/\delta$, $\xi = x/(\delta Pe)$, $Pe = U_c \delta / \alpha$. (4.1)

4.1. Изложим несколько подробнее решение при граничных условиях первого рода, откуда будут видны и детали метода. Граничные условия первого рода имеют вид

$$\theta(0, \eta) = 0, \quad \theta(\xi, 0) = 1, \quad \partial \theta(\xi, 1) / \partial \eta = 0, \quad (4.2)$$

где θ — безразмерная температура, профиль которой на термическом участке ищется в виде (2.1) при $\theta_1 = 1$. Подставляя профиль в интегральные законы, получим следующие два дифференциальных уравнения

$$\frac{2}{(n_1+1)(n_1+2)} \frac{d}{d\xi} \left(q^2 - \frac{1}{n_1+3} q^3 \right) = n_1 / q, \quad (4.3)$$

$$\frac{1}{(2n_1+1)(2n_1+2)} \frac{d}{d\xi} \left(q^2 - \frac{1}{2n_1+3} q^3 \right) = \frac{n_1(n_1-1)}{2n_1-1} \frac{1}{q}. \quad (4.4)$$

Интегрируя (4.3) и 4.4 при начальном условии $q(0) = 0$ и сравнивая полученные уравнения по n_1/q найдем соотношение для параметра n_2

$$\frac{4}{(n_1+2)(2n_1-1)} \left(2 - \frac{3q}{n_1+3} \right) = \frac{1}{(n_1-1)(2n_1+1)} \left(2 - \frac{3q}{2n_1+3} \right). \quad (4.5)$$

Из (4.5) имеем $n_2 = 1,4041$ при $q = 0$, которое уже было найдено для задач теплового пограничного слоя, и $n_2 = 1,4588$ при $q = 1$. Практически n_2 не изменяется на участке.

Для толщины q получена зависимость

$$q = (A_1 \xi)^{1/3} + \frac{3}{8(2n_1 + 3)} (q_1 \xi)^{2/3}, \quad A_1 = \frac{3n_1(n_1^2 - 1)(2n_1 + 1)}{2n_1 - 1}. \quad (4.6)$$

Аналогичным образом, подставляя профиль на стабилизированном участке в виде (2.2) в интегральные законы, можно найти зависимость для n_2 и θ_2 , из которых следует

$$n_2 = 1,3667, \quad \theta_2 = 1 - \exp[-2,8886(\xi - \xi_1)], \quad (4.7)$$

где $\xi_1 = 0,0804$ соответствует $q = 1$. Локальные и средние числа Nu определяются как

$$Nu = d\delta/\lambda = -\frac{\partial\theta(\xi, 0)}{\partial\xi}(1 - \bar{\theta})^{-1}, \quad \bar{Nu} = -\frac{2}{3\xi} \ln(1 - \bar{\theta}), \quad (4.8)$$

в которых средняя температура $\bar{\theta}$ находится с учетом профиля температур. Расчеты по уравнениям (4.8) очень хорошо согласуются с имеющимися данными. Например, асимптотическое значение $Nu_\infty = 1,926$, что на 2% больше точного.

4.2. Для граничных условий второго рода $\partial\theta(\xi, 0)/\partial\xi = -1$ и $\theta = (t - t_0)/(H\delta/\lambda)$, где H - плотность теплового потока. На термическом участке профиль ищется в виде $\theta = \frac{q}{n_1}(1 - \eta/q)^{n_1}$, а на стабилизированном участке $\theta = \frac{1}{n_2}(1 - \eta)^{n_2} + \theta_2$. Параметр n_1 незначительно изменяется: $n_1 = 1,6514$ при $q = 0$ и $n_1 = 1,7552$ при $q = 1$. Параметр $n_2 = 1,5414$. Числа Nu и \bar{Nu} оказываются больше, чем для граничных условий первого рода: для малых $\xi \approx$ на 20%, а для больших $\xi \approx$ на 10%. $Nu_\infty = 2,088$, что на 1% больше точного значения.

4.3. Для граничных условий третьего рода, которые отличаются от (4.2) вторым условием

$$\partial\theta(\xi, 0)/\partial\xi = Bi(\theta_1 - 1), \quad Bi = K_1\delta/\lambda, \quad (4.9)$$

где Bi - число Био, а K_1 - коэффициент теплопередачи от внутренней стенки к окружающей среде. Общее решение (4.1) и (4.9) отсутствует. Профили на первом и втором участках ищутся в виде (2.1) и (2.2), в которых θ_1 определяется уравнениями

$$\theta_1 = (1 + \frac{n_1}{Bi q})^{-1}, \quad \theta_2 = (1 - \theta_1)\theta_2 + \theta_1, \quad \theta_1 = (1 + n_2/Bi)^{-1}.$$

В результате получены выражения для определения параметров n_1 , n_2 и функций q , θ_2 , которые зависят от числа Bi . Параметр n_1 для $Bi = 0 \div \infty$ изменяется в узких пределах. Так, при $q = 0$ имеем $n_1 = 1,6514$ для всех конечных Bi и $n_1 = 1,4041$ для $Bi \rightarrow \infty$. При $q = 1$ $n_1 = 1,8053$ и $1,4588$ для $Bi = 0$ и ∞ . Параметр n_2 также слабо изменяется: $n_2 = 1,545$ и $1,367$ для $Bi = 0$ и ∞ . Найдены соотношения для определения обычных и обобщенных чисел Нуссельта. Например, числа Nu для $Bi = 0$ и ∞ отличаются между собой при малых $\xi \approx$ на 20%, а при больших $\xi \approx$ на 8%. Полученное решение по всем характеристикам

хорошо согласуется с известным и удобно для инженерных расчетов. При $Bi \rightarrow \infty$ решение переходит в решение для граничных условий первого рода.

4.4. При решении сопряженной задачи (граничные условия четвертого рода) к уравнению (4.1) присоединяется уравнение теплопроводности тонкой стенки

$$\partial^2 \theta_s / \partial \eta^2 = 0, \quad -h \leq \eta \leq 0, \quad h = \Delta / \delta$$

и условия сопряжения

$$\theta_{xx}(0,0) = \theta_s(\eta,0) = \theta_s(\eta), \quad \partial \theta_{xx}(0,0) / \partial x = \kappa_2 \partial \theta_s(\eta,0) / \partial \eta, \quad \kappa_2 = \lambda_2 / (\lambda h),$$

где κ_2 - критерий сопряженного теплообмена; Δ , λ_2 - толщина стенки и ее коэффициент теплопроводности. На наружной поверхности стенки задавалась произвольная функция температуры $\theta_s(\eta, h) = f(\eta)$.

Получено решение сформулированной задачи в квадратурах. Проведены более подробные расчеты для линейного изменения температуры. Параметры n_1 и n_2 зависят и от критерия κ_2 . При одинаковых $\frac{h}{\delta}$ толщины q для различных κ_2 практически совпадают и мало отличаются от значений для постоянных граничных условий первого рода. Максимальные отличия в числах Nu между граничными условиями первого и четвертого рода наблюдаются на термическом участке. Причем, с уменьшением $\frac{h}{\delta}$ отличие возрастает и при $\frac{h}{\delta} = 10^{-3}$, $\kappa_2 = 1$ составляет 20%, а на стабилизированном участке - 8,5%. В то же время для $\kappa_2 = 1$ и 5 отличие составляет 5,7% и отмечается на стабилизированном участке. При стекании пленки воды по стенке из нержавеющей и обычной стали, а также латуни κ_2 соответственно равен 5; 10; 20 и отличия в числах Nu являются небольшими. Если в уравнениях положить $f(\eta) = const$ и заменить критерий κ_2 на число Bi , то получим случай граничных условий третьего рода, что устанавливает связь между ними.

4.5. Получено решение для восходящего течения пленки жидкости и граничных условий первого рода. При этом в уравнении (4.1) использовался обобщенный профиль скорости П.А. Семенова $u = \frac{2}{\sqrt{2}} [1 - \frac{r^2}{R^2}]^2$, включающий несколько частных случаев, в том числе и случай стекания пленки ($\ell_1 = 2, \ell_2 = -1$). Например, для параболического профиля ($\ell_1 = 0, \ell_2 = 1$) $n_1 = 1,2755, n_2 = 1,2285$, для линейного ($\ell_1 = 1, \ell_2 = 0$) $n_1 = 1,4041, n_2 = 1,3117$.

