достаточно. В каждом из перечисленных случаев основными полученными результатами являются теорема, описывающая картину разрешимости сингулярного интегрального уравнения (4), а также решение этого уравнения в квадратурах.

ЛИТЕРАТУРА

1. Дегтяренко Н.А. Решение интегрального уравнения типа свертки с четырьмя ядрами и с сопряжением // Весці Акад. навук Беларусі. Сер. фіз.-мат. навук. – 1997. – № 4. – С. 46 – 51.

2. Дегтяренко Н.А. Двоякопериодический мероморфный аналог ядра Коши и некоторые его применения // Изв. вузов. Матем. – 1999. – №8 (447). – С. 11 – 19.

3. Дегтяренко Н.А. Решение в замкнутой форме интегрального уравнения типа свертки в гиперэллиптическом случае // Изв. вузов. Матем. – 2000. – № 1 (452). – С. 20 – 30.

4. Дегтяренко Н.А., Зверович Э.И. Нахождение ограниченных собственных функций одного сингулярного оператора // Труды Матем. центра им. Н.И. Лобачевского. – Казань: Унипресс, 1998. – С. 101 – 103.

5. Дегтяренко Н.А., Зверович Э.И. Нахождение спектра и собственных функций одного сингулярного интегрального оператора с эллиптической функцией в качестве ядра // Вестн. Белорус. ун-та. Сер. 1. Физ., мат., инф. – 2000. – № 2. – С. 68 – 72.

6. Dzehtsiarenka N.A., Zverovich E.I. The double-periodic analog of the Cauchy kernel and some its applications // Mathematical Modeling and Analysis. – Vilnius: Technika, 1998. – Vol.3. – P. 81 –85.

7. Дегтяренко Н.А. Решение в замкнутой форме интегрального уравнения

8. Комяка // Ред. ж. Вестн. Белорус. ун-та. Сер.1. Физ., мат., инф. – Минск, 1997. – 27 с. – Деп. в ВИНИТИ 17.02.97. – № 501-В97 // Библиографический указатель ВИНИТИ "Депонированные научные работы". – 1997. – №4. – Б/о 73.

УДК 517.977

О.Н. Поддубная, ассистент

О ФОРМУЛЕ КОШИ ДЛЯ ГИБРИДНЫХ СИСТЕМ С КРАТНЫМИ ЗАПАЗДЫВАНИЯМИ

A variation constant formula for hybrid systems with multiple delays is obtained.

В [2] представлена формула Коши для простейшей гибридной системы с одним запаздыванием. При ее доказательстве была использована предложенная в [1] техника получения решения для дифференциальных систем с запаздыванием на основе решения сопряженных систем. В данной работе получено решение в виде формулы Коши для нестационарной гибридной системы с кратными запаздываниями.

Рассматриваем нестационарную гибридную систему:

$$\dot{x}(t)=\sum_{i=0}^{l}A_{11}^{i}(t)x(t-ih)+\sum_{i=0}^{l}A_{12}^{i}(t)y(t-ih)+\sum_{i=0}^{l}B_{1}^{i}(t)u(t-ih),\ t\geq t_0\ , \tag{1}$$

$$y(t)=\sum_{i=0}^{l}A_{21}^{i}(t)x(t-ih)+\sum_{i=0}^{l}A_{22}^{i}(t)y(t-ih)+\sum_{i=0}^{l}B_{2}^{i}(t)u(t-ih),\ t\geq t_0. \tag{2}$$

Здесь $x(t) \in R^n$, $u(t) \in R^r$, $y(t) \in R^m$, $t \geq t_0 - lh$, $h > 0$;
начальные условия для системы (1),(2) зададим в виде

$$x(t_0 + 0) = x_0 \in R^n,\ x(\tau) = \varphi(\tau),\ y(\tau) = \psi(\tau),\ u(\tau) = \xi(\tau), \tau \in [t_0 - lh, t_0), \tag{3}$$

