13. Kamen E.W., The block form of linear systems over commutative ring with applications to control // Linear algebra for control theory / Paul van Dooren, B. Wyman ed. / (The IMA volumes in mathematics and its applications; v.62).- Springer – Verlag. – 1994. – P. 103 – 116.
14. Tannenbaum A., Polynomial rings over arbitrary fields in two or more variables are not pole assignable, Systems and Control Letter 2, 1982).- P. 222–224.
15. Wonham W., On pole assignment in multi – input controllable linear systems, IEEE Trans. Automatic Control AC – 12 (1967).-P. 660 – 665.

УДК 518.5

А.А. Лялько, аспирант

РОБАСТНОЕ ОЦЕНИВАНИЕ ПАРАМЕТРОВ СТОХАСТИЧЕСКИХ АВТОРЕГРЕССИОННЫХ МОДЕЛЕЙ

The robust parameter estimation for of autoregressive model which takes into account errors of observation is considered. Iterative algorithms for robust parameter estimation are proposed.

Для оценивания параметров моделей динамических объектов часто используют метод максимального правдоподобия. Этот метод обладает свойствами универсальности, позволяя при достаточно общих предположениях получать эффективные или асимптотически эффективные оценки, однако он чувствителен к возмущающим факторам, имеющим место при функционировании объекта

В связи с этим целесообразно наделить алгоритм оценивания параметров робастными свойствами [1-3].

Рассмотрим модель динамического объекта на основе авторегрессионной модели и уравнения наблюдения:

$$y(n) = \sum_{m=1}^{M} a_m y(n-m) + e(n); \tag{1}$$

$$z(n) = y(n), \tag{2}$$

где $y(n)$- переменная состояния объекта; $z(n)$- наблюдаемая величина; $e(n)$- случайная ошибка (возмущение объекта) измерения; m=[1 M],a_m - неизвестные коэффициенты авторегрессии; n=0,1,...- дискретное время; M-параметр, характеризующий порядок модели [4 ,5].

Представим систему (1) ,(2) в матричном виде:

$$y = YA + E; \tag{3}$$

$$Z = y, \tag{4}$$

где

$$\mathbf{y} = \begin{bmatrix} y(1) \\ y(2) \\ y(3) \\ \ldots \\ y(n-1) \\ y(n) \end{bmatrix}; \qquad \mathbf{Y} = \begin{bmatrix} y(0) & 0 & \ldots & \ldots\ldots\ldots 0 \\ y(1) & y(0) & 0 & \ldots\ldots\ldots 0 \\ y(2) & y(1) & y(0) & 0\ldots\ldots\ldots 0 \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \quad \ldots \\ y(n-2) & y(n-3) & \ldots\ldots & y(n-M-1) \\ y(n-1) & y(n-2) & \ldots\ldots & y(n-M) \end{bmatrix};$$

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} a(1) \\ a(2) \\ \ldots \\ a(M) \end{bmatrix}; \qquad \mathbf{Z} = \begin{bmatrix} z(1) \\ z(2) \\ \ldots \\ z(n) \end{bmatrix}; \qquad \mathbf{E} = \begin{bmatrix} e(1) \\ e(2) \\ \ldots \\ e(n) \end{bmatrix}$$

Случайная величина e(n) может быть описана плотностью распределения вероятности (ПРВ) **W**(e).

Этапы решения задачи робастного оценивания коэффициентов авторегрессионной модели (АРМ) заключаются в следующем:

- Определение класса , к которому можно отнести **W**(e).
- Нахождение наихудшей в классе ПРВ в смысле минимума фишеровской информации.
- Построение итерационной процедуры оценивания коэффициентов АРМ.

Каждому уровню априорной информации о возмущающем воздействии АРМ соответствует определенный класс ПРВ. Решение о выборе того или иного класса может уточняться по мере накопления информации о возмущениях объекта.

