ВЕСЦІ АКАДЭМІІ НАВУК БЕЛАРУСКАЙ ССР № 4 1972
СЕРЫЯ ФІЗІКА-МАТЭМАТЫЧНЫХ НАВУК

УДК 532.7 : 536.758

В. С. ВИХРЕНКО

КОРРЕЛЯЦИОННЫЕ ФУНКЦИИ ТЕПЛОВЫХ ФЛУКТУАЦИЙ АСИММЕТРИЧНОЙ СРЕДЫ

В работе [1] установлена взаимосвязь между деполяризованным релеевским рассеянием света и тепловыми флуктуациями в системах, состоящих из несферических частиц (асимметричные среды). Для построения спектра рассеянного света необходимо знание корреляционных функций флуктуаций ряда скалярных и тензорных параметров, вычисление которых сопряжено со значительными трудностями. Кроме того, существуют задачи (см., например, [2]), требующие знания и тех корреляционных функций, которые не связаны со спектром рассеянного света. Настоящая работа посвящена вычислению корреляционных функций флуктуаций полного набора параметров, характеризующих состояние системы несферических частиц с вращательными степенями свободы.

Будем исходить из записанной в [1] системы (5) уравнений обобщенной гидродинамики в $(\omega\mathbf{k})$-представлении:

$$-\rho_0\omega^2 u_i = \sum_{j=1}^{6} b_j ik_k \pi_{ik}^{(j)} + \omega k^{-2} k_i b_7' S + ik_k \mathring{\Pi}_{ik} - ik_i b_7 \mathring{\Theta}, \tag{1a}$$

$$-i_0\omega^2\varphi_i = \sum_{j=5}^{6} b_j \varepsilon_{inm}\pi_{mn}^{(j)} + \sum_{j=1}^{6} d_j ik_k \pi_{ik}^{(j)} + \omega k^{-2} k_i d_7' S +$$

$$+ \varepsilon_{inm}\mathring{\Pi}_{mn} + ik_k \mathring{P}_{ik} - ik_i d_7 \mathring{\Theta}, \tag{1б}$$

$$(i\omega\rho_0 + k^2\varkappa') S - k^2 l_1'\gamma - k^2 l_2'\sigma = -k^2\varkappa\mathring{\Theta}, \tag{1в}$$

$$b_7' = \rho_0 b_7 \varkappa^{-1},\ d_7' = \rho_0 d_7 \varkappa^{-1},\ \varkappa' = \varkappa l_7^{-1},\ l_j' = \varkappa l_j l_7^{-1}\ (j = 1,\ 2).$$

Здесь S — энтропия, ρ_0 и i_0 — равновесные значения плотностей массы и момента инерции среды, u_i и φ_i — соответственно векторы малых смещения и угла поворота частиц среды. Величины $\pi_{ik}^{(j)}$ представляют неприводимые части (шаровые, бездивергентные симметричные и антисимметричные) двух тензоров деформации σ_{ik} и γ_{ik}:

$$\sigma_{ik} = ik_k u_i + \varepsilon_{ikl}\varphi_l,\ \gamma_{ik} = ik_k\varphi_i.$$

Выпишем в явном виде

$$\pi_{ik}^{(1)} = \gamma\delta_{ik},\ \pi_{ik}^{(2)} = \sigma\delta_{ik};\ \gamma = ik_l\varphi_l,\ \sigma = ik_l u_l;$$
$$\pi_{ik}^{(3)} = \gamma_{ik}^{'(s)},\ \pi_{ik}^{(4)} = \sigma_{ik}^{'(s)};\ \pi_{ik}^{(5)} = \gamma_{ik}^{(a)},\ \pi_{ik}^{(6)} = \sigma_{ik}^{(a)}. \tag{2}$$

$\hat{\Pi}_{ik}$, $\hat{P}_{ik}$ и $\hat{\Theta}$ — тензоры сторонних обычных и моментных напряжений и сторонняя температура. Смысл коэффициентов b_j, d_j, l_j и $\varkappa$ следует из выражений (3) работы [1].

Отметим, что при получении (1) пренебрежено имеющей место в общем случае зависимостью потока тепла от тензора деформации и соответствующими взаимными эффектами. Наличие такой зависимости непосредственно следует из соображений симметрии (см. [3]).

