

М. И. Кулак, профессор;
Т. А. Долгова, доцент;
М. К. Яковлев, ст. преп.

ФРАКТАЛЬНЫЕ АСПЕКТЫ ТЕОРИИ СТОХАСТИЧЕСКИХ РАСТРОВ

Fractal approach is used for modeling the processes in raster image processors and for estimation of the rasters' quality.

Основным недостатком существующих стохастических растров с точки зрения качества полиграфических оттисков является то, что при воспроизведении ровных гладких поверхностей теряется ощущение, что поверхность гладкая. Это происходит потому, что в битовой карте происходит «слипание» микроточек и образование кластеров, поэтому главная задача стохастического растрирования — сгенерировать такую битовую карту, в которой микроточки распределены равномерно по всей площади, минимально соприкасаясь друг с другом.

Другим недостатком, свойственным до настоящего времени классическому стохастическому растрированию как виду, является необходимость выделять большую часть памяти для хранения наборов битовых карт, что ограничивает функциональные возможности растрового процессора и снижает эффективность работы всей реприсистемы, т. к. почти все ее ресурсы тратятся на операции обмена между внешней памятью и процессором.

Однако все перечисленные недостатки стохастических растров приходилось терпеть ради их очевидных преимуществ — нерегулярное распределение микроточек в битовой карте позволяет воспроизводить изображение без поворота растра, уменьшается ощущение регулярности структуры растра, а при воспроизведении шероховатых и текстурных поверхностей значительно улучшается качество изданий.

Теория фракталов достаточно активно используется в реприсистемах для сжатия больших изображений [1]. Суть метода состоит в том, что с помощью стандартных приемов обработки изображение делится на сегменты нерегулярной формы. Далее для каждого сегмента подбирается система итерационных функций аффинного преобразования, которая позволяет уменьшать масштаб изображения. Число таких аффинных преобразований может достигать нескольких сотен и более, что очень сильно усложняет процесс.

Естественно, что фрактальное сжатие, основанное на таких принципах, не затрагивает растровую основу изображения, т. е. оно

используется для сжатия (масштабирования) всей картинки, а не одной битовой карты.

В целом в настоящее время в технологии обработки изобразительной информации сложились два не связанных между собой направления развития исследований. Одно из них связано с конструированием растров, позволяющих дальше улучшать качество издательской продукции, осваивать новые виды изображений. Представители второго направления занимаются поиском новых способов сжатия информации, поскольку возможности повышения эффективности реприсистем за счет увеличения тактовой частоты процессоров уже практически исчерпаны.

Оригинальность развиваемого в данной работе подхода состоит в том, что в рамках единой теоретической концепции обе проблемы рассматриваются комплексно, взаимосвязано.

Впервые предложение использовать теорию фракталов для моделирования процессов частотно-модулированного растривания было высказано в работе [2]. Там же указывалось на важность поиска эффективных алгоритмов восстановления по известной фрактальной размерности структур на битовых картах, а для заполнения битовой карты был предложен алгоритм построения фрактального кластера. Указанный алгоритм позволяет представить битовую карту в виде фрактального кластера заданной размерности, которая соответствует определенному значению относительного размера растровой точки. Алгоритм основан на послойном представлении кластера в соответствии с соотношением, связывающим количество микроточек слоя и его радиус с фрактальной размерностью кластера.

Построение фрактального кластера по его размерности может быть выполнено на основании соотношения

$$p(r) = k \cdot r^{D-2}, \quad (1)$$

где $p(r)$ — плотность (количество) микроточек на слое радиуса r , D — фрактальная размерность кластера; k — размерная константа [2].

Для построения фрактального кластера задается значение фрактальной размерности кластера $1 < D < 2$ и выбирается центральная точка кластера на битовой карте. В соответствии с соотношением (1), для слоя радиуса r вычисляется количество точек кластера, которые должны находиться на слое данного радиуса. Затем выполняется размещение точек на слое радиуса r в количестве, определенном в предыдущем пункте алгоритма, при этом размещение точек кластера подчиняется условию связности.

Моделирование алгоритма построения фрактального кластера с использованием разработанных программ показало, что алгоритм построения фрактального кластера на битовой карте, использующий соотношение (1), не позволяет достичь заданного значения фрактальной размерности. Причиной этого является то обстоятельство, что в алгоритме построения кластера формула (1) используется для вычисления целых значений, а также ограничены размеры битовой карты. Моделирование алгоритма показало, что в процессе построения кластера при малом числе точек кластер перестает быть фрактальным объектом, при этом его текущая фрактальная размерность меньше 1. При дальнейшем росте кластера величина фрактальной размерности растет, становится больше 1 и далее увеличивается до максимально достигаемого значения.

