

нимает некоторое промежуточное положение между регулярными и стохастическими растрами. При этом большое число микроточек (примерно три четверти) группируется в один кластер. Естественно, что чем больше процент заполнения битовой карты, тем фрактальное распределение ближе к стохастическому.

Рассчитанные коэффициенты наибольших кластеров, вместе с дополнительными данными о распределении внутри них целых участков показали, что кластеры имеют относительно высокую плотность, но большой радиус и хорошо разветвленную структуру.

Сравнение результатов для различных вариантов фрактального распределения при одинаковой степени заполнения карты подтвердило устойчивый характер полученных распределений микроточек. Окончательный вывод о качестве растривания можно сделать по печатным оттискам.

ЛИТЕРАТУРА

1. Просис Дж. Фракталы и сжатие данных // PC Magazine.- 1994. № 8. - С. 182-185.
2. Кулак М. И., Астапов М. В. Моделирование методами теории фракталов процессов частотно-модулированного растривания тоновых изображений // Труды БГТУ. Серия IV. Физико-математические науки. 1996. Вып. 3. - С. 33-37.

УДК 519.72

И. Г. Пиотух, аспирант ;
М. И. Кулак, профессор;
О. П. Боброва, студентка

ВЛИЯНИЕ ФРАКТАЛЬНЫХ ОСОБЕННОСТЕЙ СТРУКТУРЫ НА ФИЗИКО-МЕХАНИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА ПЕЧАТНОЙ БУМАГИ

Fractal approach is used for describing the physical and mechanical properties of printing papers.

Необходимость интенсификации технологических процессов полиграфического производства обуславливает актуальность построения теории структурно-механических свойств полиграфических материалов, и в частности бумаги [1, 2].

В свою очередь, разработка математического описания структурно-механических свойств полиграфических материалов с учетом

современных представлений о структуре бумаги и печатной краски связана с необходимостью как накопления новых экспериментальных данных о свойствах этих материалов, так и поиска новых теоретических подходов, на которых такие модели могут основываться.

Использование нового для полиграфической технологии математического аппарата — теории фракталов [3] потребовало разработки специальной методики экспериментального изучения поверхностных свойств бумаги. Необходимость выполнения таких измерений обусловлена тем, что разрабатываемое математическое описание не является замкнутым. Для выполнения расчетов нужно иметь параметры, характеризующие среду, в данном случае бумагу.

В работах прикладного характера параметры среды определяются, как правило, в результате прямых измерений объекта исследования. В качестве такой измерительной процедуры в данной работе предложено экспериментальное измерение поверхностных свойств бумаги, а именно измерение микропрофилей образцов бумаги. Снятые с микропрофилей данные после специальной математической обработки служат основой для определения в дальнейшем параметров среды.

Для конкретной реализации данной программы была разработана методика экспериментального определения фрактальных свойств структуры бумаги, которая включает в себя следующие процедуры: определение параметров настройки профилометра при построении профилограмм для различных типов печатной бумаги; технологию подготовки профилограмм для последующей математической обработки; специальную процедуру оцифровывания профилограмм; программное обеспечение для анализа на ЭВМ фрактальных свойств структуры печатной бумаги.

Для построения микропрофилей выбранных образцов печатной бумаги использовался профилометр с алмазной иглой [6]. При определении параметров настройки профилометра образцы просматривались в оптический микроскоп для контроля вида профилограмм по определенным характерным участкам микроструктуры поверхности бумаги.

Далее профилограммы по специальной технологии готовились для последующей математической обработки. В процессе такой подготовки они сканировались и обрабатывались с помощью пакета программ для обработки растровой графики Photoshop. В тех случаях, когда после обработки растровых изображений не удавалось получить качества изображения, достаточного для дальнейшей математической обработки, растровые изображения векторизовались вручную по ме-

туду средней линии в программе Adobe Illustrator. После обработки профилограммы распечатывались на лазерном принтере.

После этого использовался математический аппарат теории фракталов с целью определения параметров структуры. Процедура оцифровывания профилограмм основывается на определенных положениях теории фракталов. А именно одним из определений показателя фрактальной размерности

$$N = \left(\frac{R}{r_0} \right)^{D_{\text{пр}}}, \quad (1)$$

где N — количество шагов; R — длина кривой; r_0 — масштаб или шаг; $D_{\text{пр}}$ — показатель фрактальной размерности микропрофиля бумаги.