Для определения флуктуаций скалярных параметров (γ, σ и S) умножим уравнения (1а) и (1б) на ik_i и свернем по индексу i. Присоединяя уравнение (1в), запишем в матричной форме систему трех уравнений:

$$\begin{pmatrix} -i_0\omega^2+2b_6+k^2d_{\text{н}} & k^2d_{\text{ч}} & -i\omega d_7' \\ k^2b_{\text{н}} & -\rho_0\omega^2+k^2b_{\text{ч}} & -i\omega b_7' \\ -k^2l_1' & -k^2l_2' & i\omega\rho_0+k^2\varkappa' \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \gamma \\ \sigma \\ S \end{pmatrix}=$$

$$=\begin{pmatrix} k^2(-1/3\hat{P})-k^2d_7(-\hat{\Theta})+\overline{k_ik_k}(-\hat{P}_{ik}^{\prime(s)})-ik_l\varepsilon_{lki}(-\hat{\Pi}_{ik}^{(a)}) \\ k^2(-1/3\hat{\Pi})+k^2b_7(-\hat{\Theta})+\overline{k_ik_k}(-\hat{\Pi}_{ik}^{\prime(s)}) \\ k^2\varkappa(-\hat{\Theta}) \end{pmatrix}, \tag{3}$$

$\alpha_{\text{ч}}=\alpha_2+2/3\alpha_4$, $\alpha_{\text{н}}=\alpha_1+2/3\alpha_3\,(\alpha=b,\ d)$; $\overline{k_ik_k}=k_ik_k-1/3k^2\delta_{ik}$. Здесь тензоры $\hat{\Pi}_{ik}$ и $\hat{P}_{ik}$ представлены их неприводимыми частями. Решение (3) снова удобно записать в матричной форме:

$$\begin{pmatrix} \gamma \\ \sigma \\ S \end{pmatrix}=\frac{k^2}{\Delta_{\text{ит.гир}}}\begin{pmatrix} A_{11} & A_{12} & -d_7A_{11}-b_7A_{12}+\varkappa A_{13} \\ A_{21} & A_{22} & -d_7A_{21}-b_7A_{22}+\varkappa A_{23} \\ A_{31} & A_{32} & -d_7A_{31}-b_7A_{32}+\varkappa A_{33} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} -1/3\hat{P} \\ -1/3\hat{\Pi} \\ -\hat{\Theta} \end{pmatrix}+$$

$$+\frac{1}{\Delta_{\text{ит.гир}}}\begin{pmatrix} \overline{k_ik_k}A_{11} & \overline{k_ik_k}A_{12} & -ik_l\varepsilon_{lki}A_{11} \\ \overline{k_ik_k}A_{21} & \overline{k_ik_k}A_{22} & -ik_l\varepsilon_{lki}A_{21} \\ \overline{k_ik_k}A_{31} & \overline{k_ik_k}A_{32} & -ik_l\varepsilon_{lki}A_{31} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} -\hat{P}_{ik}^{\prime(s)} \\ -\hat{\Pi}_{ik}^{\prime(s)} \\ -\hat{\Pi}_{ik}^{(a)} \end{pmatrix}. \tag{4}$$

Здесь $\Delta_{\text{ит.гир}}$ и A_{ij} — определитель и алгебраическое дополнение соответствующего элемента квадратной матрицы в левой части (3).

Полученная в (4) прямоугольная (6×3) матрица обобщенной восприимчивости представляет в соответствии с общими результатами ФДТ (флуктуационно-диссипативная теорема) (см., например, [4]) часть корреляционной матрицы α_{ik} спектральных амплитуд обобщенных координат x_i. Их корреляционные функции в ($\omega\mathbf{k}$)-представлении определяются следующим образом:

$$<x_i\overset{*}{x}_k>=H[\alpha_{ik}(\omega,\ \mathrm{K})-\overset{*}{\alpha}_{ki}(\omega,\ +\mathrm{K})],\quad H=-\frac{k_BT}{(2\pi)^4 i\omega} \tag{5}$$

(здесь * означает комплексное сопряжение).

Матрица в первом слагаемом правой части (4) дает возможность вычислить флуктуации скалярных параметров. Для $\gamma=\pi_1$ и $\sigma=\pi_2$ имеем

$$<\pi_i\overset{*}{\pi}_j>=Hk^2\left[\frac{A_{ij}}{\Delta_{\text{ит.гир}}}-\frac{\overset{*}{A}_{ji}}{\overset{*}{\Delta}_{\text{ит.гир}}}\right]. \tag{6}$$

Более сложное строение имеют корреляторы, содержащие энтропию. Однако вывод их следует непосредственно из (4).