Моделирование также показало, что если рост кластера происходит только в одном направлении, то в этом случае ввиду необходимости выполнения условия связности и быстрого достижения границ битовой карты будет построен кластер размерности меньше максимально достижимой и заполнение битовой карты может быть ниже необходимого.

На рис. 1 дана динамика изменения максимальной фрактальной размерности, которая достигается в процессе построения кластера в зависимости от значения заданной фрактальной размерности и положения центра кластера. Как видно из графика, с возрастанием размера кластера его размерность вначале увеличивается, затем для уровней размерности 1.3—1.4 уменьшается и далее после 1.5—1.6 снова увеличивается.

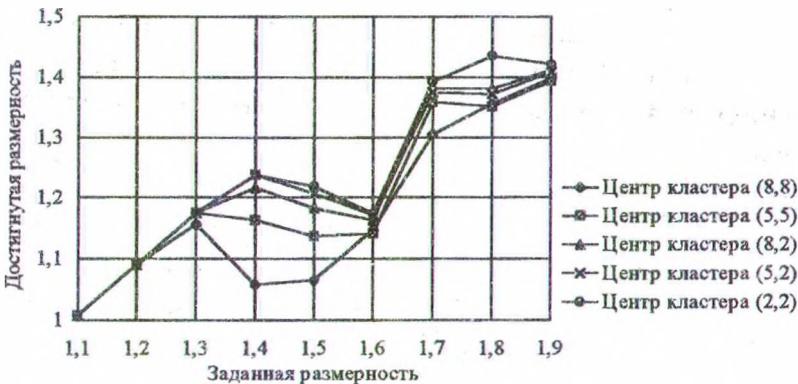


Рис. 1. Достигнутая фрактальная размерность

Зависимость заполнения битовой карты от значения заданной фрактальной размерности и положения центра кластера показана на рис. 2. Здесь для карты размером 16×16 наибольшее значение заполнения достигается при расположении центра фрактального кластера ближе к одному из углов карты при его размерности $D = 1.9$. При этом расположение центра при построении кластеров размерностей $D = 1.1 - 1.3$ существенно не влияет на величину заполнения. Таким образом, для небольших плотностей заполнения битовой карты выбор центра кластера не столь важен, как при средних и больших плотностях участка изображения. При больших плотностях, как видно из рис. 4, только задавая размерность кластера $1.8 - 1.9$, при соответствующем выборе центральной точки можно обеспечить заполнение битовой карты до $80 - 90\%$, что соответствует теням изображения. Можно ожидать, что кластер с размерностью, близкой к двум, позволит заполнить битовую карту до уровня «высоких теней».

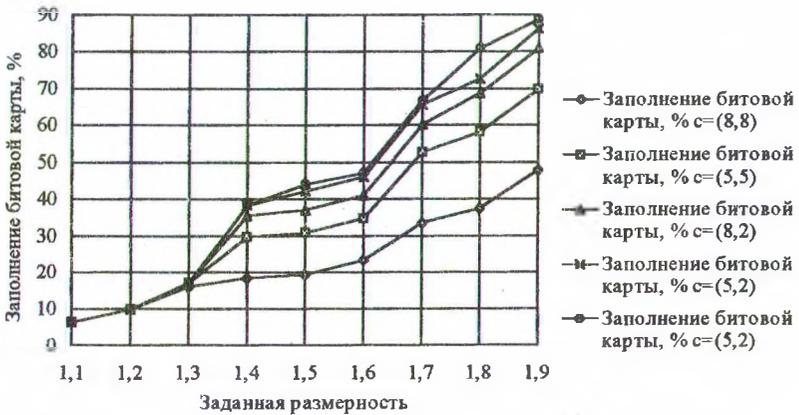


Рис. 2. Заполнение битовой карты

Таким образом, алгоритм построения фрактального кластера на битовой карте, использующий соотношение (1), не позволяет достичь заданных значений фрактальной размерности и заполнения битовой карты. Поэтому заполнение карты целесообразно выполнять путем построения совокупности фрактальных кластеров одной размерности, для чего алгоритм был модифицирован следующим образом.

Заполнение битовой карты с заданным значением относительного размера растровой точки T выполняется путем построения кластеров с фрактальной размерностью

$$D = \frac{\ln(0.01 \cdot T \cdot k^2)}{\ln k}$$

Заполнение карты выполняется последовательно слой за слоем с соблюдением условия связности тела кластера до тех пор, пока число частиц, составляющих кластер, не достигнет величины

$$N = 0.01 \cdot T \cdot k^2,$$

что свидетельствует о заполнении битовой карты в соответствии с заданным значением.