4.6. Изучено влияние кривизны поверхности при стекании пленки внутри и снаружы круглых труб. Математическая задача сводится к следующей

$$u \frac{\partial \theta}{\partial x} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial \theta}{\partial r} \right), \quad u = \frac{2R^2}{\sqrt{2}} \left[\frac{1}{2} \left(1 - \frac{r^2}{R^2} \right) + \left(1 + \frac{\delta}{R} \right)^2 \ln \left(\frac{r}{R} \right) \right],$$

$$\theta(0, r) = 0, \quad \theta(x, R) = 1, \quad \partial \theta(x, R = \delta) / \partial r = 0.$$

На рис.4.1 показано относительное изменение асимптотического числа Нуссельта, которое для труб малого диаметра может быть существенным.

4.7. Полученные выше решения справедливы при небольших Δt , когда физические свойства можно считать постоянными. При значительных Δt наибольшее изменение претерпевает вязкость, а остальные физические свойства изменяются слабо. В этих предложениях математическая задача сведена к интегро-дифференциальному уравнению

$$2 \frac{\partial \theta}{\partial z} \int_0^1 (1-\eta)(1+\beta_1 \mu_1 \theta) d\eta = \frac{\partial^2 \theta}{\partial \eta^2}$$

при граничных условиях второго рода. Здесь β_1 - постоянный коэффициент в гиперболической зависимости вязкости от температуры $\mu_1 = \mu_0/\lambda$ - безразмерная плотность теплового потока. Получено полное решение задачи. Параметры n_1, n_2 являются слабыми функциями β_1, μ_1 . Для инженерных расчетов можно пользоваться зависимостью

$$Nu = Nu_0 (\mu_0/\mu_1)^{K_3}$$

где $K_3 = 0,36$; Nu_0 - значение Nu для постоянных свойств. Теоретические расчеты для трансформаторного масла и воды хорошо согласуются с экспериментом. Длина термического начального участка может составлять несколько метров, а отличие в Nu и Nu_0 достигать 200%. При $\beta_1, \mu_1 = 0$ решение переходит в решение для постоянных свойств жидкости.

5. ТЕПЛООБМЕН ПРИ ТУРБУЛЕНТНОМ СТЕКАНИИ ПЛЕНОК ЖИДКОСТИ

Дан анализ моделей турбулентности в пленочных течениях, где рассмотрены двух- и трехслойные модели, основанные на идеях Прандтля, Кармана, Ван Дриста, Дейслера, Кутателадзе и других, а также на их комбинации и модификации. Все предложенные в литературе модели, по существу, являются попытками модификации различного рода однофазных моделей. Модификация в основном заключается в учете затухания турбулентности при приближении и к свободной поверхности, что соответствует современным представлениям. Модели в которых не учитывается это затухание (например, по универсальному профилю скорости Кармана) сильно завышают конечные результаты теплообмена по сравнению с экспериментом. В то же время средняя толщина пленки слабочувствительна к конкретной модели.

5.1. Получены аналитические решения задач на термическом начальном участке при граничных условиях первого и второго рода. Математически задача сведена к решению дифференциального уравнения

$$2 \frac{\partial \theta}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial \eta} \left[\left(1 + \frac{\gamma_T}{\gamma} \frac{p_T}{p_{T_1}} \right) \frac{\partial \theta}{\partial \eta} \right] \quad (5.1)$$

Турбулентное число Прандтля принимается постоянным $Pr_T = 1$. Для распределения турбулентной вязкости используется модель М.Д.Милонящикова

$$\gamma/\nu = 0, \eta = \delta_0^+/\delta^+, \gamma_1/\nu = 0,39(\delta^+\eta - \delta_0^+)(1-\eta), \eta > \delta_0^+/\delta^+ \quad (5.2)$$

Для безразмерной толщины вязкого подслоя приняты два значения 7,8 и 11,6. Модель (5.2) привлекает своей простотой, непротиворечивостью и возможностью получать аналитические соотношения для характеристики теплообмена. В окрестности стенки и свободной поверхности (5.2) практически совпадает с более сложной уточненной трехслойной моделью С.С.Кутателадзе (*Int. J. Heat Mass Transfer* - 1982. - Vol. 25, № 5. - P.653-660).

Данные для граничных условий первого и второго рода незначительно отличаются, и ниже приводятся результаты для граничных условий первого рода. На теплообмен слабо влияет и профиль скорости. Так числа Nu для плоского профиля и $Re = 300$, $Pr = 5$ всего на 4% ниже по сравнению с профилем $\eta^{1/7}$. Отличие быстро уменьшается с увеличением Re .

Для термического начального участка, где профиль температур ищется в виде (2.1), получены следующие соотношения: $n_1 = 1,7578$,

$$q = \frac{\delta_0^+}{\delta^+} \cdot \frac{(n_1+2)(2n_1+13)}{4(2n_1+1)(6n_1+13)} = \Psi_1(q, n_1), \Psi_2 = 1 - \frac{\delta_0^+}{\delta^+} q, \frac{\delta_0^+}{\delta^+} q < 1, \quad (5.3)$$

$$\Psi_1(q, n_1) = \frac{n_1-1}{2n_1-1} - 0,39Pr_T n_1 q [(\delta^+ + \delta_0^+)(a_2 - a_3) - \delta^+ q (a_3 - 2a_2 + a_4) - \frac{\delta_0^+}{q} a_2],$$

$$a_2 = \Psi_2^{2n_1-1}/(2n_1-1), a_3 = \Psi_2^{2n_1}/2n_1, a_4 = \Psi_2^{2n_1+1}/(2n_1+1),$$

$$q = (A_2)^{1/15}, A_2 = \frac{105n_1(n_1+1)(n_1+2)}{8(6n_1+13)}, \bar{\theta} = \frac{8(6n_1+13)}{49(n_1+1)(n_1+2)} \quad (5.4)$$

Для стабилизированного участка, где профиль ищется в виде (2.2), имеем

$$\frac{2(n_2-1)(2n_2+1)}{2n_2-1} - \frac{24n_2(4n_2+9)}{49n_2^2+99n_2-6} = 0,39Pr_T \delta^+ \left(1 - \frac{\delta_0^+}{\delta^+}\right)^{2n_2+1}, \quad (5.5)$$

$$\theta_2 = 1 - \exp[-A_3(\frac{\eta}{\delta^+} - \frac{\eta_0}{\delta_0^+})], A_3 = n_2/(7/8 - A_2), A_4 = \frac{6n_2+13}{7(n_2+1)(n_2+2)}, \quad (5.6)$$

$$\bar{\theta} = \frac{8(6n_2+13)}{49(n_2+1)(n_2+2)}(1-\theta_2) + \theta_2 \quad (5.7)$$

Локальные и средние числа Нуссельта определяются зависимостями:

$$Nu = \frac{n_1}{q}(1-\bar{\theta})^{-1}, Nu_\infty = n_2 \left[1 - \frac{8(6n_2+13)}{49(n_2+1)(n_2+2)}\right]^{-1}, \bar{Nu} = -\frac{7}{8q} \ln(1-\bar{\theta}), \quad (5.8)$$

С помощью ЭВМ в диапазоне $Pr = 1-500$; $Re = 2 \cdot 10^2 - 10^4$; $\delta_0^+ = 7,8$ и 11,6 найдены значения параметров n_1 и n_2 , которые с увеличени-

нием Re и Pz возрастают и могут принимать большие значения. Например, при $\delta_0^+ = 7,8$; $Pz = 200$, $Re = 10^4$ параметр $N_2 = 162,43$. Средняя толщина пленки определялась по уравнению

$$\delta = 0,303 (\nu^2/g)^{1/3} Re^{7/12}, \quad (5.9)$$

из которой следует $\delta^+ = 0,167 Re^{7/8}$. Получена обширная информация о распределении профиля температур, локальных и средних чисел Нуссельта, влиянии термического начального участка и чисел Re , Pz .

С увеличением Re и Pz профиль температур становится все более заполненным и приближается к плоскому, а числа Нуссельта увеличиваются. Для данного Re линии локальных чисел Nu , соответствующие различным Pz , отходят от одной линии, обусловленной существованием вязкого подслоя. Литературные данные о длине термического начального участка являются отрывочными и противоречивыми. Наше решение показывает, что увеличение Pz приводит к увеличению ξ_1 , однако величина x_1/δ при этом возрастает. Увеличение Re уменьшает x_1/δ (рис. 5.1). Начальный участок может составлять заметную величину при относительно небольших Re турбулентного течения и значительных Pz , что не учитывалось в экспериментах.

Наиболее полное сравнение с экспериментом возможно только по числам Nu_∞ на стабилизированном участке, где разброс экспериментальных данных разных авторов достигает 500%. Это особенно характерно для области $Re = 400 \div 2000$, являющийся переходной. Наши результаты удовлетворительно согласуются с наиболее надежным экспериментом Вилке, подтвержденным В.В. Лозоведским, М.Н. Чепурным и др. В целом значение $\delta_0^+ = 7,8$ предпочтительнее $\delta_0^+ = 11,6$. С увеличением Pz показатель степени при Re непрерывно увеличивается (рис. 5.2). Показатель степени при Pz также несколько увеличивается с возрастанием Re , однако он уменьшается с увеличением самого Pz . Это еще раз указывает на неуниверсальность степенных эмпирических зависимостей.