Наличие второго слагаемого в (4) показывает, что скалярные и тензорные параметры не являются статистически независимыми. γ, σ и S коррелируют с $\sigma_{ik}^{'(s)}$, $\gamma_{ik}^{'(s)}$ и $\sigma_{ik}^{(a)}$.

В [1] на примере коррелятора плотности показан переход к пространственным переменным для нулевого момента времени. Существенно, что в гиротропной среде пространственные корреляции имеют нелокальный характер. Размеры пространственной неоднородности, обусловленные гиротропностью среды, имеют порядок 10^{-7} *см*.

Для негиротропной среды из условий симметрии следует, что

$$b_1 = b_3 = b_5 = 0,\ d_2 = d_4 = d_6 = 0,\ d_7 = 0,\ l_1 = 0. \tag{7}$$

В этом случае выражения (4) упрощаются:

$$\sigma = \frac{i\omega\rho_0 + k^2\varkappa'}{\Delta_{\text{ит}}}\left[k^2\left(-\frac{1}{3}\hat{\Pi}\right) + \overline{k_i k_k}\,(-\hat{\Pi}_{ik}^{'(s)})\right] - \frac{k^4\varkappa' b_7}{\Delta_{\text{ит}}}(-\hat{\Theta}), \tag{8а}$$

$$S = \frac{k^2 l_2'}{\Delta_{\text{ит}}}\left[k^2\left(-\frac{1}{3}\hat{\Pi}\right) + \overline{k_i k_k}\,(-\hat{\Pi}_{ik}^{'(s)})\right] + \frac{k^2\varkappa}{\Delta_{\text{ит}}}\left[-\rho_0\omega^2 + k^2(b_ч - l_2 l_7^{-1} b_7)\right](-\hat{\Theta}), \tag{8б}$$

$$\gamma = \frac{1}{\Delta'_{\text{ит}}}\left[k^2\left(-\frac{1}{3}\hat{P}\right) + \overline{k_i k_k}\,(-\hat{P}_{ik}^{'(s)}) - ik_l\varepsilon_{lki}(-\hat{\Pi}_{ik}^{(a)})\right]. \tag{8в}$$

Здесь

$$\Delta_{\text{ит}} = (-\rho_0\omega^2 + k^2 b_ч)(i\omega\rho_0 + k^2\varkappa') - i\omega k^2 b_7' l_2', \tag{9а}$$

$$\Delta'_{\text{ит}} = -i_0\omega^2 + 2b_6 + k^2 d_н \tag{9б}$$

являются определителями двух подматриц, на которые распадается квадратная матрица левой части (3) при переходе к негиротропной среде. В этом случае пространственные корреляторы являются локальными, σ и S уже не коррелируют со вторым тензором деформации, но γ коррелирует с $\sigma_{ik}^{(a)}$.

Из (3) и (9) следует, что в гиротропной среде продольная звуковая волна и волна вращения взаимосвязаны; в негиротропной же среде эти волны распространяются независимо.

Для определения флуктуаций тензорных параметров умножим (1а) и (1б) на ik_j. В полученные два уравнения (первое и четвертое в (10)) входят четыре комбинации искомых неизвестных $ik_j u_i$, $ik_j\varphi_i$, $k_j\varepsilon_{ikl}k_k u_l$, $k_j\varepsilon_{ikl}k_k\varphi_l$. Умножим эти уравнения на $k_m\varepsilon_{nij}$, свернем по индексам i и j и переобозначим индексы. В результате замкнутая система уравнений имеет вид

$$\begin{pmatrix} \Delta_\rho & b_6 & 0 & 1/2k^2(b_3+b_5) \\ k^2 b_6 & \Delta_i & 1/2k^2(d_4+d_6) & k^2(b_5+d_6) \\ 0 & 1/2k^2(b_3+b_5) & \Delta_\rho & k^2 b_6 \\ 1/2k^2(d_4+d_6) & b_5+d_6 & b_6 & \Delta_i \end{pmatrix}\begin{pmatrix} ik_j u_i \\ k_j\varepsilon_{ikl}k_k\varphi_l \\ k_j\varepsilon_{ikl}k_k u_l \\ ik_i\varphi_i \end{pmatrix} =$$

$$
= \left| \begin{array}{c} k_j k_h (-\hat{\Pi}_{ih}) - k_j k_i b_7 (-\hat{\Theta}) \\ - i k_j \varepsilon_{ikl} k_k k_n (-\hat{P}_{ln}) + 2 k_j k_h (-\hat{\Pi}^{(a)}_{ik}) \\ - i k_j \varepsilon_{ikl} k_k k_n (-\hat{\Pi}_{ln}) \\ k_j k_k (-\hat{P}_{ik}) - i k_j \varepsilon_{inm} (-\hat{\Pi}^{(a)}_{mn}) - k_j k_i d_7 (-\hat{\Theta}) \end{array} \right| -
$$