Если построение кластера завершено, а заданная величина заполнения не достигнута, то дальнейшее заполнение карты выполняется путем построения второго и т.д. кластера той же размерности до тех пор, пока для совокупности построенных кластеров не будет выполнено условие (2).

В результате моделирования алгоритма заполнения битовой карты совокупностью фрактальных кластеров построены совокупности битовых карт для тест—объектов — ступенчатых растровых шкал различных степеней заполнения. Результаты заполнения битовой карты для 50-процентного заполнения представлены на рис. 3.

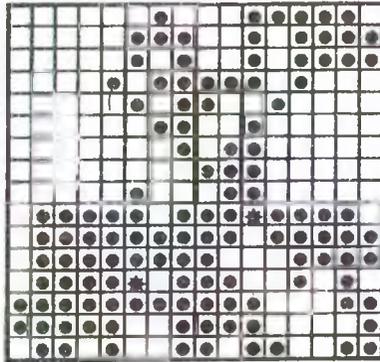


Рис. 3. Заполнение битовой карты для значения 50 %: фрактальная размерность — 1.75; количество точек — 128; количество кластеров — 2

Программная реализация алгоритма выполнена на языке Турбо Паскаль в виде программ, осуществляющих заполнение битовых карт в интерактивном и автоматических режимах. Компьютерное моделирование алгоритма показало, что он позволяет осуществить стохастическое заполнение битовой карты заданного значения.

Анализ методов оценки качества растривания свидетельствует, что в настоящее время отсутствуют строгие математические алгоритмы и используется лишь визуальное определение качества тонового изображения по серии оттисков. Задача численно-аналитической оценки качества растривания является не менее актуальной, чем разработка самих алгоритмов растривания.

Качество раstra непосредственно связано с тем, насколько равномерно распределены микроточки на битовой карте и насколько устойчив характер стохастического распределения.

Разработанный численно-аналитический метод оценки качества раstra основан на исследовании характера заполнения битовой карты. Основными анализируемыми объектами битовой карты с позиции теории перколяции и теории фракталов являются кластеры — совокупность рядом расположенных микроточек. При этом расположенные рядом по горизонтали или вертикали микроточки связаны целой (единичной) связью, расположенные рядом по диагонали — дробной связью ($1/4$ целой связи).

В ходе исследования отдельного кластера определяется его размер, число целых и дробных связей. А при рассмотрении всего распределения битовой карты рассчитывается также общее количество кластеров и количество кластеров одинакового размера. При анализе решетчатой модели по вертикальным и горизонтальным слоям (ширина слоя — одна ячейка) используется понятие кластеров-отрезков — совокупности подряд расположенных на одном слое микроточек. Очевидно, что микроточки таких вертикальных и горизонтальных отрезков связаны только целыми связями и размер кластера — длина такого отрезка.

Таким образом, для анализа структуры распределения микроточек используются следующие числовые характеристики кластера: n — размер кластера со всеми связями (целыми и дробными); s_1 — число целых связей кластера; $s_{0,25}$ — число дробных связей кластера; s — общее число связей кластера, $s = s_1 + 1/4 \cdot s_{0,25}$; n_1 — размер кластера из микроточек, соединенных только целыми связями, то есть размер целого кластера; d — размер кластера-отрезка; r — радиус кластера; $r_{эф}$ — эффективный радиус кластера, то есть радиус кластера того же размера, представляющего собой одну макроточку.

Распределение кластеров-отрезков дает предварительную информацию о диаметрах кластеров и об инвариантности картины распределения битовой карты относительно поворота.

С помощью числовых характеристик кластера определяются следующие коэффициенты.

Отношение радиуса кластера к эффективному радиусу

$$R = r/r_{эф},$$

где $r_{эф}^2 = n/\pi$. Значение r определяется как максимальное значение из

расстояний от центра кластера до каждого из углов прямоугольника, в который вписан кластер.

Отношение числа дробных связей к числу целых связей кластера, включающего связанные всеми связями микроточки:

$$K_{\text{отн}} = s_{0,25}/s_1.$$

Чем больше этот коэффициент, тем меньше «плотность» кластера, то есть он имеет разреженную структуру с небольшими целыми кластерами внутри.

Отношение числа всех связей к размеру кластера

$$K_{\text{св}} = s/n = (s_1 + 1/4 \cdot s_{0,25})/n.$$

Чем меньше этот коэффициент, тем более разветвленным является кластер.

Хотя между этими тремя коэффициентами существует взаимосвязь, каждый из них характеризует кластер с разных сторон. Коэффициент R в большей степени говорит о том, на каком расстоянии от центра находится наиболее удаленная точка кластера. Коэффициент $K_{\text{отн}}$ позволяет судить о наличии в кластере целых вкраплений (групп микроточек, соединенных целыми связями) по сравнению со структурами с дробными связями. При этом $K_{\text{отн}}$ мало зависит от общего числа связей. Коэффициент $K_{\text{св}}$ как раз и говорит об общем числе связей кластера определенного размера, то есть в некотором смысле характеризует площадь и конфигурацию кластера.

