

УДК 621.926.88

Е. Г. Федарович, А. Э. Левданский, А. А. Ковалева, Х. С. Нурмухамедов
Белорусский государственный технологический университет
Ташкентский химико-технологический институт (Республика Узбекистан)

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ ТУРБУЛЕНТНОСТИ ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ГАЗОДИНАМИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК УДАРНО-ЦЕНТРОБЕЖНОЙ МЕЛЬНИЦЫ

В статье рассмотрена аэродинамика ударно-центробежной мельницы. Посредством численного трехмерного моделирования проведены теоретические исследования использования математических моделей турбулентности для определения газодинамических характеристик ударно-центробежной мельницы. В работе исследовались наиболее распространенные в настоящее время модели турбулентности с двумя дифференциальными уравнениями: стандартная модель турбулентности k - ϵ , модель Baseline, модель Shear Stress Transport. Трехмерное численное моделирование включало в себя построение трехмерной геометрической модели ударно-центробежной мельницы с заданием расчетной области, построение гексагональной расчетной сетки в полученной расчетной области, задание граничных условий на входном и выходном патрубках и проведение вычислений с последующей обработкой полученных данных. Определены аэродинамические характеристики воздушного потока ударно-центробежной мельницы, такие как массовый расход воздуха, степень повышения давления, температура воздуха, средняя скорость воздушного потока в входном патрубке, средняя скорость воздушного потока на внутренних и внешних кромках разгонных лопаток. Построены графические зависимости влияния частоты вращения рабочего органа мельницы на скорость воздушного потока в рабочей камере мельницы, а также на значения кинетической энергии турбулентности. На основании значений кинетической энергии турбулентности дана характеристика структуры воздушного потока в межлопаточной области при использовании исследуемых моделей турбулентности. Представлено сравнение теоретических и экспериментальных данных определения массового расхода воздуха в выходном патрубке ударно-центробежной мельницы при разной частоте вращения ротора. По результатам проведенных теоретических исследований сделан вывод о пригодности исследуемых моделей турбулентности для моделирования аэродинамики в ударно-центробежной мельнице.

Ключевые слова: ударно-центробежная мельница, моделирование, модель турбулентности, воздушный поток, кинетическая энергия турбулентности.

Для цитирования: Федарович Е. Г., Левданский А. Э., Ковалева А. А., Нурмухамедов Х. С. Использование математических моделей турбулентности для определения газодинамических характеристик ударно-центробежной мельницы // Труды БГТУ. Сер. 2, Химические технологии, биотехнологии, геоэкология. 2024. № 2 (283). С. 50–58.

DOI: 10.52065/2520-2669-2024-283-7.

E. G. Fedarovich, A. E. Levdanski, A. A. Kovaleva, H. S. Nurmukhamedov
Belarusian State Technological University
Tashkent Institute of Chemical Technology (Republic of Uzbekistan)

USING MATHEMATICAL MODELS OF TURBULENCE TO DETERMINE GAS DYNAMIC CHARACTERISTICS IMPACT CENTRIFUGAL MILL

The article discusses the aerodynamics of an impact centrifugal mill. Using three-dimensional numerical modeling, theoretical studies were carried out on the use of mathematical models of turbulence to determine the gas-dynamic characteristics of an impact centrifugal mill. The work examined the currently most common turbulence models with two differential equations: the standard k - ϵ turbulence model, the Baseline model, and the Shear Stress Transport model. Three-dimensional numerical modeling included the construction of a three-dimensional geometric model of an impact centrifugal mill with the definition of a computational domain, the construction of a hexagonal computational mesh in the resulting computational domain, the definition of boundary conditions on the inlet and outlet pipes and carrying out calculations with subsequent processing of the obtained data. The aerodynamic characteristics of the air flow of an impact centrifugal mill are determined, such as mass air flow, degree of pressure increase, air temperature, average air flow speed in the inlet pipe, average air flow speed at the inner and outer edges of the accelerating blades. Graphic dependences of the influence of the speed of rotation of the mill working body on the speed of air flow in the working chamber of the mill, as well as on the values of the kinetic energy of turbulence, were constructed.

Based on the values of kinetic energy of turbulence, a characteristic is given of the structure of the air flow in the interblade region using the studied turbulence models. A comparison of theoretical and experimental data is presented for determining the mass air flow rate in the outlet pipe of an impact centrifugal mill at different rotor speeds. Based on the results of the theoretical studies, a conclusion was made about the suitability of the studied turbulence models for simulating aerodynamics in a centrifugal impact mill.

Keywords: centrifugal impact mill, modeling, turbulence model, air flow, kinetic energy turbulence.

For citation: Fedarovich E. G., Levdanski A. E., Kovaleva A. A., Nurmukhamedov H. S. Using mathematical models of turbulence to determine gas dynamic characteristics impact centrifugal mill. *Proceedings of BSTU, issue 2, Chemical Engineering, Biotechnologies, Genecology*, 2024, no. 2 (283), pp. 50–58 (In Russian). DOI: 10.52065/2520-2669-2024-283-7.

Введение. Центробежные мельницы представляют собой устройства, в которых измельчение осуществляется за счет ускорения частиц материала рабочим органом мельницы с их последующим ударом об отбойную поверхность. Перемещение твердых частиц в рабочей камере мельницы во многом определяется характером движения воздушных масс. В большинстве случаев при проектировании ударно-центробежных мельниц воздух играет роль транспортирующей среды твердых частиц. Скорость воздуха в рабочей камере мельницы определяет дисперсность конечного продукта измельчения, так как чем меньше размер частиц, тем больше аэродинамическое воздействие потока воздуха влияет на их траекторию. При достижении определенной дисперсности твердые частицы потоком воздуха выводятся из мельницы. Кроме того, аэродинамическое воздействие потока влияет на распределение твердых частиц разного размера по поверхности разгонных лопаток и на образование застойных зон в рабочей камере мельницы. В результате, ввиду вышесказанного, определение характера движения воздушных потоков в ударно-центробежных мельницах является важной задачей. Одним из широко распространенных современных методов, позволяющих решить данную задачу, является численное моделирование [1–3].

