

НЕКОТОРЫЕ НАПРАВЛЕНИЯ НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКОЙ РАБОТЫ КАФЕДРЫ ВЫСШЕЙ МАТЕМАТИКИ

A brief survey of research activities of the Department of Higher Mathematics is presented.

1. Основным направлением научно-исследовательской деятельности кафедры в течение многих лет является качественная теория управления и наблюдения (КТУН) для сложных динамических систем, описываемых функционально-дифференциальными уравнениями. В этих исследованиях принимают участие: профессор, доктор физико-математических наук В.М. Марченко, доценты, кандидаты физико-математических наук И.К. Асмыкович, В.В. Игнатенко, Т.Б. Копейкина, В.И. Янович, ст. преподаватели, кандидаты физико-математических наук Н.В. Балашевич, И.М. Борковская, ст. преподаватель А.А. Якименко и аспирантка О.Н. Поддубная.

Изучаются такие основные проблемы КТУН, как управляемость, наблюдаемость, двойственность, стабилизация, модальное управление (управление спектром), реконструкция (управление инвариантными множителями), расщепимость, реализация передаточных функций в «шкалах» (различных) динамических систем с последствием, управление по типу обратной связи в «шкалах» линейных регуляторов (в том числе и динамических), построение канонических представлений управляемых (наблюдаемых) систем с запаздывающим аргументом, алгоритмическое управление в режиме реального времени, управление дифференциально-разностными системами с малым параметром при производной и др.

Остановимся несколько подробнее на некоторых из перечисленных выше проблем, интенсивно исследуемых в течение последних 10 лет.

1.1. Метод пространства состояний в системах с последствием.

Для общих функционально-дифференциальных систем нейтрального типа с распределенным запаздыванием дается понятие «минимального» состояния как минимальной информации о предыстории системы, позволяющей однозначно определить движение системы в будущем. На множестве начальных данных системы вводится отношение эквивалентности: два набора начальных данных считаются s -эквивалентными, если соответствующие движения системы совпадают

при каждом управлении после времени s работы системы. Множество s -эквивалентных начальных данных интерпретируется как множество начальных s -состояния системы. Тогда теория управляемости, наблюдаемости и двойственности таких систем строится аналогично соответствующей теории Калмана для систем без запаздывания. Чтобы нагляднее охарактеризовать понятие s -состояния, вводится понятие s -информации, для которой s -состояния образуют поверхности уровня. Используя понятие s -информации, на системы с последствием обобщается хорошо известное для обыкновенных линейных дифференциальных операторов тождество Лагранжа. Как следствие формулируется общий принцип двойственности между управляемостью и наблюдаемостью для систем нейтрального типа с распределенным запаздыванием, который можно интерпретировать как неявный критерий управляемости. Этот принцип по существу играет роль альтернативы Фредгольма в соответствующей задаче управления.

1.2. Конечномерные задачи управляемости.

Рассматриваются некоторые новые понятия конечномерной управляемости для систем с запаздыванием, такие, как $R^n - (s, t)$ -управляемость, а также несколько типов поточечной управляемости. Для этих видов управляемости формулируются двойственные понятия наблюдаемости. Устанавливаются параметрические критерии разрешимости соответствующих задач управляемости и наблюдаемости. Уместно отметить, что понятие $R^n - (s, t)$ -управляемости обобщает хорошо известные понятия относительной нуль- $(t = s)$ и относительной $(t = 0)$ управляемости.

Главный результат: система с запаздыванием поточно управляема тогда и только тогда, когда специальная однопараметрическая система без запаздывания управляема по Калману хотя бы при одном значении параметра.

Разрабатываются алгоритмы вычисления минимального числа входов (выходов) управляемых (наблюдаемых) динамических систем с запаздыванием.

1.3. Бесконечномерные задачи управляемости.

К таким задачам относят те, которые либо по постановке, либо по методу решения представляются бесконечномерными. Одной из них является проблема s -управляемости, когда требуется траекторию системы перевести из одного возможного состояния в другое за время

с. Сформулированная задача по существу представляет игровую задачу преследования однотипных объектов с дискриминацией преследуемого. Она допускает обобщение на случай, когда начала движения у преследующего и преследуемого не совпадают.

