Доклады Академии наук БССР

1974 Том XVIII № 7

УДК 539.55+539.6

Э. Т. БРУК-ЛЕВИНСОН, В. С. ВИХРЕНКО

К СТАТИСТИЧЕСКОЙ ТЕОРИИ ВЛИЯНИЯ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО И МАГНИТНОГО ПОЛЕЙ НА РАСПРОСТРАНЕНИЕ ЗВУКА В ЖИДКОСТЯХ

(Представлено академиком АН БССР М. А. Ельяшевичем)

Влияние поля на акустические свойства среды может проявиться как непосредственно через массовые силы, обусловленные полем и входящие в уравнения гидродинамики, так и через зависимость от поля кинетических коэффициентов.

Настоящая работа посвящена статистическому изучению вязкоупругих свойств жидкостей, помещенных в постоянное и однородное электрическое или магнитное поле, и особенностей распространения звука в них.

Рассмотрим систему n молекул, обладающих постоянным дипольным моментом $\vec{\mu}^\nu$ (электрическим или магнитным), помещеннную в соответствующее внешнее поле $\mathbf{A}$. Гамильтониан имеет вид

$$H = H_0 - \sum_{\nu=1}^{n} \vec{\mu}^\nu \cdot \mathbf{A}, \tag{1}$$

H_0 — гамильтониан системы молекул при выключенном поле.

Для вычисления тензоров вязких напряжений воспользуемся методом Кубо [1]. Ранее в [2] была разработана методика вычисления приращения гамильтониана H_0 при наложении на систему кинематически независимых полей векторов смещения $\mathbf{u}(\mathbf{q})$ и малого угла поворота $\vec{\varphi}(\mathbf{q})$. Учтем также приращение энергии системы при деформации, обусловленное внешним полем $\mathbf{A}$, имея в виду, что дипольный момент молекулы при повороте на инфинитезимальный угол $\vec{\varphi}$ изменяется на величину $\Delta\mu_i^\nu = -e_{ikj}\varphi_j\mu_k^\nu$. В результате для приращения гамильтониана получим

$$\Delta H = T_{ik}\sigma_{ik} + \Pi_{ik}\gamma_{ik} + \sum_{\nu=1}^{n} \mu_k^\nu A_i e_{ikj}\varphi_j. \tag{2}$$

Здесь T_{ik} и Π_{ik} — микроскопические потоки импульса и собственного момента импульса [2], а два тензора деформации определяются выражениями (в ω, $\mathbf{k}$-переменных; $\partial/\partial t \to i\omega$, $\partial/\partial \mathbf{q} \to i\,\mathbf{k}$)

$$\sigma_{ik} = ik_k u_i + e_{ikj}\varphi_j, \quad \gamma_{ik} = ik_k\varphi_i, \tag{3}$$

e_{ikj} — тензор Леви—Чивита.

Используя теперь схему метода Кубо [2], запишем тензоры вязких обычных τ_{ik} и моментных π_{ik} напряжений:

$$\tau_{ik} = a_{iklm}\dot{\sigma}_{lm} + b_{iklm}\dot{\gamma}_{lm} - c_{iklm}e_{lmj}\dot{\varphi}_j, \tag{4}$$

$$\pi_{ik} = f_{iklm}\dot{\sigma}_{lm} + d_{iklm}\dot{\gamma}_{lm} - g_{iklm}e_{lmj}\dot{\varphi}_j. \tag{5}$$

Здесь точка означает производную по времени.

Таким образом, вязкие свойства среды в поле $\mathbf{A}$ характеризуются в общем случае шестью тензорами четвертого ранга:

$$a_{iklm} = P < \tilde{T}_{ik}(s)\, T_{lm}(0) >; \quad b_{iklm}\, P < \tilde{T}_{ik}(s)\, \Pi_{lm}(0) >;$$

$$f_{iklm} = P < \tilde{\Pi}_{ik}(s)\, T_{lm}(0) >; \quad d_{iklm} = P < \tilde{\Pi}_{ik}(s)\, \Pi_{lm}(0) >; \tag{6}$$

$$c_{iklm} = P < \tilde{T}_{ik}(s) \sum_{\nu=1}^{n} \mu_l^{\nu}(0) > A_m; \quad g_{iklm} = P < \tilde{\Pi}_{ik}(s) \sum_{\nu=1}^{n} \mu_l^{\nu}(0) > A_m.$$

