УДК 53(077)

С. А. Лукашевич, ст. преп. (ГГУ им. Ф. Скорины, г. Гомель)

ИССЛЕДОВАНИЕ ПОТОКА ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЙ ЭНЕРГИИ ДИФРАГИРУЮЩИХ ВОЛН

Рассмотрим средний по времени поток электромагнитной энергии, проходящий через поверхность $\sum$, который определяется с помощью усреднённого вектора Умова-Пойтинга [1]:

$$<\vec{S}>=\frac{1}{2}\mathrm{Re}(\vec{E}\times\vec{H}^{*}). \qquad (1)$$

Данный поток через n плоскость $Z=\mathrm{const}$ и он будет равен $(\vec{n}=\{0,0,1\})$ и в общем виде имеет вид

$$N=\frac{1}{2}\mathrm{Re}\int\limits_{-\infty}^{+\infty}\int\limits_{-\infty}^{+\infty}(\vec{E}\times\vec{H}^{*})\vec{n}dxdy. \qquad (2)$$

Выражение для напряжённости электрического поля $\vec{E}$ возьмём в следующей форме:

$$\vec{E}(x)=\int\limits_{-\infty}^{+\infty}\int\limits_{-\infty}^{+\infty}\vec{E}(k_x,k_y;z')e^{-ik_z z'}e^{i\vec{k}\vec{x}}dk_x dk_z, \qquad (3)$$

где $\vec{x}=\{x,y,z\}$.

В этом случае соотношение (3) представляет собой разложение $\vec{E}\{x,y,z\}$ по плоским (в том числе и неоднородным) волнам. Теперь запишем для напряжённости $\vec{E}$ выражение в форме (3) с учётом, что $z'=0$

$$\vec{E}(x)=\int\int\vec{E}(k_x,k_y)e^{ikx}dk_x dk_y. \qquad (4)$$

Напряжённость магнитного поля $\vec{H}$ определим с помощью уравнения Максвелла:

$$i\omega\mu_0\vec{H}=rot\vec{E}. \qquad (5)$$

На основании выражений (4) и (5) получим, что

$$\vec{H}^{*}=\frac{1}{\mu_0\omega}\int\limits_{-\infty}^{+\infty}\int\limits_{-\infty}^{+\infty}(k_1^{*}x\vec{E}^{*}(k_1))e^{ik_1^{*}x}dk_{1x}dk_{1y}, \qquad (6)$$

где $\vec{k}_1^{*}=\{k_{1x},k_{1y}(\sqrt{k^2-k_{1x}^2-k_{1y}^2})^{*}\}$, т.е., если (6) $k_{1x}^2+k_{1y}^2-k^2>0$, то $k_{1x}^{*}=-i\sqrt{k_{1x}^2+k_{1y}^2-k^2}$.

Подставим (4) и (6) в выражение (2), и мы получим выражение в виде шестикратного интеграла. Интегрирование по x и y даёт δ-функции:

$$\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty} e^{i[(k_x-k_{1x})x+(k_y-k_{1y})y]}dxdy = (2\pi)^2\delta(k_x-k_{1x})\delta(k_y-k_{1y})\,. \qquad (7)$$

Поэтому для усреднённого потока энергии получим:

$$\iint < S >_z \, dxdy =$$

$$= \frac{1}{2}\mathrm{Re}\frac{(2\pi)^2}{\mu_0\omega}\iint(\vec{E}(\vec{k})\times(\vec{k}^*\times\vec{E}^*(\vec{k}))\vec{n}\times e^{-2im\sqrt{k^2-k_x^2-k_y^2}z}dk_x dk_y \qquad (8)$$

Рассмотрим в выражении (8) двойное векторное произведение и учтём, что на основании уравнения

$$div\vec{E} = 0,$$

из выражения (4) получаем уравнение:

$$\vec{k}\vec{E}(\vec{k}) = 0\,, \qquad (9)$$

$$(\vec{E}\times(\vec{k}^*\times\vec{E}^*)) = \vec{k}^*(\vec{E}\vec{E}^*) - \vec{E}^*(\vec{k}^*\vec{E}) = \vec{k}^*(\vec{E}\vec{E}^*) + \vec{E}^*(k_z - k^*)E_z\,. \qquad (10)$$