$$
- k_j k_i \begin{pmatrix} b' & b'' & - i\omega k^{-2} b_7' \\ -(b_5 + d_6) & b_6 & 0 \\ - b_6 & 0 & 0 \\ d' & d'' & - i\omega k^{-2} d_7' \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \gamma \\ \sigma \\ S \end{pmatrix}, \tag{10}
$$

$$
\Delta_\rho = -\rho_0 \omega^2 + 1/2 k^2 (b_4 + b_6), \quad \Delta_i = -i_0 \omega^2 + 2 b_6 + 1/2 k^2 (d_3 + d_5),
$$

$$
\alpha' = \alpha_1 + 1/6 \alpha_3 - 1/2 d_5, \quad \alpha'' = \alpha_2 + 1/6 \alpha_4 - 1/2 \alpha_6 \, (\alpha = b,\ d).
$$

Из (10) легко определяются $ik_j u_i$ и $ik_j \varphi_i$, а затем согласно (2) и с использованием (4) записываются выражения для $\sigma_{ij}^{'(s)}$, $\gamma_{ij}^{'(s)}$, $\sigma_{ij}^{(a)}$ и $\gamma_{ij}^{(a)}$. Эти выражения вместе с (4) позволяют построить полную корреляционную матрицу спектральных амплитуд обобщенных координат для гиротропной изотропной сплошной среды. Использование (5) дает решение задачи о тепловых флуктуациях.

Приведем здесь в качестве примера решение для изотропной негиротропной среды. В этом случае (10) упрощается и принимает вид

$$
\begin{pmatrix} \Delta_\rho & b_6 & 0 & 0 \\ k^2 b_6 & \Delta_i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \Delta_\rho & k^2 b_6 \\ 0 & 0 & b_6 & \Delta_i \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i k_j u_i \\ k_j \varepsilon_{ikl} k_k \varphi_l \\ k_j \varepsilon_{ikl} k_k u_l \\ i k_j \varphi_i \end{pmatrix} =
$$

$$
= \begin{pmatrix} k_j k_h (-\hat{\Pi}_{ih}) - k_j k_i [\, b_7 (-\hat{\Theta}) + b'' \sigma - i\omega k^{-2} b_7' S \,] \\ - i k_j \varepsilon_{ikl} k_k k_n (-\hat{P}_{ln}) + 2 k_j k_k (-\hat{\Pi}^{(a)}_{ik}) - k_j k_i b_6 \sigma \\ i k_j \varepsilon_{ikl} k_k k_n (-\hat{\Pi}_{ln}) - k_j k_i b_6 \gamma \\ - k_j k_k (-\hat{P}_{ik}) - i k_j \varepsilon_{inm} (-\hat{\Pi}^{(a)}_{mn}) - k_j k_i d' \gamma \end{pmatrix}. \tag{11}
$$

Очевидно, что при переходе к негиротропной среде система уравнений (11) распадается на две независимых подсистемы с одинаковыми определителями. Это соответствует появлению вырожденных решений волнового уравнения (см. [1]).

Решим систему (11) относительно $ik_j u_i$ и $ik_j \varphi_i$:

$$
i k_j u_i = \frac{k_j k_i}{k^2} \sigma + \frac{\Delta_i}{\Delta} \left(k_j k_n \delta_{im} - \frac{1}{k^2} k_j k_i k_m k_n \right) (-\hat{\Pi}^{'(s)}_{mn}) +
$$

$$
+ \frac{\Delta_i - 2 b_6}{\Delta} k_j k_n \delta_{im} (-\hat{\Pi}^{(a)}_{mn}) + \frac{b_6}{\Delta} i k_j \varepsilon_{ikm} k_k k_n (-\hat{P}_{mn}), \tag{12a}
$$

$$
i k_j \varphi_i = \frac{k_j k_i}{k^2} \gamma + \frac{b_6}{\Delta} i k_j \varepsilon_{ikm} k_k k_n (-\hat{\Pi}^{'(s)}_{mn}) -
$$

$$
- \frac{2\Delta_\rho - k^2 b_6}{k^2 \Delta} i k_j \varepsilon_{ikm} k_k k_n (-\hat{\Pi}^{(a)}_{mn}) +
$$

$$
+ \frac{\Delta_\rho}{\Delta} \left(k_j k_n \delta_{im} - \frac{1}{k^2} k_j k_i k_n k_m \right) (-\hat{P}_{mn}). \tag{12б}
$$