Известно большое количество классов ПРВ [6,7] .На основании некоторых сведений (статистических характеристик процесса) ПРВ может быть отнесена к одному из них .

Под наихудшей **W***(e) из выбранного класса ПРВ понимаем ту ,для которой асимптотическая ковариационная матрица ошибок оценивания коэффициентов достигает максимума.

Наихудшая ПРВ **W***(e) в выбранном классе находится путем решения неклассических вариационных задач .

Для параметрического оценивания на основе модели (1), (2) целесообразно использовать огрубленный (робастный) метод максимального правдоподобия. Оценка вектора регрессии **A*** в этом случае может быть найдена из выражения

$$\Delta\Psi = \frac{\partial \mathbf{W}^*(\mathbf{Z} - \mathbf{Y}\cdot\mathbf{A}^*)}{\partial \mathbf{A}^*} = 0, \tag{5}$$

где **W*(Z-Y·A*)=W*(Z | A*)**- функция правдоподобия. В предположении априорной неопределенности относительно возмущающих воздействий функция **W*(Z-Y·A*)** будет определяться в основном ПРВ шума.

Во многих случаях необходимо обеспечить параметрическую идентификацию в реальном масштабе времени .

Воспользовавшись методом стохастической аппроксимации, получим уравнение для оценки вектора **A*** в рекуррентном виде :

$$\mathbf{A}^*(n) = \mathbf{A}^*(n-1) - \mathbf{K}(n)\cdot((\partial\mathbf{W}^*(\mathbf{Z}(n-1) - \mathbf{Y}(n-1)\cdot\mathbf{A}^*(n-1))\times \tag{6}$$

$$\times(\partial\mathbf{A}^*(n-1)^{-1}),$$

где **K**(n)- матрица усиления.

В качестве примера рассмотрим класс ПРВ с минимальной априорной информацией о возмущающем воздействии объекта, когда известно только то, что оно существует. Нахождение наихудшей ПРВ в данном классе определяется с помощью решения вариационной задачи минимизации [6].

Минимизируемый критерий с дополнительными условиями имеет вид

$$I[\mathbf{W}^*(e)] = \int_{-\infty}^{+\infty} [(d\ln\mathbf{W}^*(e)/dy)^2\cdot\mathbf{W}^*(e)]de = \min(\mathbf{W}^*(e)); \tag{7}$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \mathbf{W}^*(e)de = 1; \mathbf{W}^*(e) \geq 0. \tag{8}$$

Для решения вариационной задачи (6), (7) составим функцию Лагранжа:

$$L(\mathbf{W}^*(e)) = (d\ln\mathbf{W}^*(e)/de)^2\cdot\mathbf{W}^*(e) + \lambda\cdot\mathbf{W}^*(e), \tag{9}$$

где λ–множитель Лагранжа

Уравнение (8) представим в виде

$$\mathbf{L}(\mathbf{W}^*(e)) = \frac{[(\mathbf{W}^*(e))']^2}{\mathbf{W}^*(e)} + \lambda\cdot\mathbf{W}^*(e), \tag{10}$$

$$[\mathbf{W}^*(e)]' = \frac{d\ln\mathbf{W}^*(e)}{de}$$

Для выражения (9) запишем уравнение Эйлера :

$$\frac{\partial}{\partial e}\left(\frac{\partial \mathbf{L}}{\partial[\mathbf{W}*(e)]'}\right)-\frac{\partial \mathbf{L}}{\partial \mathbf{W}*(e)}=0, \qquad (11)$$