Фактически процедура оцифровывания проводилась следующим образом. Участок профилограммы длиной R измеряли в единицах масштаба r_0 по прямой и по профилю, последовательно увеличивая масштаб r_0 . В результате получали табличную зависимость количества шагов N для каждого масштаба от длины кривой (R/r_0).

Расчет фрактальной размерности производили по формуле (1) по методу наименьших квадратов. На рис. 1 представлена в логарифмических координатах зависимость длины участка микропрофиля от его размера по прямой для бумаги сорта Люми Арт. Тот факт, что экспериментальные данные хорошо аппроксимируются линейной зависимостью, подтверждает фрактальный характер микроструктуры бумаги.

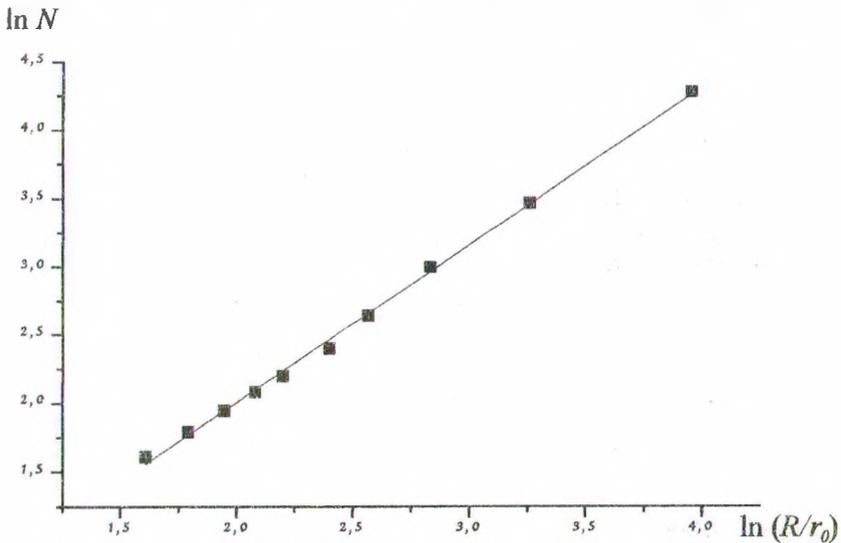


Рис. 1. Зависимость длины участка микропрофиля от его размера по прямой для бумаги Люми Арт

После математической обработки всех профилограмм данные о фрактальных размерностях микропрофилей были сведены в таблицу.

Далее необходимо перейти от фрактальной размерности микропрофиля к фрактальной размерности пространственной структуры бумаги. Для этих целей воспользуемся следующими топологическими и физическими соображениями.

Фрактальная размерность подпространства пересечения двух пространств с размерностью D и H равна

$$D_{\text{пр}} = D + H - d, \quad (2)$$

где d - топологическая размерность охватывающего пересечения пространства.

Поскольку микропрофиль представляет собой сечение пространственной структуры бумаги плоскостью, то $H = 2$, $d = 3$. Тогда фрактальная размерность подпространства пересечения двух пространств определяется как

$$D_{\text{пр}} = D - 1. \quad (3)$$

Соответственно, фрактальная размерность структуры бумаги

$$D = D_{\text{пр}} + 1. \quad (4)$$

Результаты расчета фрактальной размерности структуры бумаги по формуле (4) сведены в таблицу.