Из этого выражения (10) следует, что

$$\mathrm{Re}(\vec{E}\times(\vec{k}^*\times\vec{E}^*))\vec{n} = \dot{E}\dot{E}^*(\vec{k}\vec{n})\theta(k^2 - k_x^2 - k_y^2)\,. \qquad (11)$$

Тогда для среднего по времени потока энергии получим:

$$\iint < S >_z \, dxdy = \frac{(2\pi)^2}{2\mu_0\omega}\iint\limits_{k_x^2+k_y^2<k^2}\vec{E}(\vec{k})\vec{E}^*(\vec{k})k_z dk_x dk_y\,,$$

где $k_z = \sqrt{k^2 - k_x^2 - k_y^2}$ (12)

Из последнего соотношения (12) видно, что средний поток энергии не зависит от положения плоскости $Z = \mathrm{const}$, хотя предполагалось, что $z \geq 0$. Здесь левую часть (12) можно рассматривать, как поток через плоскость $z = 0$, а правую часть – поток, связанный с дифрагирующими волнами в области $z > 0$. Вместо вектора $\vec{k}$ введём углы θ и ψ, т. е. перейдём к сферической системе координат, положив:

$$k_x = k\sin\theta\cos\psi, k_y = k\sin\theta\sin\psi, k_z = k\cos\theta\,. \qquad (13)$$

Учтём, что

$$dk_x dk_y = k^2\cos\theta d\Omega = k^2\cos\theta\sin\theta d\theta d\psi\,, \qquad (14)$$

получим для потока энергии

$$\iint < S >_z \, dxdy = \frac{(2\pi k)^2}{2\mu_0\omega}\int_0^{\frac{\pi}{2}}\int_0^{2\pi}[\vec{E}(k_x, k_y)]^2\cos\theta\sin\theta d\theta d\phi\,. \qquad (15)$$

Когда поток дифрагирующих волн рассматривается на достаточно большом расстоянии от объекта дифракции, т. е. $kR_0 \to \infty$, где $R_0 = \{x, y, z\}$ (объект дифракции расположен вблизи начала координат), то $\vec{E}(k_x, k_y)$ можно выразить через $\vec{E}(x, y, z)$ и проводя асимптотическое вычисление интеграла (4) получим, что

$$\vec{E}(x, y, z) = \iint \vec{E}(k_x, k_y) e^{i\vec{k}\vec{R}_0} dk_x dk_y = \vec{E}(k_{0x}, k_{0y}) e^{ikR_0} \iint e^{i(\vec{k}\vec{R}_0 - kR_0)} dk_x dk_y =$$

$$= \vec{E}(k_{0x}, k_{0y}) e^{ikR_0} \frac{2\pi k \cos\theta}{iR_0}. \quad (16)$$

В выражении (16) углы θ и ψ связаны с координатами точки Φ соотношением $x = R_0 \sin\theta\cos\psi$, $y = R_0 \sin\theta\sin\psi$, $z = R_0 \cos\theta$, а k_{0x}, k_{0y} при этом определяются, согласно выражения (6). Учитывая выражение (16) выражение (15) запишем в виде:

$$\iint \langle S \rangle_z \, dxdy = \frac{1}{2\mu_0\omega} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \int_0^{2\pi} [\vec{E}(x, y, z)]^2 R_0^2 \sin\theta d\theta d\psi. \quad (17)$$

Правая часть выражает поток энергии дифрагирующих волн через половину поверхности сферы радиуса R_0. Действительно, поле в точке Φ, определяемой вектором $\vec{R}_0$, является суперпозицией плоских волн, для которых $\frac{\vec{k}}{x} \approx \frac{\vec{R}_0}{R_0}$. Поэтому для напряжённости магнитного поля имеем

$$\vec{H}(x, y, z) \approx \frac{1}{\mu_0\omega}(\vec{k} \times \vec{E}) \text{ и } \vec{k}\vec{E} = 0. \quad (18)$$