В последние годы все большее распространение получили методы вычислительной газодинамики, основанные на решении осредненных по Рейнольдсу уравнений Навье – Стокса. Множество открытых источников [4–6] предоставляют примеры, где данные методы применяются для анализа работы центробежных насосов, вентиляторов и компрессоров. Однако особенностям расчета газодинамических характеристик центробежных мельниц уделено крайне мало внимания, а значит, остается открытым вопрос о выборе оптимальных параметров при моделировании физических процессов.

Для достаточно точного описания характера движения воздушного потока в рабочей камере центробежной мельницы необходимо учитывать наличие турбулентных потоков.

В настоящее время известно большое количество моделей турбулентности, использующихся для решения определенных типов задач. Существуют модели, описывающие турбулентность в потоке с помощью одной переменной величины, для которой строится дифференциальное уравнение переноса. К таким можно отнести модели Колмогорова – Прандтля, Брэдшоу – Атвелла – Ферриса, Спалларта – Аллмареса. Однако ввиду их применимости только к простым конфигурациям потока наиболее широкое распространение получили модели с двумя дифференциальными уравнениями типов $k-\omega$ и $k-\varepsilon$ [7].

Выбор модели турбулентности является важной задачей численного моделирования, так как оказывает существенное влияние на результаты вычислений. Целью настоящего исследования является проведение численного трехмерного моделирования движения воздушного потока в рабочей камере мельницы с использованием современных моделей турбулентности, проведение сравнительной характеристики результатов численного моделирования в зависимости от выбранной модели турбулентности и сопоставление полученных результатов с данными экспериментальных исследований.

Основная часть. Численное моделирование аэродинамики в ударно-центробежной мельнице проводилось при помощи использования трех различных моделей турбулентности: стандартная модель турбулентности $k-\varepsilon$ [8], модель Baseline (BSL- $k-\omega$) [9], модель Shear Stress Transport (SST) [10].

Каждая из перечисленных моделей имеет свойственные ей допущения, позволяющие решить проблему замыкания турбулентности путем нахождения неизвестных переменных в уравнении Рейнольдса [8].

В стандартной модели $k-\varepsilon$ предполагается, что поток полностью турбулентный, а влияние молекулярной вязкости незначительно. Вводится понятие кинетической энергии турбулентности k и диссипации ε . Модель BSL $k-\omega$ представляет собой гибридную модель $k-\varepsilon$ и $k-\omega$ и учитывает влияние вязкости на характеристики турбулентности в окрестности стенки.

Диссипация турбулентности ω в данной модели представляет собой отношение ϵ к k . Модель сдвиговых напряжений Ментера SST дополнительно учитывает перенос сдвиговых напряжений. В ней вводятся два дополнительных дифференциальных уравнения для пережимаемости течения и местного числа Рейнольдса.

Объектом исследования являлась ударно-центробежная мельница, предназначенная для измельчения кусковых и сыпучих материалов [11] (рис. 1).

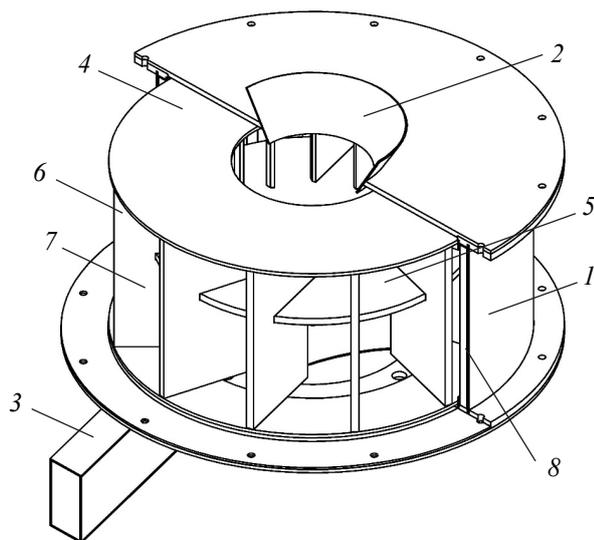


Рис. 1. Трехмерная модель ударно-центробежной мельницы:
1 – корпус; 2 – загрузочный патрубок;
3 – разгрузочный патрубок; 4 – ротор; 5 – диск ротора; 6 – разгонные лопатки; 7 – отбойные лопатки; 8 – отбойная поверхность

Численное трехмерное моделирование включало в себя следующие этапы:

- построение трехмерной модели ударно-центробежной мельницы с заданием расчетной области;

- построение трехмерной гексагональной расчетной сетки с размером ячеек 0,005 м. В пристеночных областях расчетная сетка представляла собой призматические слои толщиной 0,0025 м (рис. 2) для более точного расчета пограничного ламинарного слоя;

- задание начальных и граничных условий: полное давление в входном патрубке 101 325 Па, плотность газа 1,16 кг/м³, температура газа на входе устанавливалась 288,15 К, частота вращения рабочего органа мельницы n (ротора) задавалась 600, 1200, 1800, 2400 и 3000 об/мин;

- проведение непосредственно вычислений и обработка результатов. Критерием сходимости решения системы уравнений Рейнольдса являлась величина остатка разности значений

мгновенных скоростей для каждого уравнения в конце каждой итерации. Максимальный уровень остаточной разности рекомендуется принимать не выше $5 \cdot 10^{-4}$ [12]. В данной работе было принято значение $1 \cdot 10^{-4}$.