Длина участка термической стабилизации среднего числа \overline{Nu} значительно превосходит значение для локального Nu . Например, при $Re = 500$ длина стабилизации \overline{Nu} в 100 раз больше длины для Nu и составляет для воды 1,2 м. Но уже при $Re = 2000$ в инженерных расчетах можно принимать $\overline{Nu} = Nu_\infty$. Это не учитывалось в экспериментах, что приводило к разбросу данных разных авторов. Полученные данные позволяют осуществить оптимальный вариант интенсификации теплообмена за счет создания термических начальных участков.

5.2. Влияние температурного изменения вязкости исследовано на задаче стабилизированного теплообмена при постоянной плотности

теплового потока по сечению пленки. Для учета изменения физических свойств на турбулентную вязкость использована модель Голдмана. Сущность модели состоит в том, что для распределения γ_r/γ и скорости при переменных физических свойствах считается справедливой зависимость для постоянных свойств, но записанная в переменной $y^{**} = \int_0^y u_r/\nu dy$; $u_r = \sqrt{\tau_r/\rho}$ - динамическая скорость.

Математически задача сведена к дифференциальному уравнению

$$N/(Pr_0 u_r) = - \left(\frac{1}{Pr_0} \frac{\gamma_0}{\gamma} + \frac{\gamma_r}{\gamma} \right) \frac{\partial \theta}{\partial y^{**}}, \quad (5.10)$$

где $\theta = (t - t_0)$, t_0 - характеристическая температура; γ_0 и Pr_0 определяются по t_0 . Для распределения γ_r/γ используется (5.2), если в него вместо y, δ_0^+, δ^+ ввести $y^{**}, \delta_0^{**}, \delta^{**}$. Принимается, что $\delta_0^{**} = 7,8$.

С высокой степенью точности γ_0/γ аппроксимируется зависимостью $\gamma_0/\gamma = 1 + \beta_1 \theta + \beta_2 \theta^2$.

Интегрирование (5.10) дает:

$$N Pr_0 \delta_0^{**} / (Pr_0 u_r) = \theta_1 - \theta_0 + \frac{1}{2} \beta_1 (\theta_1^2 - \theta_0^2) + \frac{1}{3} \beta_2 (\theta_1^3 - \theta_0^3), \quad y^{**} \leq \delta_0^{**}, \quad (5.11)$$

$$\frac{N Pr_0}{\rho C_p u_{r0}} \int_0^{\delta_0^{**}} (Pr_0 \gamma_r/\gamma + 1 + \beta_1 \theta + \beta_2 \theta^2)^{-1} dy^{**} = \theta_0 - \theta_2, \quad y^{**} > \delta_0^{**}. \quad (5.12)$$

Здесь $\theta_1, \theta_0, \theta_2$ - температура стенки, на границе вязкого подслоя и на свободной поверхности. Для охлаждения температуры в правых частях (5.11) и (5.12) необходимо поменять местами. Уравнения (5.11) и (5.12) позволяют найти выражение для коэффициента теплоотдачи d , отнесенного к напору $\theta_1 - \theta_2$. При $\beta_1 = \beta_2 = 0$ из d следует соотношение d_0 для постоянной вязкости. Расчеты по полученному отношению d/d_0 хорошо согласуются со специальным экспериментом Г.И. Гимбутиса как для нагрева, так и охлаждения пленки. Для инженерных расчетов можно пользоваться уравнением $d/d_0 = (Pr_{01}/Pr_0)^{0,3}$. Отношение d/d_0 может достигать значений 2 (нагрев) и 0,5 (охлаждение), т.е. отличие составляет $\pm 200\%$.

6. ТЕПЛООБМЕН ПРИ ИСПАРЕНИИ ПЛЕНОК ЖИДКОСТИ

Этот случай теплообмена реализуется в выпарных аппаратах общего назначения, опреснительных установках, испарителях холодильных машин и др. Имеющиеся данные по испарению отличаются большой противоречивостью. При стекании пленок насыщенной жидкости до плотностей 70 квт/м², которые соответствуют условиям работы ряда промышленных пленочных аппаратов, наблюдается только испарение, а пузырьковое кипение отсутствует. В еще большей степени испарение характерно для течения пленок под действием потока газа или

пара. В первом приближении данные по испарению могут быть использованы для оценки реальных d' при наличии кипения в пленке.

6.1. Для лучшего понимания физики процесса первоначально рассмотрен теплообмен на термическом начальном участке при ламинарном безволновом стекании пленки насыщенной жидкости и граничных условиях первого и второго рода. Такие аналитические решения до сих пор отсутствовали. Математически задача сводится к решению уравнения (4.1). При этом третье условие в (4.2) заменяется на $\theta(\xi, 1) = 0$. Из-за этого условия появляется значительный переходный участок, на котором и осуществляется окончательная стабилизация температурного профиля. Профиль температур на начальном участке для граничных условий первого рода ищется в виде

$$\theta = 1 - n_1 (\eta/q) + (n_1 - 1) (\eta/q)^2, \quad (6.1)$$

а для граничных условий второго рода (6.1) надо умножить на n_2/q . Показано, что n_1 практически постоянны и можно принять соответственно $n_1 = 2,513$ и $n_2 = 2,24$. Толщины q определяются формулами

$$q^3 - 0,1065 q^4 = 55,922 \xi, \quad q^3 - 0,1684 q^4 = 19,579 \xi. \quad (6.2)$$

Из (6.2) значения $q=1$ соответствуют $\xi_1 = 0,016$ и $\xi_2 = 0,0425$. Для условий первого и второго рода начальный участок в 5 и в 2,7 раза меньше, чем при нагреве или охлаждении.

На переходном участке профили следуют из (6.1) при $q=1$, и оказываются зависящими от одного параметра n_1 , определяемого соотношениями

$$n_1 = 1 + 1,513 \exp\left[-\frac{120}{7}(\xi - \xi_1)\right], \quad n_2 = \left\{1 - 0,554 \exp\left[-\frac{60}{11}(\xi - \xi_1)\right]\right\}^{-1}. \quad (6.3)$$

Согласно (6.3) n_1 асимптотически приближается к 1. Однако уже при $\xi = 0,5$, например, из первого уравнения имеем $n_1 = 1,0004$. Локальные числа Nu , отнесенные к напору $t_1 - t_2$, определяются формулами

$$Nu = n_1/q, \quad \xi \leq \xi_1; \quad Nu = n_2, \quad \xi > \xi_1. \quad (6.4)$$

Для граничных условий второго рода данные по (6.4) сопоставлены с численным решением и решением по методу Слезкина-Тарга, полученному нами. Данное решение практически совпадает с численным, а решения по методу Слезкина-Тарга согласуются только при $\xi > 0,05$. Экспериментальные значения Nu располагаются выше теоретических и на стабилизированном участке превосходят последние \approx на 50%, что связано с влиянием волнообразования.

6.2. При испарении турбулентных стекающих пленок математически задача сведена к решению уравнения (5.1) с граничными условиями второго рода. Теоретические данные по локальным числам Nu на начальном участке при $Pr = 1,77; 5,7$ удовлетворительно согласуются

С экспериментом. Термический участок в этих условиях составляет 0,3-0,4 м. Большинство экспериментов получено на стабилизированном участке теплообмена. Теоретическое число Nu_{∞} определяется формулой

$$Nu_{\infty} = \left[\frac{\delta_0^+}{\delta^+} + \frac{2}{0,39 Pr_2 z} \ln \left| \frac{\delta^+ - \delta_0^+ z}{\delta^+ - \delta_0^+ \frac{z}{2}} \right| \right]^{-1}, \quad z = \left[(\delta^+ \delta_0^+)^2 - 4 \delta^+ \delta_0^+ \frac{1}{0,39 Pr_2} \right]^{1/2}, \quad (6.5)$$

которая хорошо согласуется с многочисленными опытными данными. Формула (6.5) справедлива и для локальных чисел Nu при пленочной конденсации и хорошо согласуется с расчетами С.С.Кутателадзе по его уточненной модели (см.5.1).