Выберем элемент сферы df и запишем поток энергии через этот элемент. Элемент сферы будет иметь вид:

$$df = R_0^2 \sin\theta d\theta d\psi (\frac{\vec{R}_0}{R_0}),$$

а поток энергии через элемент сферы df имеет вид:

$$\frac{1}{2}\mathrm{Re}(\vec{E}(x) \times \vec{H}^*(x)) df = \frac{1}{2\mu_0\omega}(\vec{E} \times (\vec{k} \times \vec{E}^*)) =$$

$$= \frac{1}{2\mu_0\omega} |\vec{E}(x)|^2 \vec{k} df = \frac{1}{2\mu_0\omega} |\vec{E}(x)|^2 df. \quad (19)$$

Сравним выражение (19) с подынтегральным выражением правой части (17) и отметим, что интеграл в правой части (17) описывает поток энергии через половину поверхности сферы радиуса R_0.

В заключение рассмотрим волновой пакет, образованный суммой n плоских волн в виде интеграла (4), отметим, что вектор

$\vec{E}(k_x, k_y)$ отличен от нуля лишь в малой области $k_{0x} < k_x < k_{0x} + \Delta k_x$, $k_{0y} < k_y < k_{0y} + \Delta k_y$ [2].

Укажем, что для суммы волновых пакетов Фурье-компоненты, которых не перекрываются (т.е. в этом случае $E_i(k_x, k_y) \cdot E_j^*(k_x, k_y) = 0$), если $i \neq j$), то мы получим:

$$\vec{E}(x, y, z) = \sum_i \vec{E}_i^*(x); \;\; \vec{H}^*(x, y, z) = \sum_i \vec{H}_i^*(x),$$

$$N = \frac{1}{2}\sum_{ij} \mathrm{Re} \iint (\vec{E}_i(x) \times \vec{H}^*(x) dxdy = \frac{(2\pi)^2}{2\mu_0\omega} \iint \sum_{ij} (\vec{E}_i(k_x, k_y)\vec{E}_j^*(k_x, k_y))k_z dk_x dk_y$$

$$= \frac{(2\pi)^2}{2\mu_0\omega} \iint_{k^2 > k_x^2 + k_y^2} \sum_i (\vec{E}_i(k_x, k_y)\vec{E}_i^*(k_x, k_y))dk_x dk_y. \quad (20)$$

Из последнего (20) выражения следует, что волновые пакеты не интерферируют между собой, несмотря на то, что в отдельных частях пространства волновые пакеты могут перекрываться, т. е.

$$N = \frac{1}{2}\mathrm{Re}\sum_{ij} \iint (\vec{E}_i(x) \times \vec{H}_j^*(x))dxdy = \frac{1}{2}\sum_i \iint (\vec{E}_i(x) \times \vec{H}_i^*(x))dxdy. \quad (21)$$

Выражение (21) показывает, что волны, дифрагирующие по разным направлениям, можно рассматривать независимо друг от друга.

ЛИТЕРАТУРА:

1. Матвеев, А.Н. Оптика/ А.Н. Матвеев. – М.: Высшая школа. – 1985. – 452с.

2. Калитиевский, Н.И Волновая оптика: Учеб. пособие для вузов. – 3-е изд., перераб. и доп. / Н.И. Калитиевский – М.: Высшая школа, – 1995. – 463 с.

УДК: 539.143.43; 539.143.42

В.А. Картошкин, гл. науч. сотр., д-р физ.-мат. наук
(ФТИ им. А.Ф. Иоффе, г. Санкт-Петербург, Россия)

СДВИГИ ЧАСТОТЫ МАГНИТНОГО РЕЗОНАНСА ЩЕЛОЧНЫХ АТОМОВ ПРИ ОПТИЧЕСКОЙ ОРИЕНТАЦИИ АТОМОВ

Суть явления оптической ориентации атомов состоит в передаче углового момента от линейно или циркулярно поляризованного резонансного излучения ансамблю атомов в основном или возбужденном состоянии. Как следствие получается поляризованный по спину ансамбль атомов. Полученный таким образом ансамбль атомов может