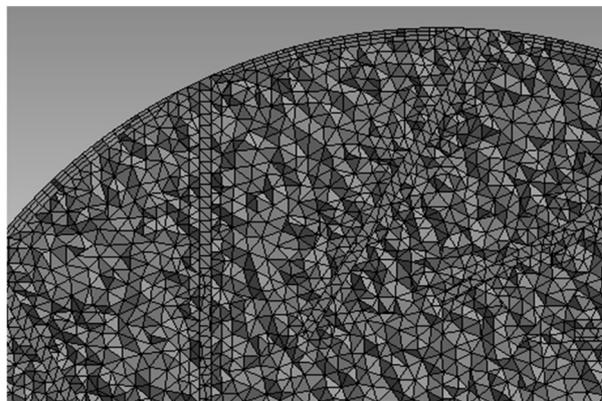


Рис. 2. Трехмерная расчетная сетка

Определение влияния моделей турбулентности на результаты вычислений проводилось сравнением следующих величин: средняя скорость воздушного потока в входном патрубке мельницы $v_{ср,вх}$, м/с; средняя скорость воздушного потока на концах разгонных лопаток $v_{ср,к}$, м/с; средняя скорость воздушного потока на внутренних кромках разгонных лопаток $v_{ср,в}$, м/с; кинетическая энергия турбулентности в плоскости, пересекающей разгонные лопатки параллельно диску ротора k , м²/с²; массовый расход воздуха на входе в мельницу Q , кг/с; степень повышения давления λ ; температура газа на выходе из мельницы T , К.

Результаты трехмерного моделирования сведены в таблицу.

Как видно из представленной таблицы, применение разных моделей турбулентности не оказывает существенного влияния на такие параметры, как расход воздуха Q , степень повышения давления λ и температура воздуха на выходе из мельницы T , которые различаются в зависимости от выбранной модели не более чем на 2,0%.

Для более полного понимания влияния моделей турбулентности на результаты трехмерного моделирования были построены графические зависимости изменения средней скорости воздушного потока в рабочей камере мельницы по сечению, пересекающему разгонные лопатки параллельно диску ротора на различном расстоянии от оси вращения ротора d , м (рис. 3).

Рассматривая полученные результаты, представленные на графических зависимостях (рис. 3), рабочую камеру мельницы, в зависимости от скорости воздушного потока, условно можно разделить на четыре участка.

Результаты трехмерного моделирования

Модель турбулентности	n , об/мин	$v_{ср,вх}$, М/с	$v_{ср,к}$, М/с	$v_{ср,в}$, М/с	Q , кг/с	λ	T , К
$k-\varepsilon$	600	2,10	11,70	3,13	0,019	1,0015	288,25
	1200	4,10	25,88	5,59	0,037	1,0062	288,53
	1800	6,52	38,44	8,74	0,059	1,014	289,07
	2400	8,91	50,30	11,50	0,081	1,023	289,75
	3000	10,98	66,01	14,52	0,100	1,038	290,66
BSL- $k-\omega$	600	2,082	10,33	3,18	0,019	1,0015	288,25
	1200	4,13	26,56	5,68	0,037	1,0061	288,53
	1800	6,33	39,06	8,55	0,058	1,014	288,98
	2400	8,20	52,00	11,17	0,076	1,027	289,63
	3000	10,41	64,46	13,92	0,096	1,041	290,54
SST	600	2,14	11,21	3,06	0,019	1,0015	288,25
	1200	4,38	25,22	5,92	0,040	1,0060	288,54
	1800	6,60	38,00	8,82	0,061	1,014	289,03
	2400	8,52	51,12	11,65	0,078	1,025	289,72
	3000	11,034	64,05	14,56	0,100	1,039	290,66

I. Попадая в рабочую камеру мельницы через входной патрубков, скорость воздушного потока снижается в сравнении с $v_{ср,вх}$ ввиду увеличения живого сечения потока в центре ротора. Далее, по мере перемещения потока от центра ротора, скорость потока несколько возрастает – до 12,5 м/с при $n = 3000$ об/мин и до 2,5 м/с при $n = 600$ об/мин.

II. Перед тем как воздушный поток попадает в межлопаточную область, образованную разгон-

ными лопатками, за счет повышения сопротивления потока внутренними кромками разгонных лопаток его скорость несколько снижается.

III. Далее проходя через зазор, образованный разгонными лопатками, скорость воздушного потока значительно возрастает. Резкий скачок скорости наблюдается на расстоянии до 0,02 м от внутренних кромок разгонных лопаток (рис. 3, z , область А).