Определив примерно значения этих коэффициентов для «крайних» структур кластера, можно в дальнейшем получить определенную информацию о кластерах по значению рассчитанных коэффициентов. Максимально сгруппированный кластер (одна макроточка) используется при регулярном растривании. При стохастическом растривании, основанном на процедуре *Random*, характер распределения обратный: на битовой карте расположено много кластеров небольшого размера или сильно разветвленные, редкие кластеры (насколько позволяет процент заполнения карты).

Следующая таблица содержит примерные минимальные и максимальные значения для некоторых кластеров.

Для более точного исследования характера распределения микроточек не только во внутренних ячейках битовой карты, но и на границе предлагается анализировать область из рядом расположенных 9-ти битовых карт (основная битовая карта находится в центре, по краям ее расположены половины или четверти граничных карт).

Максимальные и минимальные значения коэффициентов

Размер кластера n	Разветвленный кластер		Плотный кластер	
	$K_{отн}$	$K_{св}$	$K_{отн}$	$K_{св}$
9	1,2	0,4	0,7	1,7
256	4	0,05	0,95	2,3

Алгоритм определения числовых характеристик кластеров состоит из трех основных частей:

Подсчет числа вертикальных и горизонтальных отрезков исследуемой области.

Определение размеров для кластеров со всеми (целыми и дробными) связями. Выделение наибольших кластеров, определение максимальных значений коэффициентов $K_{отн}$, $K_{св}$ отдельно для наибольших и всех остальных кластеров.

Анализ наибольших кластеров: подсчет R ; выделение участков с целыми связями (их количество, размеры, число целых связей по отношению к размерам целой области).

Алгоритм определения числовых характеристик стохастического растривания реализован на языке Паскаль. Результаты расчетов записываются в соответствующие текстовые файлы. Эти файлы могут использоваться непосредственно для анализа или являться основой для построения необходимых графиков с помощью специального пакета научной графики Origin. Анализ полученной численно-графической информации в совокупности с визуальной оценкой качества тонового изображения по оттискам является завершающим (аналитическим) этапом разрабатываемого метода.

В качестве примера были рассмотрены различные варианты областей с фрактальным заполнением битовых карт и, для сравнения, — со стохастическим заполнением на базе генератора случайных чисел Rendom. Исследовались области с разным процентом заполнения: 5, 25, 50, 75 и 95.

Анализ графиков показал, что распределения вертикальных и горизонтальных отрезков близки друг к другу. Как и следовало ожидать, длины максимальных отрезков фрактальных распределений немного больше, чем для стохастического распределения на основе генератора Rendom.

Распределение кластеров со всеми связями для рассмотренных областей показало, что предложенное фрактальное распределение за-

нимает некоторое промежуточное положение между регулярными и стохастическими растрами. При этом большое число микроточек (примерно три четверти) группируется в один кластер. Естественно, что чем больше процент заполнения битовой карты, тем фрактальное распределение ближе к стохастическому.

Рассчитанные коэффициенты наибольших кластеров, вместе с дополнительными данными о распределении внутри них целых участков показали, что кластеры имеют относительно высокую плотность, но большой радиус и хорошо разветвленную структуру.

Сравнение результатов для различных вариантов фрактального распределения при одинаковой степени заполнения карты подтвердило устойчивый характер полученных распределений микроточек. Окончательный вывод о качестве растривания можно сделать по печатным оттискам.

ЛИТЕРАТУРА

1. Просис Дж. Фракталы и сжатие данных // PC Magazine.- 1994. № 8. - С. 182-185.
2. Кулак М. И., Астапов М. В. Моделирование методами теории фракталов процессов частотно-модулированного растривания тоновых изображений // Труды БГТУ. Серия IV. Физико-математические науки. 1996. Вып. 3. - С. 33-37.

УДК 519.72

И. Г. Пиотух, аспирант ;
М. И. Кулак, профессор;
О. П. Боброва, студентка

ВЛИЯНИЕ ФРАКТАЛЬНЫХ ОСОБЕННОСТЕЙ СТРУКТУРЫ НА ФИЗИКО-МЕХАНИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА ПЕЧАТНОЙ БУМАГИ

Fractal approach is used for describing the physical and mechanical properties of printing papers.

Необходимость интенсификации технологических процессов полиграфического производства обуславливает актуальность построения теории структурно-механических свойств полиграфических материалов, и в частности бумаги [1, 2].

В свою очередь, разработка математического описания структурно-механических свойств полиграфических материалов с учетом