Оператор P имеет вид

$$PC(s) = \frac{1}{\theta V} \int_0^{\infty} e^{-i\omega s} C(s)\, ds; \quad \theta = k_B T. \tag{7}$$

Выражения (6) пока не учитывают свойств симметрии наложенного поля. Электрическое поле соответствует классу симметрии $\infty \cdot m$ (по Шубникову) и в этом случае отличны от нуля все шесть тензоров. Магнитному полю соответствует класс симметрии $\infty : m$, и тензоры b, f и g исчезают. Знак $\sim$ обозначает вычтенные потоки.

Уравнения гидродинамики для среды с внутренними вращательными степенями свободы имеют вид ([3])

$$-\rho\omega^2 u_i = ik_k \hat{\tau}_{ik} + \rho f_i, \tag{8}$$

$$-j\omega^2 \varphi_i = e_{inm} \hat{\tau}_{mn} + ik_k \hat{\pi}_{ik} + \rho m_i, \tag{9}$$

f_i и m_i — массовые плотности сил и моментов сил соответственно, а тензоры $\hat{\tau}_{ik}$ и $\hat{\pi}_{ik}$ включают и упругие напряжения. Эта система замыкается материальными уравнениями (4) и (5).

Тензоры деформации σ_{ik}, γ_{ik} и $e_{ikl}\varphi_l$ не являются независимыми и, если задано поле тензора $\sigma_{ik}(\mathbf{q})$, имеют место соотношения:

$$\gamma_{lm} = \Gamma_{lmntj} ik_j \sigma_{nt}, \quad \Gamma_{lmntj} = e_{tlj}\delta_{mn} - 1/2 e_{tnj}\delta_{lm}; \tag{10}$$

$$e_{lmj}\varphi_j = 1/(2k^2)[4\overline{a_{lm}s_{nt}} + k^2 e_{lmj} e_{ntj}]\, \sigma_{nt};$$

$$4\overline{a_{lm}s_{nt}} = k_l k_t \delta_{mn} + k_l k_n \delta_{mt} - k_m k_t \delta_{ln} - k_m k_n \delta_{lt}. \tag{11}$$

Их использование позволяет значительно упростить вид материальных уравнений и сократить количество независимых гидродинамических коэффициентов. Кроме того, с учетом (10) можно показать, что в рассматриваемом случае условия совместности деформации, налагаемые на тензор σ_{kn}, остаются такими же, как и для сред без внутренних степеней свободы (см., напр., ([4])).

$$e_{ikl} e_{jnm} k_l k_m \sigma_{(kn)} = 0; \quad \sigma_{(kn)} = 1/2\,(ik_k u_n + ik_n u_k). \tag{12}$$

Если пространственная дисперсия в материальных уравнениях не учитывается, условия совместности (12) не проявляются в уравнении баланса импульса (8). Вследствие этого возможно определение всех независимых коэффициентов, входящих в тензор обычных напряжений.

Иначе обстоит дело с уравнением баланса кинетического момента (9). В соответствии с (10) сюда входит вторая пространственная производная σ_{kn}, и, следовательно, наличие связи (12) между компонентами тензора σ_{kn} обусловит уменьшение количества независимых гидродинамических коэффициентов.

При наложении магнитного поля тензор четвертого ранга включает девятнадцать независимых коэффициентов ([5]):

$$\begin{aligned} a_{ijlk} = {} & a_1\delta_{ij}\delta_{lk} + a_2\delta_{il}\delta_{jk} + a_3\delta_{ik}\delta_{jl} + a_4\delta_{ij}n_l n_k + a_5\delta_{il}n_j n_k + a_6\delta_{ik}n_j n_l + \\ & + a_7\delta_{kl}n_i n_j + a_8\delta_{jl}n_i n_k + a_9\delta_{jk}n_i n_l + a_{10}n_i n_j n_l n_k + (a_{11}\delta_{ij}e_{lkm} + a_{12}\delta_{il}e_{jkm} + \\ & + a_{13}\delta_{ik}e_{jlm} + a_{14}\delta_{lk}e_{ijm} + a_{15}\delta_{jk}e_{ilm} + a_{16}\delta_{jl}e_{ikm} + a_{17}n_i n_j e_{lkm} + a_{18}n_i n_l e_{jkm} + \\ & + a_{19}e_{ijm}n_l n_k)\, \omega_m. \end{aligned} \tag{13}$$

n_k, ω_m — единичные вектор и псевдовектор, направленные вдоль поля.