6.3. При расчете испарения ламинарно-волновых стекающих пленки принимается, что воздействие волн приводит к возникновению квазитурбулентности, особенно вблизи свободной поверхности. Не изменяя течения в целом, т.к. числа Re меньше критических, возмущения от волн вызывают изменение коэффициентов переноса и появление дополнительного потока энергии, который подобен турбулентному. С учетом этих предположений задача сведена к уравнению (5.1) при граничных условиях второго рода, но с полупараболическим профилем скорости. Термический участок оказывается меньше, чем для безволнового течения, и большим, чем для чисто турбулентного течения. К сожалению, для термического участка опытные данные практически отсутствуют. Выражение для чисел Nu_{∞} совпадает с (6.5). При этом толщина пленки определялась по формуле Фулфорде

$$\delta = 1,280 (\gamma^2/g)^{1/3} Re^{0,337}, \quad \delta^+ = 1,449 Re^{0,506}$$

Результаты расчетов по (6.6) хорошо совпадают с рядом экспериментов, что может свидетельствовать о правомерности предложенной модели теплообмена.

6.4. До сих пор расчеты теплообмена в кольцевых двухфазных потоках в основном проводятся по численным решениям Даклера и Хэббита, полученным соответственно для нисходящего и восходящего течений, которые на 30-50% превышают экспериментальные значения. Причины этого до конца неясны. В связи с этим получено более строгое решение.

Дано обобщение модели турбулентной вязкости М.Д.Миллионщикова на стабилизированные течения и теплообмен при нисходящем и восходящем движении пленки под действием газового (парового) потока. Если использовать линейное распределение касательного напряжения поперек пленки, то турбулентная вязкость описывается соотношениями, подобными (5.2). Отличие состоит только в том, что третий множитель заменяется на $(1 \mp h/h)$, где верхний знак перед

h_1 относится к нисходящему, а нижний - к восходящему течению;
 $h_1 = h_2 \delta / \tau_1$, $h_2 = \rho g + \frac{1}{2} dP/dx$; $\delta_0^+ = 7,8$. Найлены явные выражения для скорости в вязком подслое и турбулентном ядре. Записаны формулы для Re и Nu_{∞} .

При заданном касательном напряжении на поверхности пленки, полученные формулы позволяют найти все характеристики течения и число Nu_{∞} . Решение по толщине пленки и Nu_{∞} для различных Pz сопоставлено со многими экспериментами и другими решениями для нисходящего и восходящего течений, а также для конденсации пара в нисходящем течении и $Pz = 2$. Во всех случаях данное решение достаточно хорошо согласуется с экспериментом. Для примера, на рис. 6.1 дано сравнение теоретических и экспериментальных значений толщины пленки в нисходящем течении.

6.5. Разработана методика расчета трения на начальных участках труб в турбулентном пограничном слое с закруткой потока на входе, которая необходима для анализа закономерностей течения и тепломассообмена закрученной пленки жидкости. Основными результатами являются формулы для осевой составляющей коэффициента трения и углов закрутки, составленных с осью трубы,

$$C_{fz} = 2\lambda / (\rho u_0^2) = 0,594 \ln^2(2,0 x/x_0), \quad x_0 = \exp[0,545(2/C_{f0})^{1/2}], \quad \tan \alpha = C_{fz} / C_{f0} \tan \alpha_0,$$

где x_0 , α_0 , C_{f0} - значения в начальном сечении. Скорость u_0 на границе пограничного слоя не изменяется по длине. C_{fz} не зависит от степени закрутки на входе. Формула описывает изменение по длине и полного коэффициента трения.

7. МАССОБМЕН НА ДИФУЗИОННОМ НАЧАЛЬНОМ УЧАСТКЕ ПРИ ЛАМИНАРНОМ ТЕЧЕНИИ ПЛЕНКИ ЖИДКОСТИ

Рассмотрен массообмен при безвольном течении пленки жидкости. Полученные решения позволяют оценить влияние возмущения, турбулентности, поверхностного сопротивления, химической реакции первого порядка, концентрационной зависимости коэффициента диффузии, неизотермичности и других факторов. К рассматриваемым задачам приходится ряд других физических проблем, решения которых вызывает известные трудности. Решения можно обобщить на сопряженные задачи массообмена, когда сопротивление переносу сосредоточено в двух фазах.

7.1. Если начало координат поместить на свободную поверхность, то для стекающей пленки задача массообмена сводится к уравнению (4.1) при граничных условиях первого рода, в которых температура заменяется на концентрацию, коэффициент температуропроводности на коэффициент диффузии D , профиль скорости на

$1 - P_1 \xi^2$. $P_1 = 1$ соответствует параболическому, а $P_1 = 0$ - плоскому профилю. Решению задачи посвящено значительное число работ, но удобное аналитическое решение до сих пор отсутствовало.

Профили концентраций идутся в виде (2.1), (2.2). Толщина диффузионного пограничного слоя δ определяется из соотношения

$$Q = (N_1 \xi)^{1/2} + \frac{3P_1}{2(n_1+2)(n_1+3)} (N_1 \xi)^{3/2}, \quad N_1 = 2n_1(n_1+1) \quad (7.1)$$

Параметр N_1 изменяется в узких пределах: для $P_1 = 0$ $n_1 = 1,7808$ (так в задачах теплопроводности), а для $P_1 = 1$ он несколько изменяется от $n_1 = 1,7808$ при $Q = 0$ до $n_1 = 1,96$ при $Q = 1$.

На втором участке $N_2 = 1,5$ и $1,8$ для $P_1 = 0$ и 1 , а концентрация на стенке

$$\theta_2 = 1 - \exp[-N_1(\xi - \xi_1)]; \quad P_1 = 0, N_1 = 2,5; \quad P_1 = 1, N_1 = 5,1623. \quad (7.2)$$

Локальные и средние диффузионные числа Нуссельта определяются по (4.8) со своими выражениями для N_1, N_2, Q, θ_2 . Сравнение чисел Nu показывает хорошее совпадение с известными численными и точными решениями.

Теоретические значения Nu хорошо согласуются с опытом при небольших $Re = 10 \div 30$. При больших Re наблюдается систематическое превышение опытных значений над расчетными, что связывается с влиянием волнообразования.

7.2. Математическая формулировка задачи массообмена при растворении стенки совпадает с соответствующей для теплообмена. Показано, что теоретическое решение хорошо согласуется с опытом, т.е., в соответствии со сказанным в главе I, здесь не проявляется влияние волн.

7.3. Решение обобщено на массообмен при стекании пленки по сфере. В этом случае ψ

$$\xi = \frac{4\pi R^2}{3 \cdot \theta_1} \int_0^\psi \sin^2 \varphi d\varphi, \quad \delta_1 = [3Q\psi / (2\pi Rg)]^{1/3} \quad (7.3)$$

где R, φ, Q - соответственно радиус сферы, угловая координата и объемный расход жидкости. С учетом (7.3) легко находится скорость абсорбции, которую можно использовать для определения коэффициента δ из эксперимента.

7.4. Сложные математической постановки задачи при сопротивлении диффузии на поверхности стекающей пленки сводятся в граничном условии, которое имеет вид (4.9), где $Bi = k\delta/\lambda D$ - число Био; k - коэффициент массоотдачи на поверхности.

Даны все необходимые соотношения для Q, θ_1, θ_2 , параметров N_1, N_2 и чисел Нуссельта. Показано, что N_1 и N_2 слабо зависят от P_1 . Если принять для всех Bi значения $N_1 = N_2 = 1,7808$, то мак-

симальная ошибка в числе: Nu составит 5%, но расчеты становятся особенно простыми.

7.5. Перспективно проведение массообмена при восходящем течении пленки и газа, где происходит его интенсификация. Математическая формулировка отличается только профилем скорости (см. гл. 4), который записывается в переменных от поверхности пленки. Неоднократно эта задача с упрощающими допущениями рассматривалась П.А. Семеновым с соавторами.

7.6. Для задачи с химической реакцией первого порядка, математическая постановка которой включает источникный член $\psi\theta$ в левой части уравнения, получено полное решение. Представлены зависимости для n_1, n_2, q, θ_2 и коэффициента ускорения массообмена (по отношению к абсорбции неподвижной жидкостью бесконечной глубины). Показано, что отличие коэффициента ускорения для безразмерной скорости реакции $\psi=5$ от $\psi \rightarrow \infty$ составляет менее 1%.

7.7. Для стекающей пленки жидкости сформулирована задача вязкой пленочного массообмена с учетом линейной зависимости коэффициента диффузии от концентрации $D=D_2(1+k_2\theta)$, где верхний и нижний знаки относятся соответственно к абсорбции и десорбции. В такой постановке задача рассмотрена впервые.

Показано, что наибольшие отличия в числах Нуссельта для абсорбции и десорбции возникают на втором участке. На рис. 7.1 дана сплоская зависимость Nu_{II}/Nu_0 от коэффициента k_2 . Видно, что при $k_2=0,5$ они отличаются в 1,9 раза; десорбция протекает интенсивнее. Впервые для пленочного массообмена этот факт был отмечен экспериментами Эммерта и Лигфорда в 1954 г., но не получил обоснования. Он косвенно подтверждается и для других условий (турбулентный режим, насадочные и барботажные аппараты).