Таблица

Фрактальная размерность исследуемых бумаг

№ п/п	Вид бумаги	Плотность бумаги, г/м ²	Фрактальная размерность микропрофиля бумаги, $D_{\text{пр}}$	Фрактальная размерность бумаги, D
1.	АО «Волга»	48.8	1.893	2.893
2.	Балахнинского ЦБК	48.8	1.807	2.807
3.	Цв. бумага Балахнинского ЦБК	150	1.749	2.749
4.	Офсетная бумага № 1	64	1.737	2.737
5.	Луми Силк	150	1.549	2.549
6.	Юнион Арт	150	1.485	2.485
7.	Юнион Силк	150	1.382	2.382
8.	Data Copy	80	1.363	2.363
9.	Картон Малмеро	145	1.361	2.361
10.	Кондопогского ЦБК	48.8	1.284	2.284
11.	Луми Арт	150	1.156	2.156

Как видно из таблицы, фрактальная размерность печатных бумаг варьируется в довольно широких пределах. На одной границе этой области находятся довольно плотно упакованные структуры, представленные бумагами АО «Волга» и Балахнинского ЦБК. На другой — «предельные» структуры, как у бумаг Кондопогского ЦБК и Луми Арт. Предварительный анализ, например, печатных свойств этих бумаг показывает, что оба крайних типа структур не соответствуют их высоким значениям.

Свойства поверхности бумаги и ее упругость имеют большое практическое значение и во многих случаях определяют возможность воспроизведения тех или иных изображений. Требования к прочности бумаги в большой степени зависят от назначения продукции: в некоторых случаях необходимо обеспечить прочность бумаги при длительном хранении полиграфической продукции. Из физико-механических свойств бумаги имеет большое значение прочность ее поверхностного слоя, т. е. сопротивление ее разрушению при разрыве красочного слоя, характеризуемое «выщипыванием» волокон или же разрушением мелованного слоя мелованной бумаги, и прочность на разрыв. Все это крайне затрудняет процесс печати и приводит к резкому снижению производительности печатного оборудования.

Перейдем далее к описанию распределения модулей упругости в слое печатной бумаги.

С точки зрения теории структур бумагу, как неупорядоченный материал, можно считать фрактальным кластером размерности D . При построении распределения модулей упругости в таких кластерах будем полагать, что скелет бумаги выполняет роль матрицы, а полости (поры) являются включениями (наполнителем). Упругие характеристики включений в виде пор равны нулю и в рамках самосогласованного подхода объемный K и сдвиговой G модули бумаги будут определяться следующими соотношениями:

$$K = 4kg(1-n)/(3kn+4g); \quad (5)$$

$$G = g[9k+8g-2n(7k+9g)]/[9k+8g+n(k+2g)], \quad (6)$$

где k и g - объемный и сдвиговой модули материала частиц кластеров; n - объемная доля пор.

Особенность самосогласованного подхода состоит в том, что выражения (5) и (6) определяют эффективные свойства системы при

условии, что объемная доля включений мала: $n < 0,1$. Распределение плотности в фрактальных кластерах известно:

$$\rho = \rho_0 (r^{D-d}), \quad (7)$$

где r — безразмерное текущее расстояние, выраженное в долях радиуса частиц; ρ — плотность материала частиц кластеров; $d = 3$ — размерность физического пространства. Учитывая, что $n = 1 - \rho$, условие малости n можно выполнить используя специальную процедуру.

Выделим в кластере в зоне максимума плотности некоторый объем, содержащий малую объемную долю пор n . По формулам (5) и (6) определим его эффективные характеристики K_I и G_I . Далее увеличиваем размер выбранного объема. Если считать, что материал в этом объеме обладает такими же эффективными характеристиками, как и в меньшем объеме, то по отношению к реальным свойствам материала они будут завышенными — при увеличении объема пористость растет. Поэтому для расчета реальных свойств материала нужно учитывать количество пор, равное разности долей пор для второго n_2 и первого объемов n_1 :

$$\Delta n_2 = n_2 - n_1. \quad (8)$$

Используя (5) — (8), получим следующие выражения для вычисления модулей упругости на $i+1$ -м шаге:

$$\begin{aligned} K_{i+1} &= 4K_i G_i (1 - \Delta n_{i+1}) / (3K_i \Delta n_i + 4G_i), \\ G_{i+1} &= G_i [9K_i + 8G_i - 2\Delta n_{i+1} (7K_i + 9G_i)] / \\ & / [9K_i + 8G_i + \Delta n_{i+1} (K_i + 2G_i)]. \end{aligned}$$

Вычисления заканчиваются после исчерпания всего объема кластера радиусом R .

Результаты вычисления распределения модулей упругости в бумагах различных сортов приведены на рис. 2.