Из соотношений (6) следует симметричность тензора a_{ijlk} относительно перестановки первой и второй пар индексов с одновременным изменением направления магнитного поля на противоположное $a_{ijlk}(\omega) = a_{lkij}(-\omega)$. Это приводит к следующим равенствам:

$$a_6 = a_8;\ a_4 = a_7;\ a_{11} = -a_{14};\ a_{13} = a_{16};\ a_{17} = -a_{19}. \tag{14}$$

Оставшиеся четырнадцать коэффициентов тензора a_{ijlk} входят в уравнения движения (8) и (9) независимым образом.

Вместе с тем девятнадцать коэффициентов тензора d_{ijlk} вследствие (12) входят в уравнение (9) только девятью независимыми комбинациями. Условия временной симметрии оказываются менее жесткими по сравнению с (14) и имеют вид

$$d_4 + d_6 = d_7 + d_8,\ -d_{11} + d_{13} = d_{14} + d_{16},\ d_{17} = -d_{19}. \tag{15}$$

Соотношения (14) и (15) следуют из флуктуационно-диссипативной теоремы (см. [6]), если f_i и m_i в (8) и (9) рассматривать как флуктуирующие воздействия аналогично [7].

Отмеченное выше говорит о неоднозначности выражения тензоров напряжений через тензоры деформации и возможности их переопределения в достаточно широких пределах путем использования (10) и (11).

Тензоры (6) определяют анизотропию вязких свойств жидкости во внешнем поле, что приводит к ряду эффектов, которые могут проявиться в первую очередь при исследовании поглощения звука.

Поглощение звука при распространении продольной волны вдоль магнитного поля, если пренебречь связью этой волны с волной вращения, определяется набором коэффициентов вязкости $\eta_{\parallel} = \sum_{k=1}^{10} a_k$, а при распространении продольной волны перпендикулярно полю (опять же с пренебрежением связью с волной вращения и поперечной волной, перпендикулярной полю) $\eta_{\perp} = a_1 + a_2 + a_3$.

Анизотропия поглощения звука определяется тогда с учетом (14) коэффициентами

$$\eta_{\parallel} - \eta_{\perp} = 2a_4 + a_5 + 2a_6 + a_9 + a_{10}. \tag{16}$$

Для оценок при усреднении в магнитном поле разложим функцию распределения в ряд по напряженности поля. Коэффициенты, определяющие анизотропию и входящие в (16), оказываются пропорциональны $(\mu H/k_B T)^2$. Принимая для дипольного магнитного момента $\mu \sim 10^{-20}$ *эрг/гс*, находим, что анизотропия поглощения звука, пропорциональная $(\eta_{\parallel} - \eta_{\perp})/\eta_{\parallel}$, составит при комнатной температуре величину порядка нескольких процентов в поле $H \sim 10^5$ *гс*.

Институт тепло- и массообмена АН БССР,
Белорусский технологический институт
им. С. М. Кирова

Поступило 22.VI 1973

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

[1] Р. Кубо, сб. «Термодинамика необратимых процессов», М., 1962. [2] В. Б. Немцов, Э. Т. Брук-Левинсон, Весцi АН БССР, сер. фiз.-мат. навук, № 6, 89, 1969; В. Б. Немцов, ПММ, 35, 411, 1971. [3] Э. Л. Аэро, А. Н. Булыгин, Е. В. Кувшинский, ПММ, 29, 297, 1965. [4] И. И. Гольденблат, Нелинейные проблемы теории упругости, М., 1969. [5] В. В. Лохин, Л. И. Седов, ПММ, 27, вып. 3, 1963. [6] М. Л. Левин, С. М. Рытов, Теория равновесных тепловых флуктуаций в электродинамике, М., 1967. [7] В. С. Вихренко, В. Б. Немцов, Л. А. Ротт, ЖЭТФ, 61, 1769, 1971; В. С. Вихренко, Весцi АН БССР, сер. фiз.-мат. навук, № 4, 86, 1972.