причем функции $x(\tau) = 0,\ y(\tau) = 0,\ u(\tau) = 0\ , \tau < t_0 - lh$;
компоненты матриц-функций $A_{11}^i(\cdot) \in R^{n\times n}$, $A_{12}^i(\cdot) \in R^{n\times m}$, $A_{21}^i(\cdot) \in R^{m\times n}$, $A_{22}^i(\cdot) \in R^{m\times m}$, $B_1^i(\cdot) \in R^{n\times r}$, $B_2^i(\cdot) \in R^{m\times r}$, $A_{22}^0(t) = 0$, $(i = 0,1,...,l)$ – кусочно-непрерывные на каждом отрезке $[a,b] \in [t_0 - lh, +\infty)$;
φ, ψ, ξ – кусочно-непрерывные на $[t_0 - lh, t_0]$ вектор-функции соответствующих размерностей.

Вводим обозначение $T_t = \lim\limits_{\varepsilon \to +0} \left[\dfrac{t - t_0 - \varepsilon}{h} \right]$, $t > t_0$, $T_{t_0} = 0$.

Для такой гибридной системы с кратными запаздываниями требуется представить решение в виде формулы Коши. Получение результата можно разбить на два основных этапа.

I. $T_t \leq l$.

Пусть матрицы-функции $X^*(t,\tau)$, $Y^*(t,\tau)$, $Z^*(t,\tau)$ являются решениями сопряженной системы:

$$\frac{\partial X^*(t,\tau)}{\partial \tau} + \sum_{i=0}^{l} X^*(t, \tau + ih) A_{11}^i(\tau + ih) + \sum_{i=0}^{l} Y^*(t, \tau + ih) A_{21}^i(\tau + ih) = 0,$$

$$\tau \leq t,\ \tau \neq t - kh; \tag{4}$$

$$Y^*(t,\tau) = \sum_{i=0}^{l} X^*(t, \tau + ih) A_{12}^i(\tau + ih) + \sum_{i=0}^{l} Y^*(t, \tau + ih) A_{22}^i(\tau + ih),\ \tau \leq t; \tag{5}$$

$$X^*(t, t - kh - 0) - X^*(t, t - kh + 0) = \sum_{i=0}^{k} Z^*(t, t - kh + ih) A_{21}^i(t - kh + ih),$$

$$k = 1, ..., T_t; \tag{6}$$

$$Z^*(t, t - kh) = \sum_{i=0}^{k} Z^*(t, t - kh + ih) A_{22}^i(t - kh + ih), \qquad k = 1, ..., T_t. \tag{7}$$

$$X^*(t,\tau) = 0,\ Y^*(t,\tau) = 0,\ Z^*(t,\tau) = 0,\ \tau > t. \tag{8}$$

Теорема 1. Решение системы (1), (2) с начальными условиями (3), соответствующее кусочно-непрерывному управлению $u(\cdot)$, существует, единственно и может быть вычислено по формуле

$$X^*(t,t_0)x_0+\sum_{i=1}^{l}\int_{t_0-ih}^{t_0}\left(X^*(t,\tau+ih)A_{11}^i(\tau+ih)+Y^*(t,\tau+ih)A_{21}^i(\tau+ih)\right)\varphi(\tau)d\tau+$$

$$+\sum_{i=1}^{l}\int_{t_0-ih}^{t_0}\left(X^*(t,\tau+ih)A_{12}^i(\tau+ih)+Y^*(t,\tau+ih)A_{22}^i(\tau+ih)\right)\psi(\tau)d\tau+$$

$$+\sum_{i=1}^{l}\int_{t_0-ih}^{t_0}\left(X^*(t,\tau+ih)B_1^i(\tau+ih)+Y^*(t,\tau+ih)B_2^i(\tau+ih)\right)\xi(\tau)d\tau+$$

$$+\sum_{i=0}^{l}\int_{t_0}^{t}(X^*(t,\tau+ih)B_1^i(\tau+ih)+Y^*(t,\tau+ih)B_2^i(\tau+ih))u(\tau)d\tau+$$