Из (11б) получим

$$\varepsilon_{ijl}\varphi_l = \frac{1}{\Delta'_{\text{ит}}}\, ik_l\varepsilon_{jil}\left(-\frac{1}{3}\hat{P}\right) - \frac{2b_6}{\Delta}\,\overline{a_{ji}s_{nm}}\,(-\hat{\Pi}'^{(s)}_{mn}) +$$

$$+\left[\frac{1}{k^2\Delta'_{\text{ит}}}\,k_l\varepsilon_{jil}k_h\varepsilon_{hnm} + 2\,\frac{2\Delta_\rho - k^2b_6}{k^2\Delta}\,\overline{a_{ji}a_{nm}}\right](-\hat{\Pi}^{(a)}_{mn}) -$$

$$-\left\{\frac{\Delta_\rho}{\Delta}\left[ik_l\varepsilon_{jil}\frac{k_mk_n}{k^2} - \frac{1}{2}(ik_n\varepsilon_{jim} + ik_m\varepsilon_{jin})\right] + ik_l\varepsilon_{jil}\frac{k_mk_n}{k^2\Delta'_{\text{ит}}}\right\}(-\hat{P}'^{(s)}_{mn}) +$$

$$+\frac{\Delta_\rho}{2\Delta}(ik_n\varepsilon_{jim} - ik_m\varepsilon_{jin})(-\hat{P}^{(a)}_{mn}). \tag{12в}$$

Комбинируя (12), найдем выражения для симметричных и антисимметричных частей тензоров деформации:

$$\sigma'^{(s)}_{ij} = -k_jk_i\,\frac{k^2\varkappa' b_7}{\Delta_{\text{ит}}}(-\hat{\Theta}) + \frac{\overline{k_jk_i}\,(i\omega\rho_0 + k^2\varkappa')}{\Delta_{\text{ит}}}\left(-\frac{1}{3}\hat{\Pi}\right) +$$

$$+\left[\frac{\Delta_i}{\Delta}\,\overline{(s_{ji}s_{nm}} - \frac{1}{k^2}\,k_jk_ik_nk_m) + \overline{k_jk_i}\;\overline{k_nk_m}\;\frac{i\omega\rho_0 + k^2\varkappa'}{k^2\Delta_{\text{ит}}}\right](-\hat{\Pi}'^{(s)}_{mn}) +$$

$$+\frac{\Delta_i - 2b_6}{\Delta}\,\overline{s_{ji}a_{nm}}\,(-\hat{\Pi}^{(a)}_{mn}) + \frac{b_6}{\Delta}\,\overline{p_{ji}p_{nm}}\,(-\hat{P}'^{(s)}_{mn}) + \frac{b_6}{\Delta}\,\overline{p_{ji}n_{nm}}\,(-\hat{P}^{(a)}_{mn}), \tag{13а}$$

$$\gamma'^{(s)}_{ij} = \frac{b_6}{\Delta}\,\overline{p_{ji}p_{nm}}\,(-\hat{\Pi}'^{(s)}_{mn}) -$$

$$-\left[\frac{2\Delta_\rho - k^2b_6}{k^2\Delta}\,\overline{p_{ji}n_{nm}} + \frac{\overline{k_jk_i}}{k^2\Delta'_{\text{ит}}}\,ik_l\varepsilon_{lnm}\right](-\hat{\Pi}^{(a)}_{mn}) +$$

$$+\left[\frac{\Delta_\rho}{\Delta}\,\overline{(s_{ji}s_{nm}} - \frac{1}{k^2}\,k_jk_ik_nk_m) + \frac{\overline{k_jk_i}\;\overline{k_nk_m}}{k^2\Delta'_{\text{ит}}}\right](-\hat{P}'^{(s)}_{mn}) +$$

$$+\frac{\Delta_\rho}{\Delta}\,\overline{s_{ji}a_{nm}}\,(-\hat{P}^{(a)}_{mn}) + \frac{1}{\Delta'_{\text{ит}}}\,\overline{k_jk_i}\left(-\frac{1}{3}\hat{P}\right), \tag{13б}$$

$$\sigma^{(a)}_{ij} = \frac{\Delta_i - 2b_6}{\Delta}\,\overline{a_{ji}s_{nm}}\,(-\hat{\Pi}'^{(s)}_{mn}) +$$