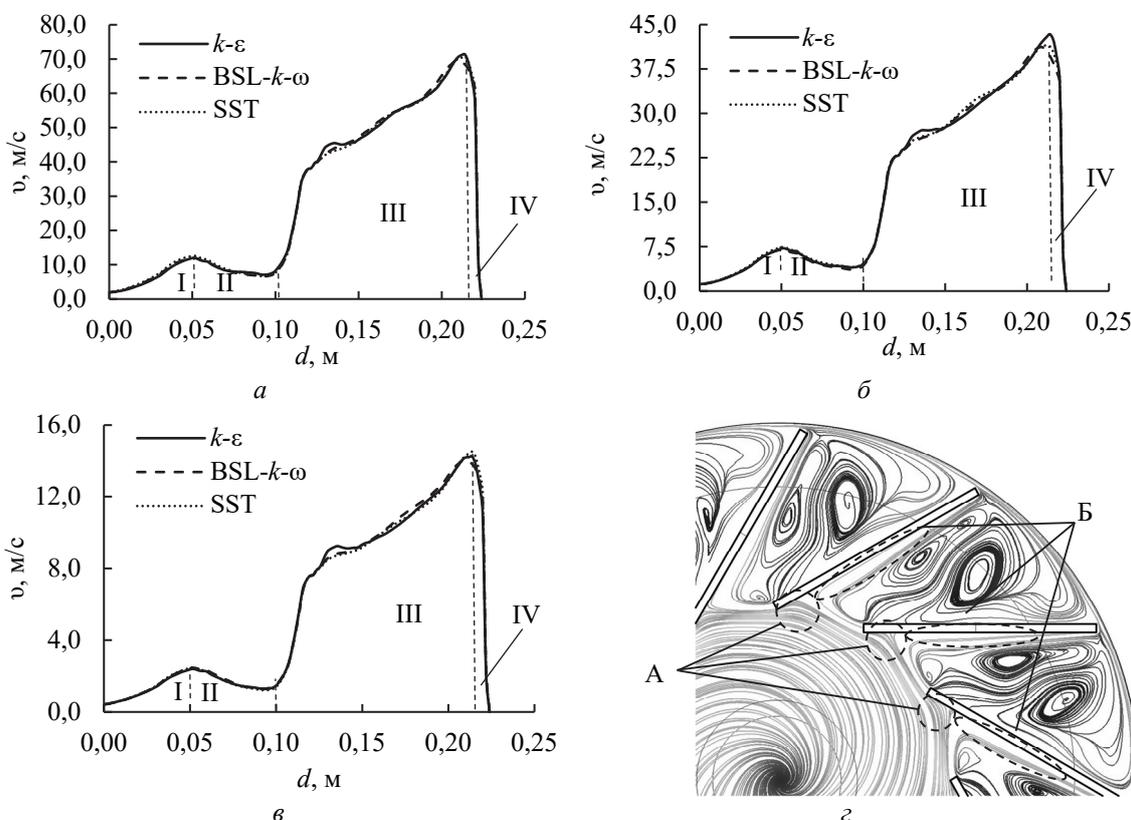


Рис. 3. Средняя скорость воздушного потока по сечению мельницы, пересекающему разгонные лопатки параллельно диску ротора:

a – частота вращения ротора 3000 об/мин; b – частота вращения ротора 1800 об/мин; v – частота вращения ротора 600 об/мин; z – линии тока в рабочем колесе при использовании модели SST

При частоте вращения ротора 3000 об/мин скорость потока увеличилась на 29,2 м/с, при $n = 1200$ об/мин – на 17,7 м/с. Данное явление возникает при ударном обтекании внутренних кромок лопаток, когда направление струйки тока на входе в межлопаточную область отличается от среднего направления потока. В представленном случае, так как критическая струйка тока находится на задней стороне лопатки, угол атаки отрицательный. В результате поскольку лопатки имеют некоторую толщину, снижая тем самым площадь проходного сечения, критическая струйка тока разгоняется, что отображается на графических зависимостях резким скачком скорости. Далее из-за разности давлений на передней и задней поверхности лопаток струйка поворачивается в сторону задней поверхности, где давление меньше. В итоге критическая струйка закручивается в противоположную сторону вращению рабочего колеса и наблюдается отрыв потока (рис. 3, з, область Б). Рост скорости замедляется и достигает максимума на внешних кромках разгонных лопаток. Рассматривая рис. 3, з, стоит отметить, что поток в межлопаточном пространстве четко разграничен на две области. Область, находящаяся ближе к задней поверхности лопатки, называется «след», а большая часть потока, приближенная к передней поверхности лопатки, – «струя», что говорит о правильном представлении течения потока в межлопаточном канале [13].

IV. После достижения максимальной скорости воздушный поток перемещается в область, ограниченную внешними кромками разгонных лопаток и отбойной поверхностью мельницы, где его скорость резко снижается ввиду увеличения живого сечения на выходе из разгонных лопаток.

Анализируя влияние выбора моделей турбулентности на полученные результаты численного моделирования, установлено, что модель $k-\epsilon$ характеризуется некорректным отображением области отрыва потока на задней поверхности лопатки в сравнении с моделями BSL- $k-\omega$ и SST. Неточность расчетов заключается в росте скорости потока после его отрыва в области пониженного давления, что на графических зависимостях отображается пиком на расстоянии от центра ротора $d = 0,14$ м. При использовании модели $k-\epsilon$, при высоких значениях частоты вращения ротора 1800–3000 об/мин, наблюдается отсутствие пограничного слоя вблизи отбойной поверхности без характерного для пограничного слоя постепенного уменьшения скорости, как это видно для моделей BSL- $k-\omega$ и SST. В результате средняя скорость воздушного потока при использовании модели $k-\epsilon$ вблизи поверхности

стенки завышена на 1–2 м/с в сравнении с моделями BSL- $k-\omega$ и SST.

Чтобы оценить качественное влияние исследуемых моделей турбулентности на структуру потока, нами была определена кинетическая энергия турбулентности k в том же сечении мельницы. Данный параметр был введен Л. Прандтлем и представляет собой среднеквадратичную пульсацию скорости ($\text{м}^2/\text{с}^2$). Полученные при моделировании графические зависимости (рис. 4) показывают, что воздушный поток, вне зависимости от выбора модели турбулентности, характеризуется двумя максимумами кинетической энергии турбулентности: на входе в межлопаточную область и на участке между разгонными лопатками и отбойной поверхностью. При этом высота максимумов и характер кривой значительно зависят от выбора модели турбулентности.