$$+\sum_{k=1}^{T_t}\sum_{i=k+1}^{l}Z^*(t,t-kh)A_{21}^i(t-kh)\varphi(t-kh-ih)+\sum_{k=1}^{T_t}\sum_{i=k+1}^{l}Z^*(t,t-kh)A_{22}^i(t-kh)\psi(t-kh-ih)+$$

$$+\sum_{k=1}^{T_t}\sum_{i=k+1}^{l}Z^*(t,t-kh)B_2^i(t-kh)\xi(t-kh-ih)+\sum_{k=1}^{T_t}\sum_{i=0}^{k}Z^*(t,t-kh+ih)B_2^i(t-kh+ih)u(t-kh)=$$

$$=\begin{Bmatrix}x(t),\ npu\ Z^*(t,t)=0,\ X^*(t,t-0)=I_n\in R^{n\times n}\\ y(t),npu\ Z^*(t,t)=I_m\in R^{m\times m},\ X^*(t,t-0)=A_{21}^0\in R^{m\times n}\end{Bmatrix},\ t\ge t_0. \tag{9}$$

II. $T_t > l$.

Пусть матрицы-функции $X^*(t,\tau)$, $Y^*(t,\tau)$, $Z^*(t,\tau)$ являются решениями сопряженной системы:

(4), (5), (8),

$$X^*(t,t-kh-0)-X^*(t,t-kh+0)=\sum_{i=0}^{l}Z^*(t,t-kh+ih)A_{21}^i(t-kh+ih),$$

$$k=1,...,T_t-l-1. \tag{10}$$

$$X^*(t,t-kh-0)-X^*(t,t-kh+0)=\sum_{i=0}^{T-k}Z^*(t,t-kh+ih)A_{21}^i(t-kh+ih)+$$

$$+\sum_{i=0}^{l}Z^*(t,t-kh+ih)A_{21}^i(t-kh+ih),\qquad k=T_t-l,...,T_t. \tag{11}$$

$$Z^*(t,t-kh)=\sum_{i=0}^{l}Z^*(t,t-kh+ih)A_{22}^i(t-kh+ih),\qquad k=1,...,T_t-l-1. \tag{12}$$

789669

$$Z^*(t,t-kh)=\sum_{i=0}^{T-k}Z^*(t,t-kh+ih)A_{22}^i(t-kh+ih)+$$

$$+\sum_{i=0}^{l}Z^*(t,t-kh+ih)A_{22}^i(t-kh+ih),\qquad k=T_t-l,...,T_t. \tag{13}$$

Теорема 2. Решение системы (1), (2) с начальными условиями (3), соответствующее кусочно-непрерывному управлению $u(\cdot)$, существует, единственно и может быть вычислено по формуле

$$X^*(t,t_0)x_0+\sum_{i=1}^{l}\int_{t_0-ih}^{t_0}\left(X^*(t,\tau+ih)A_{11}^i(\tau+ih)+Y^*(t,\tau+ih)A_{21}^i(\tau+ih)\right)\varphi(\tau)d\tau+$$

$$+\sum_{i=1}^{l}\int_{t_0-ih}^{t_0}\left(X^*(t,\tau+ih)A_{12}^i(\tau+ih)+Y^*(t,\tau+ih)A_{22}^i(\tau+ih)\right)\psi(\tau)d\tau+$$

$$+\sum_{i=1}^{l}\int_{t_0-ih}^{t_0}\left(X^*(t,\tau+ih)B_1^i(\tau+ih)+Y^*(t,\tau+ih)B_2^i(\tau+ih)\right)\xi(\tau)d\tau+$$

$$+\sum_{i=0}^{l}\int_{t_0}^{t}(X^*(t,\tau+ih)B_1^i(\tau+ih)+Y^*(t,\tau+ih)B_2^i(\tau+ih))u(\tau)d\tau+$$