7.8. В общем случае процессы тепло- и массообмена являются взаимосвязанными, протекают одновременно и влияют друг на друга. Это относится к процессам, сопряженным с значительным выделением тепла, например, при поглощении водяного пара водным раствором бромистого лития, используемом в абсорбционных холодильных машинах; при взаимодействии SO_2 с органическими кислотами и др.

7.8.1. В упрощенной постановке для стекающей по наклонной стенке пленки при воздействии газа и линейном профиле температур поперек пленки изучено влияние теплообмена на массообмен при следующих допущениях: коэффициенты μ и D изменяются соответственно экспоненциально от температуры и по соотношению Стокса-Эйнштейна, равновесная концентрация на поверхности — линейная функция тем-

температуры. Показано, что теплообмен оказывает сильное влияние на массообмен.

7.8.2. В более строгой постановке для стекающих пленок по-лучены решения задач совместного тепло-массообмена при неизотермической абсорбции.

В начале сформулирована задача при постоянных физических свойствах и параболическом профиле скорости. Принимается, что все тепло, выделяющееся при диффузии компонента, идет на нагревание жидкости в пленке. Подробно рассмотрен случай, когда начальная температура жидкости и стенки равны (абсорбент охлаждается). На начальном участке этот случай включает в себя и случай адиабатической стенки.

Процесс неизотермической абсорбции описывается двумя уравнениями теплообмена и диффузии. Перед второй производной уравнения диффузии появляется множитель, обратный числу Льюиса $Lu = \alpha/\beta$. Независимые на свободной поверхности температура θ_1 и концентрация W_1 определяются из условий

$$\theta_1 + W_1 = 1, \quad \partial\theta/\partial\eta = \psi \partial W/\partial\eta, \quad (7.4)$$

где ψ — безразмерная теплота абсорбции.

На начальном участке профили идут в виде (2.1) и найдены соотношения

$$\theta_1 = \psi/(\psi + Lu^{-1/2}), \quad W_1 = Lu^{-1/2}/(\psi + Lu^{-1/2}). \quad (7.5)$$

При достижении теплового слоя стенки вводится переходный участок. Локальные тепловые числа Nu при $0,01 \leq \psi \leq 0,1$ и $10^2 < Lu < 10^4$ практически не зависят от ψ и Lu . Если ввести безразмерную координату $1/M^2$, то локальное диффузионное число Nu в зависимости от этой координаты совмещается практически совпадающим с изотермическим случаем. Безразмерный массовый поток существенно уменьшается и зависит от ψ (рис. 7.2).

Сформулирована задача для случая изменения вязкости и диффузии по указанным выше соотношениям и дано ее решение. Эти факторы приводят к возрастанию тепловых и массовых потоков от температуры пленки и их наибольшее влияние наблюдается на начальном участке.

7.9. Исследованы некоторые вопросы гидродинамики и массообмена при стекании слоя жидкости по внутренней суживающейся конической поверхности. Такие данные, например, необходимы для процесса получения вискозного и синтетического волокна.

8. МАССООБМЕН ПРИ ТУРБУЛЕНТНОМ ТЕЧЕНИИ ПЛЕНКИ ЖИДКОСТИ

Рассмотрен также массообмен при ламинарно-волновом течении пленок, который носит турбулентный характер и оказывается сложнее турбулентного.

8.1. Дан анализ моделей массообмена при турбулентном течении пленок. Наиболее предпочтительной представляется модель турбулентной диффузии, которая взаимосвязана с моделями обновления поверхности и существования вихрей. Модель приводит к соотношению для коэффициента турбулентной диффузии.

$$D_T = a y^2 \quad (8.1)$$

При этом основная трудность переносится на определение коэффициента пропорциональности a в функции определяющих параметров и физических свойств жидкости. В различных подходах постулируются те или иные факторы, под действием которых происходит затухание турбулентных пульсаций при приближении к свободной поверхности. В.Г. Левич допускает затухание под действием поверхностного натяжения σ , а Хенсток — под действием вязкости ν . Влияние σ и ν до конца не ясны.

В еще меньшей степени разработаны модели для учета воздействия газового потока. Не существует единого подхода для расчета турбулентного массообмена в различных условиях.

8.2. Математически массообмен при турбулентном течении пленки в граничных условиях первого рода сводится к решению уравнения

$$\frac{\partial \theta}{\partial \xi} = \frac{\partial}{\partial \eta} \left[(1 + \beta \eta^2) \frac{\partial \theta}{\partial \eta} \right] \quad (8.1)$$

в котором принимается плоский профиль скорости и зависимость для D_T распространяется на всю толщину пленки, $\beta = a \delta^2 / D$. Даже в такой простой постановке отсутствует полное решение, справедливое для любых значений ξ и β . Хотя в литературе имеются в основном численные решения (8.1), но из-за замены условия непроницаемости стенки на $\theta = 0$ при $\eta \rightarrow \infty$ они являются некорректными.

Из решения найдены все необходимые характеристики. Для диффузионного начального участка:

$$q = [2 n_1 (n_1 + 1) \xi]^{1/2}, \quad n_1 = 0,75 + 0,25 [9 + 8(1 + 2\beta q^2)]^{1/2} \quad (8.2)$$

$$\theta = q / (n_1 + 1), \quad Nu = n_1 \left[q \left(1 - \frac{q}{n_1 + 1} \right) \right]^{-1} \quad (8.3)$$

для стабилизированного участка:

$$\theta_2 = 1 - \exp[-(n_2 + 1)(\xi - \xi_1)], \quad n_2 = 0,75 + 0,25(9 + 8\beta)^{1/2} \quad (8.4)$$

$$\bar{\theta} = (1 + n_2 \theta_2) / (n_2 + 1), \quad Nu_\infty = n_2 + 1, \quad \bar{Nu} = -\xi^{-1} \ln(1 - \bar{\theta}) \quad (8.5)$$

ламинарно-волновых: при $Re < 200-300$, турбулентный. Причем даже на начало интенсификации массообмена нет единого мнения: в различных источниках даются значения $Re = 3-30$.

Предприняты немногочисленные попытки объяснить механизм массообмена и предсказать его скорость. Все подходы можно разделить на три категории. Первая основана на решении уравнения диффузии и использовании данных по гидродинамике волн. Во второй также решается уравнение диффузии, но вводится дополнительная эмпирическая, полупырическая или гипотетическая информация. Третья основана на простейших теориях массообмена, в ней с учетом эксперимента сразу получаются асимптотические выражения для Ke_{∞} , справедливые для определенного режима. Интенсификация объясняется влиянием крупных волн, существованием полного или частичного перемешивания жидкости во впадинах волн и др. В большинстве теоретических решений принимается двумерность волн при кратковременном контакте. Однако волны двумерны только до $Re = 30-40$.

Таким образом, не существует единого мнения по механизму интенсификации массообмена при волнообразовании; теоретические решения уравнения диффузии не в состоянии объяснить наблюдаемые явления без дополнительных предположений.

Разработанная модель диффузии использована и для расчета массообмена в ламинарно-волновом режиме. Расчет массообмена сводится к решению уравнения, отличающегося от (8.1) только параболическим профилем скорости в левой части (см. 7.1). Параметр определяется теми же формулами, что и для турбулентного стекания. Основные соотношения, кроме N_1, N_2 , совпадают с полученными в п. 7.1. При одинаковых β значения N_1, N_2 при ламинарно-волновом стекании отличаются от (8.2), (8.3) всего на 2-3%.

По-видимому, предложенный метод расчета является первой удовлетворительной попыткой предсказать числа Nu с учетом их изменения по длине. Для примера, на рис. 8.2 даны зависимости Nu для $Re = 20$ и 200, что соответствует первому и второму ламинарно-волновому режиму, где наблюдается большой разброс опытных данных (\approx в 2 раза). Удовлетворительно согласуются с экспериментом и Nu_{∞} .

8.4. При значительном воздействии газового потока в режимах прямого течения отмечается дальнейшая интенсификация массообмена. Пока это теоретически не подтверждено экспериментом существование автотурбулентного режима течения пленки, в котором $\delta \cdot U_2$ постоянно, а профиль скорости в пленке - линейный. Задача массообмена приве-

При $\beta = 500$ и $5 \cdot 10^5$ локальные Nu на начальном участке хорошо согласуются с численным решением. С увеличением β профиль концентраций становится все более заполненным и при $\beta = 5 \cdot 10^5$ практически является плоским. Показано, что длина начального участка X_1 , для всех Re является малой, а длина X_2 стабилизации Nu превосходит X_1 в 26 раз и при $Re = 250-300$ составляет значительную величину ($\sim 1m$). Специальными расчетами показано очень слабое влияние профиля скорости на Nu_{∞} .