Первый максимум кинетической энергии наблюдается на входе в межлопаточную область. Данный вид кривой говорит о наличии завихрений потока на входе в межлопаточную область, что согласуется с представлениями об ударном обтекании лопаток. Далее значения k резко снижаются и вдоль всей поверхности разгонных лопаток не превышают $0,7 \text{ м}^2/\text{с}^2$ для частот вращения ротора 1800–3000 об/мин.

Отсутствие роста кинетической энергии вдоль разгонной лопатки говорит о наличии стационарного потока без возмущений, что является некорректным в области пониженного давления при отрыве потока. Однако стоит отметить, что при меньших значениях n (600–1200 об/мин) на графических зависимостях наблюдается некоторый рост кинетической энергии вдоль лопатки, который говорит о большей достоверности данной модели при меньших значениях скорости потока.

Второй максимум связан со структурой потока на выходе из межлопаточного канала, а именно с существенной вихревой составляющей «следа».

При использовании моделей BSL- $k-\omega$ и SST вид кривых, представленных на рис. 4, существенно отличается от ранее рассмотренной стандартной модели $k-\epsilon$. Указанные модели характеризуются значительно большим максимумом кинетической энергии на входе в межлопаточную область, при этом значения k , полученные при использовании SST, превышают значения, полученные для BSL- $k-\omega$ модели. Отличительной особенностью данных моделей от $k-\epsilon$ модели является рост кинетической энергии вдоль всей поверхности разгонной лопатки при n больше 1800 об/мин. В данном случае модели описывают турбулентность потока в областях пониженного давления на задней поверхности лопатки.

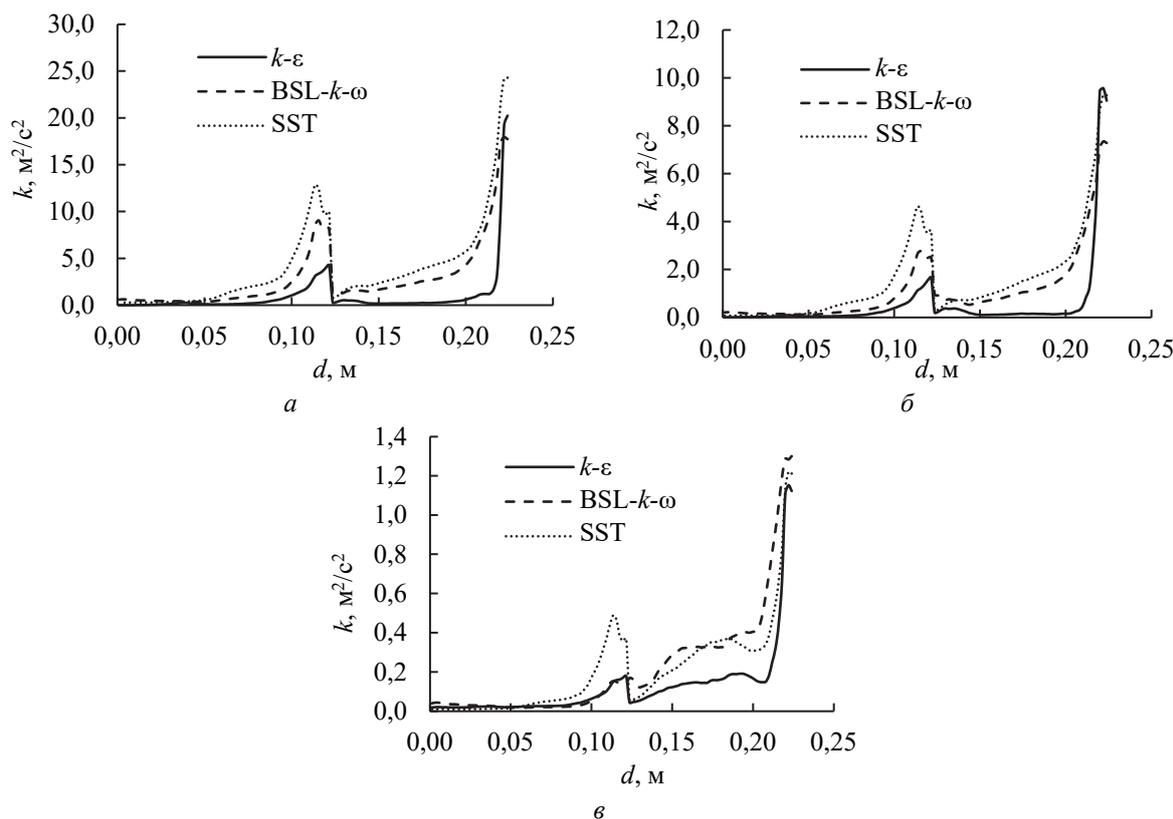


Рис. 4. Значения кинетической энергии турбулентности в сечении мельницы:
 а – частота вращения ротора 3000 об/мин; б – частота вращения ротора 1800 об/мин;
 в – частота вращения ротора 600 об/мин

На рис. 5 показано изменение кинетической энергии в данном сечении в зависимости от выбранной модели турбулентности при частоте вращения ротора 3000 об/мин.

При использовании модели $k-\varepsilon$ в сечении рабочего органа мельницы наблюдается наличие двух основных областей завихрений: на входе в межлопаточный канал (рис. 5, а, область А) и на выходе из него (рис. 5, а, область Б), что согласуется с ранее сделанными выводами о структуре потока при использовании данной модели. Образовавшиеся вихри имеют небольшую площадь относительно других моделей, турбулентность в области пониженного давления отсутствует.