которое преобразуем к виду

$$2\cdot \mathbf{Z}e*-(\mathbf{Z}e*)^2+\lambda=0, \qquad (12)$$

$$\mathbf{Z}e*=-\frac{\partial \ln(\mathbf{W}*(e))}{\partial e}$$

Решение уравнения (12) приводит к значению **Ze***=const, и, следовательно, наихудшая ПРВ **W***(e) имеет вид двухстороннего лапласовского распределения :

$$\mathbf{W}*(e)=0{,}5\lambda\ \exp\{-\lambda\,|e|\}. \qquad (13)$$

Используя распределение (13) для решения уравнений (5) и (6), получим рекуррентный алгоритм для нахождения оценок вектора **A** :

$$\mathbf{A}*(n)=\mathbf{A}*(n-1)-\mathbf{K}(n)\cdot sign((\mathbf{Z}(n-1)-\mathbf{Y}(n-1)\cdot\mathbf{A}*(n-1))\times$$
$$\times\,\mathbf{Y}^T(n-1)$$

В случае введения дополнительного ограничения на среднюю мощность ПРВ возмущений объекта :

$$\int_{-\infty}^{+\infty} e\cdot e^T\cdot\mathbf{W}*(e)de<\infty$$

рекуррентное уравнение (6) принимает вид

$$\mathbf{A}*(n)=\mathbf{A}*(n-1)-\mathbf{K}(n)\cdot\mathbf{Y}^T(n-1)\cdot(\mathbf{Z}(n-1)-\mathbf{Y}(n-1)\times$$
$$\times\,\mathbf{A}*(n-1)$$

с матрицей усиления $\mathbf{K}^{-1}(n)=\mathbf{K}^{-1}(n-1)-\mathbf{Y}^T(n-1)\cdot\mathbf{Y}(n-1)$.

Синтезированный алгоритм позволяет обеспечить робастное оценивание неизвестных параметров объекта ,заданного в виде авторегрессионой модели (1), (2) при априорной неопределенности вида ПРВ возмущений объекта, и проводить процесс оценивания в реальном масштабе времени используя при этом небольшое количество вычислительных процедур.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ortega R.,Yu T. Robustness of adaptive controllers : A survey// Automatica.1989.Vol. 25 №5.
2. Smith R.S., Doule J.C. Model validation: A connection between robust control and identification //IEEET Trans. Automatic Control.1992.Vol. 37 №7.
3. Van den Hof P.M.J. Schrama R.J.P. Identification and control-closed-loop issues//Automatica.1995 Vol.31 №12
4. Кендалл М.Дж., Стьюарт А. Теория распределений. М.: Наука, 1966.
5. Льюнг.Л. Идентификация систем. Теория для пользователя. М.: Наука, 1991
6. Цыпкин Я.З. Основы информационной теории идентификации. М.:Наука, 1984
7. Хьюбер П. Робастность в статистике. М.: Мир, 1984.

УДК 531.19

Г.С. Бокун, доцент;
В.С. Вихренко, профессор;
К.Убинг, вед. научн. сотр.

СТАТИСТИЧЕСКАЯ ТЕРМОДИНАМИКА ДВУМЕРНОГО РЕШЕТОЧНОГО ГАЗА В САМОСОГЛАСОВАННОМ ДИАГРАММНОМ ПРИБЛИЖЕНИИ

The selfconsistent diagram approximation for lattice systems is proposed. The free energy of the system is represented by diagram expansion with averaging over states of a reference system. The latter is defined by one-particle mean potentials, which are calculated on the basis of extremity principle. As an example numerical computations for two-dimensional square lattice with attractive interaction between nearest neighbors were carried out. The critical temperature, the coexistence curve, the chemical potential and probabilities for two nearest neighbor lattice sites to be occupied by particles or vacancies coincide within one per cent with exact or Monte Carlo data.

1. Введение

Решеточные системы рассматриваются как модели многих физических, механических, информационных и т. п. процессов. Они отражают многие свойства дефектных структур в ионных кристаллах и твердых растворах, адсорбированных на поверхностях частиц [1 - 5]. Во многих приложениях твердые электролиты также могут моделироваться взаимодействующим решеточным газом со случайно распределенными или одинаковыми потенциалами в узлах решетки [6, 7].