$$+\left[\left(\frac{\Delta_i - 2b_6}{\Delta} + 2\,\frac{2\Delta_\rho - k^2b_6}{k^2\Delta}\right)\overline{a_{ji}a_{nm}} + \frac{1}{k^2\Delta'_{\text{ит}}}\,k_l\varepsilon_{jil}k_h\varepsilon_{hnm}\right](-\hat{\Pi}^{(a)}_{mn}) -$$

$$-\left[\frac{2\Delta_\rho - k^2b_6}{k^2\Delta}\,\overline{n_{ji}p_{nm}} + \frac{1}{k^2\Delta'_{\text{ит}}}\,ik_l\varepsilon_{jil}\,\overline{k_nk_m}\right](-\hat{P}'^{(s)}_{mn}) -$$

$$-\frac{2\Delta_\rho - k^2b_6}{k^2\Delta}\,\overline{n_{ji}n_{nm}}\,(-\hat{P}^{(a)}_{mn}) + \frac{1}{\Delta'_{\text{ит}}}\,ik_l\varepsilon_{jil}\left(-\frac{1}{3}\hat{P}\right), \tag{13в}$$

$$\gamma^{(a)}_{ij} = \frac{b_6}{\Delta}\,\overline{n_{ji}p_{nm}}\,(-\hat{\Pi}'^{(s)}_{mn}) - \frac{2\Delta_\rho - k^2b_6}{k^2\Delta}\,\overline{n_{ji}n_{nm}}\,(-\hat{\Pi}^{(a)}_{mn}) +$$

$$+\frac{\Delta_\rho}{\Delta}\,\overline{a_{ji}s_{nm}}\,(-\hat{P}'^{(s)}_{mn}) + \frac{\Delta_\rho}{\Delta}\,\overline{a_{ji}a_{nm}}\,(-\hat{P}^{(a)}_{mn}). \tag{13г}$$

Здесь приняты обозначения

$$\Delta = \Delta_i \Delta_\rho - k^2 b_6^2, \tag{14}$$

$$\overline{s_{ji} \begin{matrix} s_{nm} \\ a_{nm} \end{matrix}} = \frac{1}{4}(k_j k_n \delta_{im} + k_i k_n \delta_{jm} \pm k_j k_m \delta_{in} \pm k_i k_m \delta_{jn}),$$

$$\overline{a_{ji} \begin{matrix} s_{nm} \\ a_{nm} \end{matrix}} = \frac{1}{4}(k_j k_n \delta_{im} - k_i k_n \delta_{jm} \pm k_j k_m \delta_{in} \mp k_i k_m \delta_{jn}), \tag{15а}$$

$$\overline{p_{ji} \begin{matrix} p_{nm} \\ n_{nm} \end{matrix}} = \frac{1}{4} \left[(ik_j \varepsilon_{ikm} + ik_i \varepsilon_{jkm}) k_k k_n \pm (ik_j \varepsilon_{ikn} + ik_i \varepsilon_{jkn}) k_k k_m \right],$$

$$\overline{n_{ji} \begin{matrix} p_{nm} \\ n_{nm} \end{matrix}} = \frac{1}{4} \left[(ik_j \varepsilon_{ikm} - ik_i \varepsilon_{jkm}) k_k k_n \pm (ik_j \varepsilon_{ikn} - ik_i \varepsilon_{jkn}) k_k k_m \right]. \tag{15б}$$

При получении выражений (13) были использованы тождества

$$\begin{aligned} \overline{n_{ji} n_{nm}} &= 1/4k^2 (ik_j \varepsilon_{inm} - ik_i \varepsilon_{jnm}) = -1/4k^2 (ik_n \varepsilon_{jim} - ik_m \varepsilon_{jin}), \\ \overline{p_{ji} n_{nm}} &= 1/4k^2 (ik_j \varepsilon_{inm} + ik_i \varepsilon_{jnm}) - 1/2 k_j k_i ik_l \varepsilon_{nml}, \\ \overline{n_{ji} p_{nm}} &= -1/4k^2 (ik_n \varepsilon_{jim} + ik_m \varepsilon_{jin}) + 1/2 k_m k_n ik_l \varepsilon_{jil}, \\ \overline{a_{ji} a_{nm}} &= 1/4k^2 (\delta_{jn} \delta_{im} - \delta_{jm} \delta_{in}) - 1/4 k_l \varepsilon_{lji} k_k \varepsilon_{knm} \end{aligned} \tag{16}$$

Для доказательства этих тождеств достаточно воспользоваться соотношением

$$k_l k_k = k^2 \delta_{lk} - \varepsilon_{lst} \varepsilon_{kpt} k_s k_p. \tag{17}$$

Выражения (8) и (13) позволяют построить полную матрицу спектральных амплитуд обобщенных координат.