$$+\sum_{k=T_t-l}^{T_t}\sum_{i=T_t-k+1}^{l}Z^*(t,t-kh)A_{21}^i(t-kh)\varphi(t-kh-ih)+$$

$$+\sum_{k=T_t-l}^{T_t}\sum_{i=T_t-k+1}^{l}Z^*(t,t-kh)A_{22}^i(t-kh)\psi(t-kh-ih)+$$

$$+\sum_{k=T_t-l}^{T_t}\sum_{i=T_t-k+1}^{l}Z^*(t,t-kh)B_2^i(t-kh)\xi(t-kh-ih)+$$

$$+\sum_{k=0}^{T_t}\sum_{i=0}^{l}Z^*(t,t-kh+ih)B_2^i(t-kh+ih)u(t-kh)+$$

$$+\sum_{k=T_t-l}^{T_t}\sum_{i=0}^{T_t-k}Z^*(t,t-kh+ih)B_2^i(t-kh+ih)u(t-kh)=$$

$$=\begin{Bmatrix}x(t),\ при\ Z^*(t,t)=0,\ X^*(t,t-0)=I_n\in R^{n\times n}\\ y(t),при\ Z^*(t,t)=I_m\in R^{m\times m},\ X^*(t,t-0)=A_{21}^0\in R^{m\times n}\end{Bmatrix},\ t\ge t_0. \tag{14}$$

Техника доказательства *теоремы 1* и *теоремы 2* аналогична получению решения в виде формулы Коши для гибридной системы с одним запаздыванием, представленному в [2].

ЛИТЕРАТУРА

1. Беллман Р., Кук К.Л. Дифференциально-разностные уравнения. М.: Мир, 1967.
2. Марченко В.М., Поддубная О.Н. О формуле Коши для гибридных систем // Труды БГТУ. Сер. физ.-мат. наук и информатики. Вып. IX. 2001.С.3–7.

УДК 519.248:004.93

A. Dardzinska, magistr

MUQLA MODEL IN FORMING CURSIVE LANGUAGE DATABASE

This research aims to use geometrical properties to recognize off-line handwritten Arabic words. The effort toward building Arabic text database based on mathematical model is then introduced. The goal is to develop tools that aid linguists in building a database of Arabic words together with their transformations. The character classification is achieved in this paper using Muqla model with Toeplitz matrices approach.

1. Introduction

Most of previous works in the field of recognition the Arabic texts are done with assuming, that a handwritten word before recognition is segmented into isolated characters first [1,2,3,4,5,6]. Automatic sentence recognition in Arabic is much different from other languages, where sentences are to quite an extent defined by punctuation. Generally the sentence first is swept to extract a complete line, called also a baseline, with its different parameters. This line is subject to further processing to extract each word then. The extracted words are delivered to the word segmentation procedures. In Arabic, it is less systematic and is not the only means of sentence segmentation. Very often it is also a particle which delimits the sentence. Moreover manual text segmentation into sentences and hence sentences into words is not always obvious and can vary from one reader to another. In paper [7] new method of recognition Arabic words without segmentation was presented. The author modified this model hence it can be more interesting from database point of view. Before discussing the proposed model, it is necessary to make a brief revision of the nature of handwritten Arabic characters and hence of the problems that could be faced when planning to recognize them correctly.

2. Main Features of Arabic Language

Arabic language is a cursive one and has its unique, incomparable character ascribing only to it. There are 28 letters in Arabic alphabet, which are useful, first of all, to sign consonants. The characteristic feature of this language is writing (from the right side to the left one) only consonants as vowels, as a rule, are marked with some supplementary signs above or under the letters. The absence or presence of vowel diacritics indicates different meanings in what would otherwise be the same word (Fig.1). It is especially important when the word is an isolated one. The supplementary signs are then necessary to distinguish the meaning of two different words.

ruinous seasickness

Fig. 1 Sample words with different meanings depending on diacritical markings.