Использование модели $BSL-k-\omega$ позволяет более качественно оценить турбулентность потока в межлопаточном канале. Результаты, полученные при помощи данной модели турбулентности, показывают более развитую турбулентную область на входе в межлопаточный канал и в его наиболее узком месте, так называемом конфузоре, после которого отрыв потока от задней поверхности лопатки приводит к образованию вихрей, о чем говорит их более вытянутая форма (рис. 5, б, область А) в сравнении с моделью $k-\varepsilon$.

Вдоль области пониженного давления турбулентность проявляется незначительно и отчетливо наблюдается ближе к наружным кром-

кам разгонных лопаток (рис. 5, б, область Г), где аналогично входу в межлопаточный канал происходит отрыв потока за счет разности давлений на наружной и задней поверхности лопатки. Под действием разности давлений критические струйки тока подсасываются к наружной стороне лопатки и приобретают угол потока больше его среднего угла [14].

Стоит отметить наличие завихрений в области, близкой к наружной поверхности лопатки (рис. 5, б, область В). Данный участок свидетельствует о турбулентности основного потока в межлопаточном канале.

В модели SST, в сравнении с ранее перечисленными $k-\varepsilon$ и $BSL-k-\omega$, завихрения в области пониженного давления ярко выражены вдоль всей задней поверхности лопатки (рис. 5, в, область А), что наиболее корректно описывает структуру воздушного потока в межлопаточном канале при ударном обтекании. Практически аналогично с моделью $BSL-k-\omega$ описывается турбулентность потока на выходе из межлопаточной области, вблизи отбойной поверхности присутствует активная турбулентность (рис. 5, в, область Б).

Практической частью исследований являлось определение массового расхода воздуха ударно-центробежной мельницы и сопоставление теоретических данных с экспериментальными.

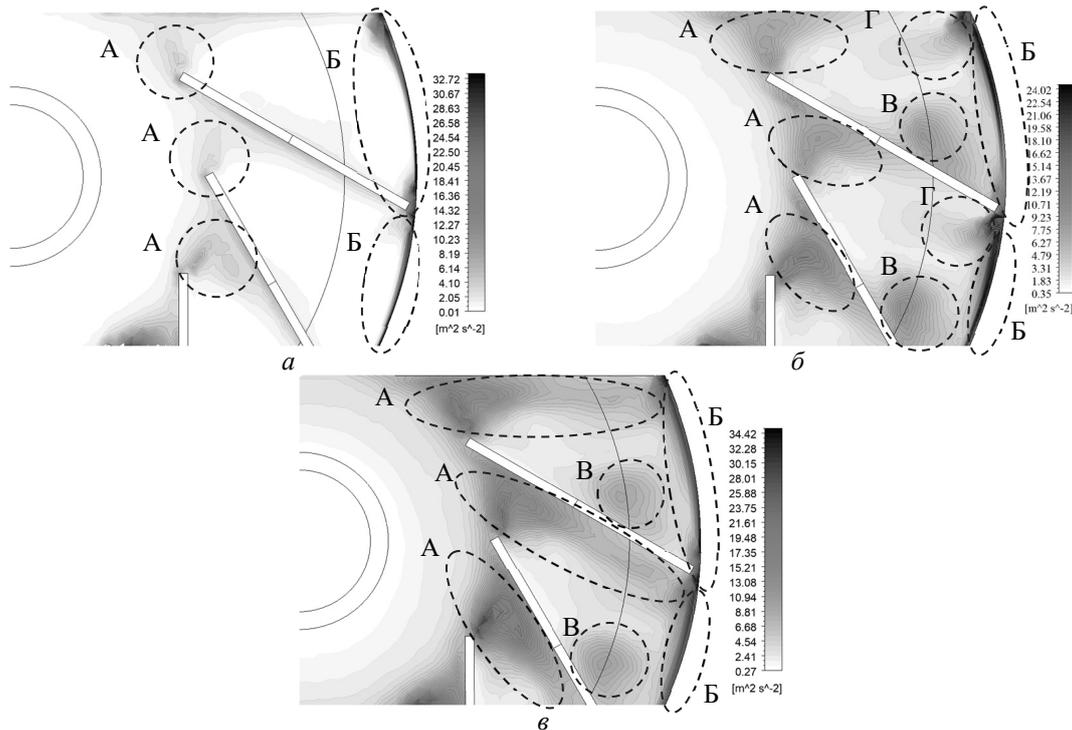


Рис. 5. Изменение кинетической энергии турбулентности в сечении мельницы:
 а – при использовании стандартной модели $k-\varepsilon$; б – при использовании BSL- $k-\omega$ модели;
 в – при использовании SST модели

Определение массового расхода воздуха осуществляли на выходе из мельницы с помощью измерительной диафрагмы ДКС (диафрагма камерная стандартная) с диаметром условного прохода 50 мм. Расчет осуществляли по ГОСТ 8.586.1–2005. На рис. 6 представлена графическая зависимость влияния частоты вращения ротора мельницы на массовый расход воздуха в мельнице.

Проведенные экспериментальные исследования показывают достаточно высокую точность произведенного численного моделирования. Рассматривая, к примеру, модель турбулентности BSL- $k-\omega$, установили, что разница между теоретическими и экспериментальными данными не превышает 0,0036 м/с.