В соответствии с (5) выпишем в явном виде корреляционные функции флуктуаций S, σ_{ik} и γ_{ik} для изотропной негиротропной среды.

Флуктуации скалярных параметров

$$\begin{aligned} \langle \sigma\sigma^* \rangle &= Hk^2 \left(\frac{i\omega\rho_0 + k^2 \varkappa'}{\Delta_{\text{ит}}} - \text{к. с.} \right), \\ \langle \gamma\gamma^* \rangle &= Hk^2 (1/\Delta'_{\text{ит}} - \text{к. с.}), \\ \langle SS^* \rangle &= Hk^2 \left\{ \frac{\varkappa}{\Delta_{\text{ит}}} \left[-\rho_0 \omega^2 + k^2 \left(b_{\text{ч}} - \frac{l_2}{l_7} b_7 \right) \right] - \text{к. с.} \right\}, \\ \langle \sigma S^* \rangle &= -Hk^4 \left(\frac{\varkappa b_7}{l_7 \Delta_{\text{ит}}} + \frac{\varkappa^* \overset{*}{l_2}}{\overset{*}{l_7} \overset{*}{\Delta}_{\text{ит}}} \right), \\ \langle \sigma\gamma^* \rangle &= \langle S\gamma^* \rangle = 0. \end{aligned} \tag{18}$$

В соответствии с ФДТ выражения для корреляционных функций дают возможность установить соотношения взаимности между коэффициентами, описывающими свойства среды [4]. Так, исходя из требования вещественности коррелятора $\langle \sigma S^* \rangle$, в случае изотропной негиротропной среды имеем

$$l_2 = -b_7. \tag{19}$$

Соотношение (19), выражающее известный термоупругий эффект, будет использовано ниже в выражении для $<S\sigma_{ij}^{'(s)*}>$.

Корреляции перекрестных флуктуаций скалярных и тензорных параметров определяются выражениями

$$
\begin{aligned}
&<\sigma\sigma_{ij}^{'(s)*}> = H\overline{k_j k_i}\left(\frac{i\omega\rho_0 + k^2\varkappa'}{\Delta_{\text{ит}}} - \text{к. с.}\right), \\
&<S\sigma_{ij}^{'(s)*}> = Hk^2\overline{k_j k_i}\left(\frac{\varkappa l_2}{l_7\Delta_{\text{ит}}} - \text{к. с.}\right), \\
&<\gamma\gamma_{ij}^{'(s)*}> = H\overline{k_j k_i}\left(1/\Delta'_{\text{ит}} - \text{к. с.}\right), \\
&<\gamma\sigma_{ij}^{(a)*}> = -Hik_l\varepsilon_{lji}\left(1/\Delta'_{\text{ит}} + \text{к. с.}\right).
\end{aligned} \tag{20}
$$

Наличие центра симметрии (негиротропная среда) приводит к тому, что флуктуации некоторых параметров некоррелированы друг с другом. Так, σ и S не коррелируют с $\sigma_{ik}^{(a)}$, $\gamma_{ik}^{'(s)}$ и $\gamma_{ik}^{(a)}$, а γ — с $\sigma_{ik}^{'(s)}$ и $\gamma_{ik}^{(a)}$.

Ниже приведены корреляционные функции флуктуаций симметричных и антисимметричных частей тензоров деформации.

Для первого тензора деформации

$$
\begin{aligned}
&<\sigma_{ij}^{'(s)}\ \sigma_{mn}^{'(s)*}> = \\
&= H\left\{\left[\frac{\Delta_i}{\Delta}\left(\overline{s_{ji}s_{nm}} - \frac{1}{k^2}\overline{k_j k_i k_n k_m}\right) + \overline{k_j k_i}\ \overline{k_n k_m}\frac{i\omega\rho_0 + k^2\varkappa'}{k^2\Delta_{\text{ит}}}\right] - \text{к. с.}\right\}, \\
&<\sigma_{ij}^{(a)}\ \sigma_{mn}^{(a)*}> = \\
&= H\left\{\left[\left(\frac{\Delta_i - 2b_6}{\Delta} + 2\,\frac{2\Delta_\rho - k^2 b_6}{k^2\Delta}\right)\overline{a_{ji}a_{nm}} + \frac{1}{k^2\Delta'_{\text{ит}}}k_l\varepsilon_{jil}k_h\varepsilon_{hnm}\right] - \text{к. с.}\right\}, \\
&<\sigma_{ij}^{'(s)}\ \sigma_{mn}^{(a)*}> = H\,\overline{s_{ji}a_{nm}}\left(\frac{\Delta_i - 2b_6}{\Delta} - \text{к. с.}\right).
\end{aligned} \tag{21}
$$