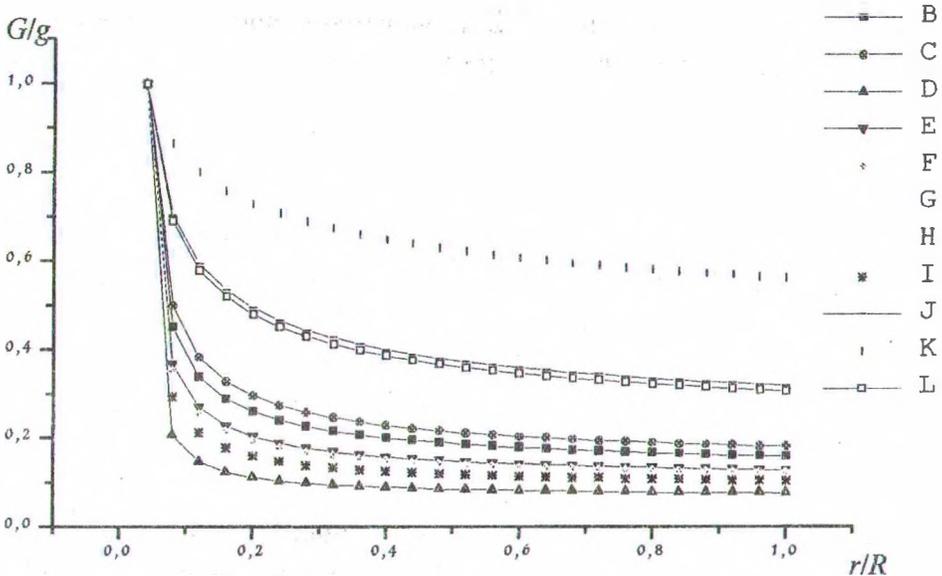


Рис. 2. Совместное распределение сдвиговых модулей упругости для бумаг различных сортов: В — бумага Юнион Арт; С — бумага Люми Силк; D — бумага Люми Арт; E — бумага Юнион Силк; F — картон Мал-меро; G — бумага Data Copy; H — бумага Балахнинского ЦБК; I — бумага Кондопогского ЦБК; J — цветная бумага Балахнинского ЦБК; K — бумага АО «Волга»; L — офсетная бумага №1

Рассмотрим метод описания распределения прочностных свойств в печатной бумаге. Особенность структуры бумаг такова, что в приповерхностных слоях плотность минимальна и может быть в несколько раз меньше плотности в центре бумаги. Если рассматривать наружные и внутренние слои бумаги как своеобразные предельные состояния ее структуры, то естественно возникает проблема переходной области. В этой связи основное требование, которому должна удовлетворять теория прочности, — это возможность учета полного набора структурных состояний или плотностей, присутствующих в объекте описания. Из всех существующих статистических теорий в настоящее время только теория фракталов имеет возможность описывать переходные структурные состояния, что позволяет положить ее в основу метода описания прочности.

Для вычисления распределения прочности в бумаге при любых законах изменения ее плотности используется специальная алгоритмизированная пошаговая процедура [5]. Выделим мысленно в бумаге два лежащих рядом слоя. Характеристики слоя, имеющего более высокую плотность, будем обозначать индексом 1, а слоя с более низкой плотностью — 2. Структура 2 получается из структуры 1 добавлением некоторого количества пор. Если состояния обратить и рассматривать 2 в каче-

стве исходного, то 1 получается из 2 добавлением частиц системы (единиц структуры) в количестве, которое можно определить из выражения (8). В этом случае прочность слоя 1 будет

$$\sigma_1 = \sigma_2(1 - \Delta n_2 + \Delta n_2 E_t / E_2). \quad (9)$$

Поскольку расчет ведется от состояний с максимумом плотности, в (9) σ_1 известно. Таким образом, прочность слоя 2

$$\sigma_2 = \sigma_1(1 - \Delta n_2 + \Delta n_2 E_t / E_2). \quad (10)$$

Для некоторого произвольного слоя i (10) преобразуется к виду

$$\sigma_i = \sigma_{i-1}(1 - \Delta n_i + \Delta n_i E_t / E_i). \quad (11)$$

Пройдя последовательно от центра к поверхности бумаги, получим распределение прочности слоев. Шаг контролируется по закону распределения плотности (7) и выбирается таким, чтобы выполнялось условие малости $\Delta n_i < 0,1$.