8.3. Предложено две модели турбулентной диффузии. В первой модели принимается, что затухание пульсаций обусловлено β . В результате для коэффициента α в (8.1) и коэффициента массоотдачи $K_{2\infty}$ найдены формулы

$$\alpha = 0,1073 (\rho g / \beta) Re^{1,25}, \quad K_{2\infty} = 0,2316 (\rho g \nu \Delta / \beta)^{0,5} Re^{0,625}. \quad (8.6)$$

Формула для $K_{2\infty}$ совпадает с соответствующей, полученной И.Н.Кульвым на основе модели обновления поверхности. Расчеты показывают, что $K_{2\infty}$ по (8.6) удовлетворительно описывает эксперименты для воды, но плохо согласуется с опытами для органических жидкостей.

Во второй модели принимается затухание пульсаций под действием одновременно β и γ . Функциональная зависимость для области затухания δ_0 получена из анализа размерностей

$$\delta_0 u'_x = \gamma [\beta / (\rho \gamma u'_x)]^m \quad (8.7)$$

Известные до настоящего времени подходы содержатся в (8.7) как частные. Постоянные γ и m определены из сопоставления с многочисленными опытными данными для стекающих пленок воды и органических жидкостей. Наиболее вероятное значение $m = 0,5$. В результате найдены формулы для общего случая з стекающих пленок

$$\alpha = 2,59 \cdot 10^{-7} \left(\frac{\gamma \rho}{\beta} \right)^{0,5} \frac{u'_x{}^{3,5}}{\gamma^2}, \quad \alpha = 1,916 \cdot 10^{-8} \left(\frac{\rho \cdot g}{\beta \cdot \gamma^{7/3}} \right)^{0,5} Re^{1,46}. \quad (8.8)$$

За характерную скорость пульсаций u'_x принимается продольная $u'_x = 0,144 u_c$. Согласно второй формуле $Re \sim \gamma^{-1/6}$, $\beta^{-0,25}$, $Re^{0,73}$. Показатели степени при β и Re близки к найденным в специальных опытах. В целом вторая формула лучше других корреляций описывает имеющиеся данные. На рис.8.1 показано сравнение с экспериментом измененная Nu по высоте трубы.

8.3. В процессах, протекающих со стороны свободной поверхности пленки, волны приводят к интенсификации по сравнению с гладкой пленкой в 2-2,5 раза. Имеется ряд эмпирических уравнений, между которыми существуют большие расхождения (в несколько раз). Большинство авторов выделяют 4 режима: ламинарный безволновой, для

лема и уравнение

$$(1 - P_1 \eta) \frac{\partial \theta}{\partial \xi} = \frac{\partial}{\partial \eta} \left\{ [1 + \beta (\gamma_1 \eta - \gamma_2 \eta^2)] \frac{\partial \theta}{\partial \eta} \right\} \quad (8.9)$$

при граничных условиях первого рода.

Из обобщенного закона турбулентной диффузии в (8.9) следует ряд частных, а $P_1 = 0$ и I соответствуют постоянному и линейному профилю скорости. В такой обобщенной постановке задача ранее не рассматривалась.

Из общего случая рассмотрены три частных закона: 1) $\gamma_1 = \gamma_2 = 1$; 2) $\gamma_1 = 1, \gamma_2 = 0$; 3) $\gamma_1 = 0, \gamma_2 = 1$ с максимумом в середине пленки и на стенке. Для первого закона решение хорошо согласуется с известным численным решением. Показано, что первый и второй законы практически совпадают и существенно отклоняются от третьего. Таким образом, решающее значение имеет точное описание диффузии в непосредственной близости от свободной поверхности. Все последующие результаты даны для третьего закона. Уже при $\beta = 5 \cdot 10^3$ отличие в Nu_∞ для плоского и линейного профилей составляет менее 3%. В большинстве случаев $\beta \gg 5 \cdot 10^3$, и можно пользоваться формулами в п. 8.2, но при этом значения β для одинаковых Re различаются.

Считаются справедливыми общая формула (8.8) для Δ_T и $U_x = 0,144 U_1$. Воздействие газа проявляется через касательное напряжение τ_2 и скорость U_1 на поверхности пленки. Расчетные данные по Nu_∞ при абсорбции (десорбции) CO_2 и O_2 водой удовлетворительно согласуются с данными Н.Н. Кулова и Хенстока.

Данная модель обнаруживает единство и глубокую связь механизма массособмена для различных случаев, важность локальных характеристик течения и позволяет объяснить данные для восходящего течения, противотока, закрутки пленки и др.

РЕЗУЛЬТАТЫ ИССЛЕДОВАНИЯ И ОСНОВНЫЕ ВЫВОДЫ

1. С единых позиций выполнено комплексное теоретическое исследование тепло-массообмена в пленочных аппаратах химической технологии. Представлена классификация процессов по модели переноса, дан их анализ и выявлены особенности моделирования; предложено несколько физических моделей тепло-массообмена; получен ряд новых данных.

2. В нетрадиционной форме предложен новый интегральный двумерно-аналитический метод приближенного аналитического решения задач математической физики, описываемых параболическими уравнениями. В методе главная особенность поля — первая производная находится прямо из решения, что расширяет его возможности и повышает точ-

ность решения (иногда на порядок).

3. Показаны взаимосвязь и определенная аналогия теплообмена в пленочных течениях, ламинарном пограничном слое, нестационарной теплопроводности, трубах и каналах, относительная консервативность параметра профиля для конвективного теплообмена. Установлено существование переходного участка развития профиля поля.

4. Впервые найдены аналитические решения ряда задач гидродинамики и теплообмена в ламинарном пограничном слое. Решение уравнений гидродинамического пограничного слоя получено в обобщенном виде, из которого следует многие автомоделльные и неавтомоделльные решения. Изучено влияние стабилизации течения при ламинарном стекании пленки, температурного изменения вязкости в пограничном слое, движения поверхности в слутном потоке жидкости.

5. Для теплообмена без фазового перехода при ламинарном стекании пленок изучено влияние граничных условий I-3 рода; впервые получены решения задач: с учетом кривизны цилиндрической поверхности, температурного изменения вязкости, в сопряженной постановке, теплообмена и массообмена при восходящем течении пленки под действием потока газа.

6. На основе модели турбулентной вязкости М.Д.Миллионщикова впервые найдены аналитические формулы для теплообмена при турбулентном стекании пленки и граничных условиях первого и второго рода. Получена обширная информация о распределении профиля температур, локальных и средних Nu , влиянии профиля скорости, чисел Re и Pz , термического начального участка и его величине. Впервые сформулирована и решена нелинейная задача теплообмена с учетом изменения вязкости и найдено ее влияние на нагрев и охлаждение пленки.

7. На основе единого подхода к механизму процесса, следующему из возникновения квазитурбулентности в волновой пленке, впервые получены решения задач и формулы для расчета теплообмена при испарении ламинарных, ламинарно-волновых и турбулентных стекающих пленок, хорошо согласующиеся с опытом. Дано обобщение модели на случай испарения (конденсации) в турбулентных пленках, движущихся под действием газового (парового) потока.

8. Получены удобные формулы для расчета массообмена в ламинарной стекающей пленке с учетом абсорбции (десорбции) газа, растворения стенки, стекания по сфера, химической реакции и поверхностного сопротивления переносу.

9. Ипервые изучено влияние концентрационной зависимости коэффициента диффузии на массообмен при ламинарном стекании пленки, и дано объяснение повышенной эффективности десорбции газа по сравнению с абсорбцией.

10. Получены инженерные зависимости для расчета совместного тепло-массообмена в неизотермической абсорбции в стекающих пленках при постоянных свойствах и с учетом температурного изменения коэффициентов вязкости и диффузии, определено влияние теплоты абсорбции и числа Льюиса.

11. Доказано существование автомодельного режима течения пленки под действием газа. Предложена полуэмпирическая модель турбулентной диффузии, в которой учитывается затухание пульсаций при приближении к свободной поверхности под действием поверхностного натяжения и вязкости. Известные модели следуют из нее как частные. С использованием этой модели разработаны методики расчета массообмена в ламинарно-волновой, турбулентной стекающей пленке и движущейся при воздействии газа. Во всех этих случаях механизм массообмена описывается одним законом.

12. Сформулирована концепция интенсификации тепло-массообмена в пленочных аппаратах с помощью начальных участков. Полученные результаты нашли применение при расчете интенсивных аппаратов и могут быть использованы для более рационального выбора, обоснования, проектирования пленочных аппаратов и совершенствования методов их расчета, а также развития теории различных процессов тепло-массообмена, пограничного слоя и теплопроводности.

НЕКОТОРЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТА И СРАВНЕНИЯ С ОПЫТНЫМИ ДАННЫМИ

Рис.3.1. Изменение толщины пленки и касательного напряжения на гидродинамическом участке стабилизации в стекающей пленке. Точки - эксперимент.

Рис.4.1. Влияние кривизны поверхности. 1 - внутренняя поверхность трубы; 2 - наружная.

Рис.5.1. Изменение длины термического начального участка.

Рис.5.2. Влияние чисел Re на Nu_{∞} . 1- $Pr=1$; 2-5, 3-10; 4,6-50; 5,7-200. 6,7 - данные Вилле. Числа у линий - показателя степени при Re .

Рис.6.1. Толщина пленки в выходящем прямоугольнике: вода-воздух. Точки - эксперимент Уэда и Танака; Чена и Ибеле. $\gamma = \tau_2 / (\rho g^2 \mu^2)^{1/3}$.

Рис.7.1. Влияние концентрационной зависимости коэффициента диффузии. 1 - абсорбция, 2 - десорбция.

Рис.7.2. Изотермическая абсорбция. Изменение по длине массового потока. $Lu=10^3$. 1 - $\psi=0$; 2-0,01; 3-0,05; 4-0,1.

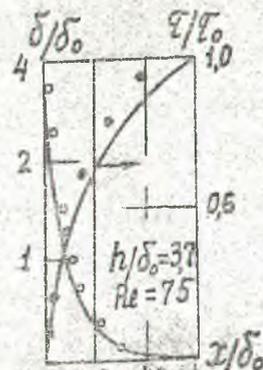


Рис.3.1

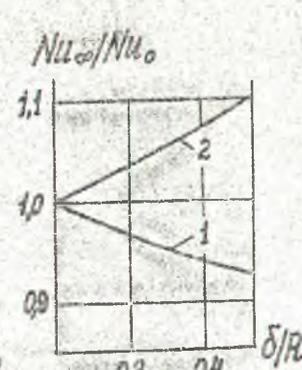


Рис.4.1

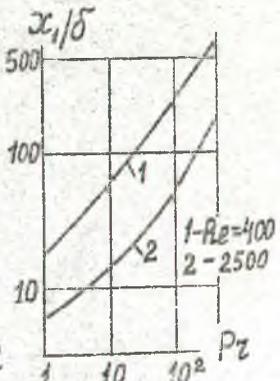


Рис.5.1

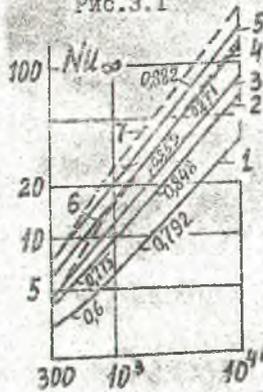


Рис.5.2

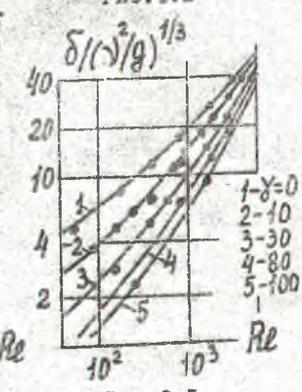


Рис.6.1

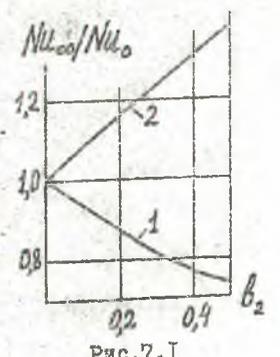


Рис.7.1

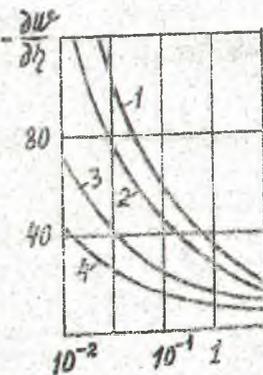


Рис.7.2

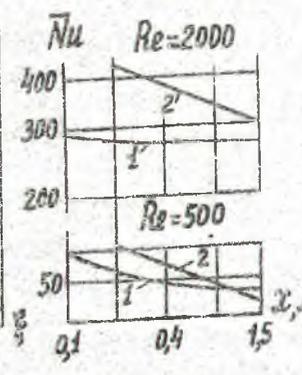


Рис.8.1

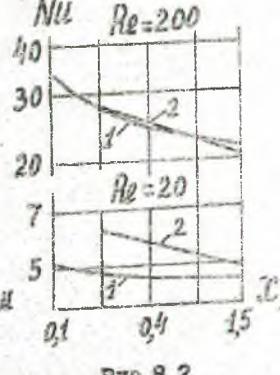


Рис.8.2

Рис.8.1. Изменение Nu по высоте трубы при турбулентном стекании пленки: вода - CO_2 (десорбция). 2;4 - корреляция Н.Н.Кулова.

Рис.8.2. Изменение Nu по высоте трубы при ламинарно-волновом стекании: вода - CO_2 (десорбция). 2 - корреляции Р.Н.Кулова.

ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ ДИССЕРТАЦИИ ОПУБЛИКОВАНО В РАБОТАХ:

1. Собин В.М. Об автомоделльном течении пленки жидкости под действием турбулентного потока газа // Изв.АН БССР, сер.физ.-энерг. наук.- 1978.- №2.- С.118-121.
2. Собин В.М., Устинов М.Д., Семенов А.С. Задача массообмена при обезвоздушивании вискозы в стекающем слое // Химия и химическая технология.- Минск, 1978.- Вып.13.- С.89-94.
3. Собин В.М. Приближенное решение задачи массообмена при стекании слоя жидкости по конической поверхности // Химия и химическая технология.- Минск, 1979.- Вып.14.- С.118-123.
4. Собин В.М. Приближенный учет расширения слоя вискозы при вскипании // Там же.- С.157-158.
5. Собин В.М. Расчет поверхностного трения начальных участков труб в турбулентном пограничном слое с закруткой потока на входе // ИФЖ.- 1979.- Т.37, № 3.- С.582-583.
6. Собин В.М. К массообмену при турбулентном стекании пленки жидкости по вертикальной поверхности // Отраслевое совещание по проблеме Абсорбция газов.Чирчик, 1979. Тезисы докл.- Ташкент, 1979.- С.79-81.
7. Собин В.М., Шибутович В.И. Математическая модель теплообмена при турбулентном стекании пленки жидкости // Автоматический контроль и управление производ. процессами. Тезисы докл.Респуб. н.-т. конф.,-Мн, 1979.- С.71-72.
8. Собин В.М. Теплообмен в стекающей пленке жидкости на термическом начальном участке // ИФЖ.-1980.-Т.39, №4.- С.592-596.
9. Собин В.М. Метод расчета касательных напряжений на поверхности раздела фаз двухфазного закрученного потока в кольцевом режиме течения // Химия и химическая технология.- Мн,1980.- Вып. 15.- С.128-133.
10. Собин В.М. Теплообмен при ламинарном стекании пленки жидкости на термическом начальном участке с учетом температурного изменения вязкости // ИФЖ.- 1981.- Т.40, №6.- С.1101-1102.
11. Собин В.М. Теплообмен при ламинарном стекании пленки жидкости на термическом начальном участке в граничных условиях первого рода // Химия и химическая технология.- Мн., 1981.- Вып. 16.- С.97-101.

12. Собин В.М., Ершов А.М. Исследование восходящего течения пленки жидкости под действием закрученного потока газа // ИЖ.- 1974. Т.26, №3.- С.547-548.
13. Собин В.М. Массообмен на диффузионном начальном участке при турбулентном стекании пленки жидкости // Изв.АН БССР, сер. физ.-энерг. наук.- 1982.- №1.- С.108-111.
14. Собин В.М., Щербаков Л.А. Теплообмен при турбулентном стекании пленки жидкости на термическом начальном участке // ИЖ.- 1982.- Т.42, №1.- С.141-142.
15. Собин В.М., Щербаков Л.А. Теплообмен при турбулентном стекании пленки жидкости на термическом начальном участке и граничных условиях второго рода // Химия и химич. технология.- Мн., 1982.- Вып.17.- С.117-121.
16. Собин В.М. Аналитический расчет абсорбции при турбулентном течении пленки жидкости под действием потока газа в режимах прямого тока // Материалы втор. Всесоюз. я.-т. совещ."Пусть совершен., интенсиф. и повнн. вадем.эппар. в основ.химии". Эффективн.тепло-массооб. аппар. и реакторов, ч.1, Сумы, 1982.- С.116-119.
17. Собин В.М. Влияние температурного изменения вязкости на теплообмен при ламинарном стекании пленок жидкости // Там же.- С.281-284.
18. Собин В.М. Теплообмен на термическом начальном участке при восходящем течении тонкого слоя жидкости // Доклад АН БССР.- 1982.- Т.26, №10.- С.896-899.
19. Собин В.М., Жалковский В.И. Массообмен на диффузионном начальном участке при турбулентном течении пленки жидкости под действием потока газа в режимах прямого тока // Изв.АН БССР, сер. физ.-энерг.н.- 1982.- №2.- С.116.
20. Собин В.М. Теплообмен при турбулентном стекании пленки жидкости с учетом температурного изменения вязкости // Доклады АН БССР.- 1982.- Т.26, №11.- С.997-1000.
21. Собин В.М., Щербаков Л.А., Карпов А.М. Теплообмен на термическом начальном участке при испарении турбулентных стекающих пленок жидкости // ИЖ.- 1983.- Т.44, №2.- С.100-214.
22. Собин В.М. Массообмен на диффузионном начальном участке при восходящем течении тонкого слоя жидкости // Изв.АН БССР, сер. физ.-энерг.н.- 1983.- №3.- С.113.
23. Собин В.М. Приближенный метод решения дифференциального уравнения параболического типа в теории тепло-массообмена // Химия и химическая технология.- Мн., 1983.- Вып.18.- С.109-116.