Для второго тензора деформации

$$
\begin{aligned}
&<\gamma_{ij}^{'(s)}\ \gamma_{mn}^{'(s)*}> = \\
&= H\left\{\left[\frac{\Delta_\rho}{\Delta}\left(\overline{s_{ji}s_{nm}} - \frac{1}{k^2}\overline{k_j k_i k_n k_m}\right) + \frac{1}{k^2\Delta'_{\text{ит}}}\overline{k_j k_i}\ \overline{k_n k_m}\right] - \text{к. с.}\right\}, \\
&<\gamma_{ij}^{(a)}\ \gamma_{mn}^{(a)*}> = H\overline{a_{ji}a_{nm}}\left(\Delta_\rho/\Delta - \text{к. с.}\right), \\
&<\gamma_{ij}^{'(s)}\ \gamma_{mn}^{(a)*}> = H\overline{s_{ji}a_{nm}}\left(\Delta_\rho/\Delta - \text{к. с.}\right).
\end{aligned} \tag{22}
$$

Корреляционные функции перекрестных флуктуаций первого и второго тензоров деформации имеют следующий вид:

$$
\begin{aligned}
&<\sigma_{ij}^{'(s)}\ \gamma_{mn}^{'(s)*}> = H\overline{p_{ji}p_{nm}}\left(b_6/\Delta + \text{к. с.}\right), \\
&<\sigma_{ij}^{'(s)}\ \gamma_{mn}^{(a)}> = H\overline{p_{ji}n_{nm}}\left(b_6/\Delta + \text{к. с.}\right), \\
&<\sigma_{ij}^{(a)}\ \gamma_{mn}^{'(s)*}> =
\end{aligned} \tag{23}
$$

$$-H\left[\overline{n_{ji}p_{nm}}\left(\frac{2\Delta_\rho-k^2b_6}{k^2\Delta}+\text{к. с.}\right)+ik_l\varepsilon_{jil}\frac{\overline{k_nk_m}}{k^2}\left(\frac{1}{\Delta_{\text{пт}}}+\text{к. с.}\right)\right],$$

$$<\sigma_{ij}^{(a)}\ \gamma_{mn}^{(a)*}>=-H\overline{n_{ji}n_{nm}}\left(\frac{2\Delta_\rho-k^2b_6}{k^2\Delta}+\text{к. с.}\right).$$

Здесь использованы свойства симметрии выражений (15):

$$\begin{gathered}\overline{s_{ji}s_{nm}}(\mathbf{k})=\overline{s_{nm}s_{ji}}^*(-\mathbf{k}),\quad \overline{s_{ji}a_{nm}}(\mathbf{k})=\overline{a_{nm}s_{ji}}^*(-\mathbf{k}),\\ \overline{a_{ji}a_{nm}}(\mathbf{k})=\overline{a_{nm}a_{ji}}^*(-\mathbf{k}),\quad \overline{p_{ji}p_{nm}}(\mathbf{k})=-\overline{p_{nm}p_{ji}}^*(-\mathbf{k}),\\ \overline{p_{ji}n_{nm}}(\mathbf{k})=-\overline{n_{nm}p_{ji}}^*(-\mathbf{k}),\quad \overline{n_{ji}n_{nm}}(\mathbf{k})=-\overline{n_{nm}n_{ji}}^*(-\mathbf{k}).\end{gathered}\tag{24}$$

Автор выражает искреннюю благодарность Л. А. Ротту и В. Б. Немцову за интерес к работе и обсуждение.

Литература

1. Вихренко В. С., Немцов В. Б., Ротт Л. А. ЖЭТФ, **61**, вып. 5 (11), 1769, 1971.
2. Brooks S. A., Luchurst G. R. and Pedulli G. F. Chem. Phys. Lett., **11**, № 2, 159, 1971.
3. Baranowski B. and Romotowski T. Phys. Fluids, **7**, № 5, 763, 1964.
4. Левин М. Л., Рытов С. М. Теория равновесных тепловых флуктуаций в электродинамике. М., 1967.

Белорусский технологический институт им. С. М. Кирова

Поступило в редакцию 16.XII 1971