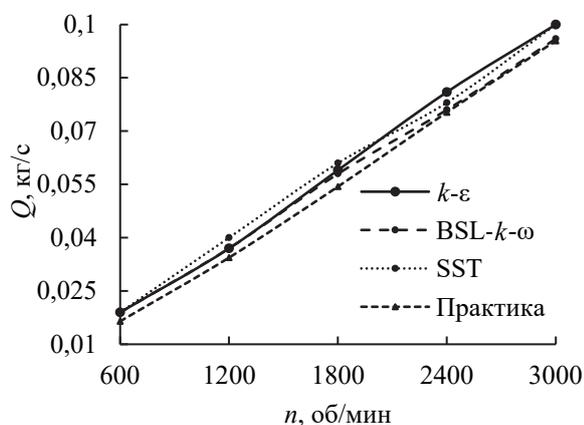


Рис. 6. Изменение массового расхода воздуха в зависимости от частоты вращения ротора

Заключение. Подводя итоги проведенных исследований трехмерного численного моделирования аэродинамики ударно-центробежной мельницы, можно сформулировать следующие выводы:

- экспериментально доказано, что использование численного моделирования, основанного на решении осредненных по Рейнольдсу уравнений Навье – Стокса, для расчета аэродинамических параметров ударно-центробежной мельницы является целесообразным;

- использование разных моделей турбулентности может оказывать существенное влияние на структуру воздушного потока в рабочей камере мельницы;

- наиболее корректно характер движения воздушного потока в рабочей камере ударно-центробежной мельницы описывает модель турбулентности SST. Результаты, полученные при помощи данной модели, согласуются с теоретическими представлениями и практическими исследованиями движения воздушного потока в межлопаточном канале центробежных машин. Модель позволяет оценить турбулентность потока в области низкого давления при отрыве потока от поверхности лопатки, определить траекторию движения критических струек тока на входе в межлопаточный канал при ударном обтекании лопаток.

Полученные результаты трехмерного моделирования аэродинамики ударно-центробежной мельницы послужат основой для дальнейших исследований влияния воздушного потока на траекторию движения твердых частиц в рабочей камере мельницы.

Список литературы

1. Bai Y., Appiah D., Tao Y. Computational turbulent flow characteristics in a centrifugal pump // *AIP Advances*. 2022. Vol. 12, issue 7. 14 p. DOI: 10.1063/5.0100915.
2. Duraisamy K., Iaccarino G., Xiao H. Turbulence modeling in the age of data // *Annul Review of Fluid Mechanics*. 2019. Vol. 51. P. 357–377. DOI: 10.1146/annurev-fluid-010518-040547.
3. Турубаев Р. Р., Шваб А. В. Численное исследование аэродинамики закрученного турбулентного течения и процесса классификации частиц в вихревой камере центробежного аппарата // *Вестник Томского государственного университета*. 2020. № 65: Математика и механика. С. 137–147. DOI: 10.17223/19988621/65/11.
4. Новицкий Б. Б. Сравнение методов замыкания при моделировании течения в малоразмерном центробежном компрессоре // *Наука и образование (МГТУ им. Н. Э. Баумана)*. 2015. № 6. С. 67–82. DOI: 10.7463/0615.0778604.
5. Карлов А. М., Куфтов А. Ф. Отработка методики численного моделирования трехмерного вязкого течения в осерадиальном колесе центробежного компрессора в программном комплексе ANSYS CFX // *Наука и образование (МГТУ им. Н. Э. Баумана)*. 2012. № 11. С. 69–80. DOI: 10.7463/1112.0465832.
6. Гамбургер Д. М. Численное моделирование течения вязкого газа в центробежной компрессорной ступени: методика и результаты: автореф. дис. ... канд. техн. наук: 05.04.06. СПб., 2009. 16 с.
7. Белов И. А., Исаев С. А. Моделирование турбулентных течений: учеб. пособие. СПб.: БГТУ, 2001. 108 с.
8. Коркодинов Я. А. Обзор семейства k - ϵ моделей для моделирования турбулентности // *Вестник Пермского национального политехнического университета*. 2013. Т. 15. № 2: Машиностроение, материаловедение. С. 5–16.
9. Wilcox D. C. Reassessment of the scale determining equation for advanced turbulence models // *AIAA Journal*. 1988. Vol. 26, no. 11. P. 1299–1310. DOI: 10.2514/3.10041.
10. Применение различных моделей турбулентности для расчета несжимаемых внутренних течений / П. А. Баранов [и др.] // *Ученые записки ЦАГИ*. 2017. Т. 48, № 1. С. 26–36. DOI: 10.1615/TsAGISciJ.2017020750.
11. Вихревая мельница: пат. KZ 34889 / А. Э. Левданский, Э. И. Левданский, Е. Г. Федарович, В. Г. Голубев, Д. Сарсенбекулы, Д. К. Жумадуллаев. Оpubл. 19.02.2021.
12. Галеркин Ю. Б., Гамбургер Д. М., Епифанов А. А. Анализ течения в центробежных компрессорных ступенях методами вычислительной гидрогазодинамики // *Компрессорная техника и пневматика*. 2019. № 3. С. 22–32.
13. Селезнев К. П., Галеркин Ю. Б. Центробежные компрессоры. СПб.: Машиностроение, 1982. 271 с.
14. Галеркин Ю. Б. Турбокомпрессоры. Рабочий процесс, расчет и проектирование проточной части. М.: Информационный издательский центр КХТ, 2010. 762 с.