24. Собин В.М., Щербakov Л.А. Теплообмен на термическом начальном участке при испарении ламинарных стекающих пленок жидкости // Там же.- С.122-124.

25. А.с.978895 СССР, МКП³ ВОИ Д 45/12. Аппарат для мокрой очистки газа / Л.А.Щербakov, В.А.Короткевич, В.И.Павлечко, В.М.Собин, С.И.Адамович (СССР).- №2916708/23-26; Заяв.28.04.80; Опубл. 7.12.82, Бюл. №45.- 3 с.: ил.

26. Собин В.М. Расчет массообмена при ламинарно-водном стекании пленки жидкости // Тезисы докл. Второе Всесоюз. совещ. по проблеме "Абсорбция газов".-Черкассы, 1983.- Ч.2.- С.220-223.

27. Собин В.М., Марков В.А. Массообмен при ламинарном течении пленки жидкости с учетом теплообмена // Там же.- С.224-227.

28. Собин В.М. Расчет массообмена на диффузионном начальном участке при восходящем течении тонкого слоя жидкости // Работы в области массооб. процессов за период 1981-1983гг. по координац. плану головного подраздел. (абсорб., ректифик., экстрак.).- Северодонецк, 1983.- С.162-163.

29. Собин В.М. Неизотермическая абсорбция на начальном участке стекающими пленками жидкости // Там же.- С.164-166.

30. Собин В.М. К расчету теплообмена при испарении ламинарно-водных стекающих пленок жидкости // Тезисы докл.3-ей Всесоюз. науч.конф. "Современ. маш. и аппарат, химич. производств". "Химтехника-83".- Навои, 1983.- Ч.2.- С.78-79.

31. Собин В.М. К расчету теплообмена на термическом начальном участке при ламинарном течении жидкости в круглых трубах // ИЖ.- 1984.- Т.46, №4.- С.690-691.

32. Собин В.М. Совместный тепломассообмен на начальном участке при неизотермической абсорбции стекающими пленками жидкости с учетом изменения вязкости и диффузии // Тепломассообмен- УИ.Матер. Всесоюз.конф. по тепломассооб.- Мн., 1984. Т.8, ч.2.-С.147-152.

33. Собин В.М. Приближенный аналитический метод решения задач гидродинамики и тепломассооб. при течении жидк. в пограничном слое, пленках и трубах // The Summary of Internat. 24 Conf. - Minneapolis, Minnesota (USA), 1984. - Vol, 3.

34. Собин В.М. Ламинарное течение пленки жидкости на гидродинамическом начальном участке // Там же.

35. Собин В.М. Теплообмен на термическом начальном участке при ламинарном стекании пленки жидкости по цилиндрической поверхности // Изв.вузов СССР Энергетика.- 1985.- №11.- С.94-97 (Статья переведена в американском журнале: Heat Transfer 1986.- Vol.18, № 2.)

36. Собин В.М. Приближенные аналитические методы расчета теплообмена на термическом (диффузионном) начальном участке при ламинарном и турбулентном течении в пленках жидкости и в пограничном слое // ТОХТ.- 1985.- Т.19, №1.- С.137.
37. Собин В.М. Массообмен на диффузионном начальном участке при восходящем ламинарном течении пленки неньютоновской жидкости // Химия и химич. технология.- Мн., 1985.- Вып.20.- С.98-97.
38. Собин В.М. Влияние концентрационной зависимости коэффициента диффузии на массообмен при ламинарном стекании пленки жидкости // Тезисы докл. Всесоюз. конференции "Новые проц. и оборудов. для получ. веществ реактивной квалификации".- Черкассы, 1985.- С.78-80.
39. Sobin V.M. Conjugate heat transfer within a thermal starting section in laminar flow down of liquid film along a thin plate.- Modelling, Simulation and Control, B, AMSE Press.- 1985.- Vol. 2, N 2.- P.37-44.
40. Собин В.М. Приближенный аналитический метод решения уравнений ламинарного пограничного слоя в несжимаемой жидкости - // Там же.- Vol.5, №4.- P.17-32.
41. Собин В.М. Теплообмен на термическом начальном участке при ламинарном стекании пленки жидкости и граничных условиях третьего рода // Там же.- P.9-15.
42. Собин В.М., Лахтанов С.А. Массообмен при ламинарном стекании пленки жидкости с учетом химической реакции первого порядка // The Summari of Inter-1985 Conf.-Monastir(Tunisia), 1985.-Vol.2.
43. Собин В.М., Щербаков Л.А. Теплообмен при испарении ламинарных стекающих пленок жидкости // Там же.
44. Собин В.М. Теплообмен в ламинарном пограничном слое при внешнем течении несжимаемой жидкости // Там же.
45. Короткевич В.А., Собин В.М., Щербаков Л.А. Выпаривание дрожжевой суспензии с использованием теплонасосной установки (ТНУ) // Процессы и аппар. для микробиол. произ. Тезисы докл. Всесоюз. конф., г.Грозный, июль 1986.- М., 1986.- ч.1.- С.181-182.
46. Собин В.М., Кравченко В.А. Теплообмен на термическом начальном участке в ламинарных стекающих пленках жидкости и граничных условиях третьего рода // ИФХ.- 1986.- Т. , №1.- С.133-134.
47. Собин В.М. Модель турбулентной диффузии для расчета процессов массообмена при пленочном течении жидкости // Тезисы докл. Всесоюз. совещ. Повышение эффект. и надежн. машин и аппар.- в основ. химии".- Сумы, 1986.- Секц.2.- С.62-63.
48. А.с. №1331548 СССР, МКК³ ВОИ Д 47/16. Устройство для очистки газа // Щербаков Л.А., Короткевич В.А., Собин В.М. (СССР).-

№ 3949299/30-26; заяв. 06.08.85; Опубл. 23.08.87, Бюл.№31.- 4с:
3 ил.

49. Собин В.М. Массообмен на диффузионном начальном участке при восходящем ламинарном течении пленки неньютоновской жидкости // The Summari of Internat. 1987 Conf.-Karlsruhe(West Germany), July 20-22, 1987. -Vol.3.

50. Собин В.М. Влияние концентрационной зависимости коэффициента диффузии на массообмен при ламинарном стекании пленки жидкости // Там же.

51. Собин В.М. Метод расчета массообмена при ламинарно-волновом стекании пленки жидкости // The Summari of Internat.1987 Conf. -New Delhi(India), Oktober 29-31, 1987.-Vol.3.

52. Собин В.М., Стыценок А.В. Моделирование массообмена при турбулентном пленочном течении жидкости и воздействии газового потока // The Summari of Internat.1987 Conf. -Pomona, California (USA), December, 16-18, 1987.-Vol.2

53. Собин В.М. Теплообмен в ламинарном пограничном слое при обтекании движущейся плоской поверхности слутным потоком жидкости // Теплообмен. Тезисы докл. Минский Междунар. форум. Секц.І. Конвект.теплооб.- Мн., 1988.- ч.І.- С.96-98.

54. Собин В.М. Массообмен в интенсивных режимах взаимодействия жидкости и газа // Проц. и аппарат. для микробиол. произв.Тезисы докл. Всес.конф., г.Грозный, сентябрь, 1989.- М., 1989.- ч.І.- С.36-37.

В.М. Собин

Подписано к печати 3 октября 1991 г. Заказ 161. Тираж 120 экз.
Отпечатано на ротационной ВНИИИП, г. Минск, ул. Вервасени, 17.