Законы распределения прочности в исследуемых бумагах, вычисленные по (11), представлены на рис. 3.

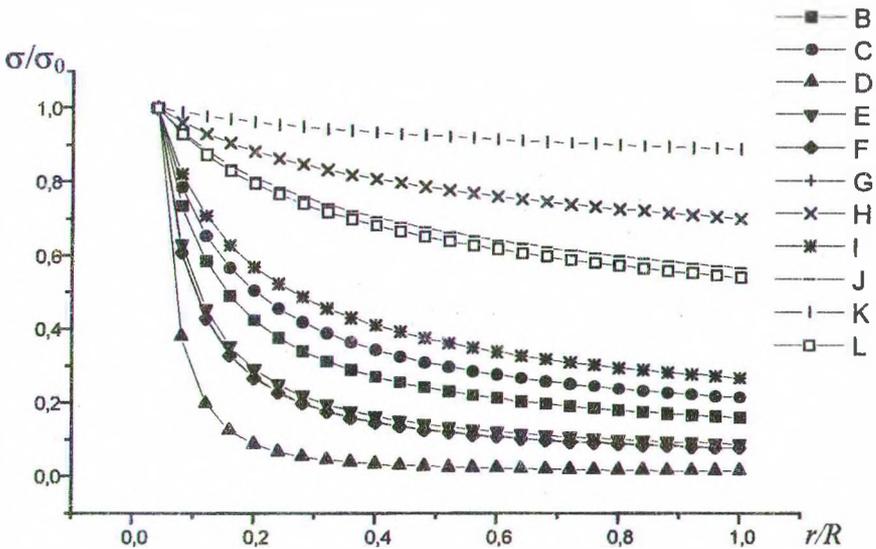


Рис. 3. Законы распределения прочности в исследуемых бумагах:
 В — бумага Юнион Арт; С — бумага Люми Силк; D — бумага Люми Арт;
 E — бумага Юнион Силк; F — картон Малмеро; G — бумага Data Сору;
 H — бумага Балахнинского ЦБК; I — бумага Кондопогского ЦБК; J —
 цветная бумага Балахнинского ЦБК; K — бумага АО «Волга»; L —
 офсетная бумага №1

На рис. 3 видно, что существует определенная группа бумаг, у которых прочность изменяется в широких пределах. Эти бумаги имеют ослабленную прочность приповерхностного слоя. Таким образом, предложенный метод позволяет прогнозировать тесно связанные с качеством оттисков технологические печатные свойства бумаги, в частности, ее склонность к «выщипыванию» волокон.

Таким образом, разработанная методика исследования микрогеометрии поверхностных структур бумаги позволила экспериментально подтвердить фрактальный характер микроструктуры бумаги и установить для различных ее сортов количественное значение нового структурного параметра — фрактальной топологической размерности. В рамках построенного самосогласованного фрактального подхода получено распределение модулей упругости, разработан метод расчета распределения прочностных свойств по толщине бумажного листа.

ЛИТЕРАТУРА

1. Казаровицкий Л. А. Бумага и краска в процессе печатания. М.: Книга, 1965. - 367 с.
2. Попядухин П. А. Технология печатных процессов. М.: Книга, 1968. - 360 с.
3. Федер Е. Фракталы. М.: Мир, 1991. - 254 с.
4. Кулак М. И. Влияние структурных неоднородностей на упругие свойства фрактальных дисперсных систем // Доклады Академии наук БССР. - 1991. - Т. 35, № 8. - С. 704-707.
5. Лиштван И. И., Богатов Б. А., Кулак М. И. Фрактальные аспекты физико-химии дисперсных систем // Весці Акадэміі навук Беларусі: Серыя хімічных навук. - 1992. - № 5-6. - С. 13-20.
6. Кулак М. И., Пиотух И. Г., Позднев Г. Н. Фрактальный подход к описанию микроструктуры печатной бумаги // Квалилогия книги. Сборник научных работ. - Львов, 1998. - С. 24-25.