References

1. Bai Y., Appiah D., Tao Y. Computational turbulent flow characteristics in a centrifugal pump. *AIP Advances*, 2022, vol. 12, issue 7, 14 p. DOI: 10.1063/5.0100915.
2. Duraisamy K., Iaccarino G., Xiao H. Turbulence modeling in the age of data. *Annul Review of Fluid Mechanics*, 2019, vol. 51, pp. 357–377. DOI: 10.1146/annurev-fluid-010518-040547.
3. Turubaev R. R., Shvab A. V. Numerical study of swirling turbulent flow aerodynamics and classification of particles in a vortex chamber of a centrifugal machine. *Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo universiteta* [Tomsk State University Journal], 2020, no. 65: Mathematics and Mechanics, pp. 137–147 (In Russian). DOI: 10.17223/19988621/65/11.
4. Novitskiy B. B. Comparison of turbulence models in simulation on flow in small-size centrifugal compressor. *Nauka i obrazovanie (MGTU im. N. E. Bauman)* [Science and education (Bauman MSTU)], 2015, no. 6, pp. 67–82. DOI: 10.7463/0615.0778604.
5. Karlov A. M., Kuflov A. F. Working off the methodology of numerical simulation of three-dimensional viscous flow in axially radial impeller os centrifugal compressor using ANSYS CFX. *Nauka i obrazovanie (MGTU im. N. E. Bauman)* [Science and education (Bauman MSTU)], 2012, no. 11, pp. 69–80. DOI: 10.7463/1112.0465832.
6. Gamburger D. M. *Chislennoye modelirovaniye techeniya vyazkogo gaza v centrobezhnoy kompressornoy stupeni: metodika i rezul'taty: avtoreferat dissertatsii kandidata tehnikeskikh nauk* [Numerical modeling of viscous gas flow in a centrifugal compressor stage: methodology and results: abstract of the dissertation PhD (Engineering)]. St. Petersburg, 2009. 16 p. (In Russian).
7. Belov I. A., Isaev S. A. *Modelirovaniye turbulentykh techeniy: uchebnoe posobie* [Modeling of turbulent flows: a tutorial]. St. Petersburg, Baltic State Technical University Publ., 2001. 108 p. (In Russian).

8. Korkodinov I. A. The review of set of k - ε models for modeling turbulence. *Vestnik Permskogo natsional'nogo politehnicheskogo universiteta* [Bulletin of Perm National Polytechnic University], 2013, vol. 15, no. 2: Mechanical engineering, materials science, pp. 5–16 (In Russian).

9. Wilcox D. C. Reassessment of the scale determining equation for advanced turbulence models. *AIAA journal*, 1988, vol. 26, no. 11, pp. 1299–1310. DOI: 10.2514/3.10041.

10. Baranov P. A., Guvernyuk S. V., Zubin M. A., Isaev S. A., Usachov A. E. Application of various models of turbulence for calculation of incompressible internal flows. *Uchenye zapiski TSAGI* [TsAGI science journal], 2017, vol. 48, no. 1, pp. 26–36 (In Russian). DOI: 10.1615/TsAGISciJ.2017020750.

11. Levdanskiy A. E., Levdanskiy E. I., Fedarovich E. G., Golubev V. G., Sarsenbekuly D., Zhumadulaev D. K. Vortex mill. Patent KZ 34889, 2021 (In Russian).

12. Galerkin Yu. B., Hamburger D. M., Epifanov A. A. Analysis of flow in centrifugal compressor stages using computational fluid dynamics methods. *Kompressornaya tekhnika i pnevmatika* [Compressor technology and pneumatics], 2019, no. 3, pp. 22–32 (In Russian).

13. Seleznev K. P., Galerkin Yu. B. *Centrobezhnyye kompressory* [Centrifugal compressors]. St. Petersburg, Mashinostroyeniye Publ., 1982. 271 p. (In Russian).

14. Galerkin Yu. B. *Turbokompressory. Rabochiy process, raschet i proektirovaniye protochnoy chasti* [Turbochargers. Workflow, calculation and design of the flow path]. Moscow, Information Publishing Center Compressor and Chemical Engineering Publ., 2010. 762 p. (In Russian).

Информация об авторах

Федарович Евгений Геннадьевич – аспирант кафедры процессов и аппаратов химических производств. Белорусский государственный технологический университет (220006, г. Минск, ул. Свердлова, 13а, Республика Беларусь). E-mail: zhenya.fedorovich.1999@mail.ru

Левданский Александр Эдуардович – доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой процессов и аппаратов химических производств. Белорусский государственный технологический университет (220006, г. Минск, ул. Свердлова, 13а, Республика Беларусь). E-mail: alex_levdansky@mail.ru

Ковалева Анастасия Александровна – аспирант кафедры процессов и аппаратов химических производств. Белорусский государственный технологический университет (220006, г. Минск, ул. Свердлова, 13а, Республика Беларусь). E-mail: nastya.covaleva1969@mail.ru

Нурмухамедов Хабибулла Сагдуллаевич – профессор кафедры технологических машин и оборудования. Ташкентский химико-технологический институт (100011, г. Ташкент, ул. Навои, 32, Республика Узбекистан). E-mail: has-bek@mail.ru

Information about the authors

Fedarovich Evgeniy Gennad'yevich – PhD student, the Department of Processes and Apparatus for Chemical Production. Belarusian State Technological University (13a, Sverdlova str., 220006, Minsk, Republic of Belarus). E-mail: zhenya.fedorovich.1999@mail.ru

Levdanski Alexander Eduardovich – DSc (Engineering), Professor, Head of the Department of Processes and Apparatus for Chemical Production. Belarusian State Technological University (13a, Sverdlova str., 220006, Minsk, Republic of Belarus). E-mail: alex_levdansky@mail.ru

Kovaleva Anastasiya Aleksandrovna – PhD student, the Department of Processes and Apparatus for Chemical Production. Belarusian State Technological University (13a, Sverdlova str., 220006, Minsk, Republic of Belarus). E-mail: nastya.covaleva1969@mail.ru

Nurmukhamedov Habibulla Sagdullayevich – Professor, the Department of Technological Machines and Equipment. Tashkent Institute of Chemical Technology (32, Navoi str., 100011, Tashkent, Republic of Uzbekistan). E-mail: has-bek@mail.ru

Поступила 06.05.2024