Главный результат — решение проблемы Красовского о полном успокоении системы с запаздывающим аргументом.

1.4. Управление по типу обратной связи в системах с последствием.

Наиболее важной в теоретическом и практическом отношении проблемой данного направления является задача стабилизации и модального управления при воздействии различных регуляторов по типу обратной связи. Широко используются два типа регуляторов: разностные и интегральные. Получен ряд необходимых и достаточных условий разрешимости сформулированных задач в указанных классах линейной обратной связи, как в случае полной, так и неполной информации о состоянии объекта управления. В последнем случае к управлению привлекается обобщение на системы с запаздыванием известного динамического регулятора Пирсона. Вводятся понятия сильной и слабой модальной управляемости и показывается, что система с запаздыванием слабо модально управляема тогда и только тогда, когда она поточно управляема (обобщение для систем без запаздывания теоремы Уонэма). Оказывается, что система модально управляема при воздействии модального регулятора в том и только в том случае, если она вполне управляема по Красовскому (еще одно обобщение теоремы Уонэма).

Специальное внимание уделяется управлению по типу обратной связи в «шкалах» линейной обратной связи, начиная с простейшего регулятора с одним запаздыванием и заканчивая сложным интегральным регулятором. Используя метод D-разбиений, для определенного класса систем с запаздывающим аргументом получены коэффициентные области стабилизации в «шкалах». В отличие от известного подхода Красовского и Осипова нахождения стабилизирующих регуляторов, разработан новый, более эффективный подход к построению таких регуляторов на основе известной из теории целых функций конечной степени теоремы Винера-Пэли.

1.5. Более подробно с КТУН для систем с последствием и результатами, полученными сотрудниками кафедры в этом направлении, можно ознакомиться по обзорным работам [1], [2] и литературе к ним.

1.6. К ближайшую перспективу развития КТУН в динамических системах можно отметить следующие направления:

- а) общие системы с распределенным запаздыванием нейтрального типа;
- б) дескрипторные и гибридные системы;
- в) применение к задачам управления и наблюдения методов интерполяции в классе целых функций конечной степени;
- г) 2-D-системы управления и наблюдения;
- д) КТУН в математическом моделировании производственных процессов (Industrial Mathematics Methods).

2. Из других направлений, которые развиваются на кафедре, отметим следующие [3]:

2.1. Вопросы математического моделирования: а) отвальная поверхность (доцент, к.т.н. Горбатович Ж.Н.); б) распространения излучения в оптически неоднородных средах (доцент, к.т.н. Яценко А.В.); процессов разделения фаз в закрученных потоках, гидродинамика на проницаемых поверхностях (и.о. доцента, к.т.н. Волк А.М.).

2.2. Численные методы для решения граничных задач с пограничным слоем (ст. преп., к.ф.-м.н. Соловьева И.Ф.).

2.3. Некоторые вопросы математического анализа: а) краевые задачи (доцент, к.ф.-м.н. Рысюк Н.А.); б) сингулярное интегрирование (асс. Яроцкая Л.Д.).

2.4. Методы статической обработки дискретных изображений (асс. Блинова Е.И.).

2.5. Аналитическая теория дифференциальных уравнений (асс. Мататова И.В.).

2.6. Изучение действий групп и алгебр Ли на однородных пространствах (асс. Можей Н.Т.).

2.7. Многие сотрудники кафедры участвуют в разработке научно-методической темы «Эффективные формы учебного процесса».

ЛИТЕРАТУРА

1. Марченко В.М. Актуальные проблемы качественной теории управления для систем с последействием // Труды Белорусского технологического института. - Выпуск 1. Физико-математические науки, 1993. - С. 2-26.
2. Марченко В.М. Обзор современного состояния качественной теории управления в Беларуси // Труды Белорусского государст-

венного технологического университета.- Выпуск VI. Физико-математические науки и информатика, 1998.- С.3-17.

3. Труды Белорусского государственного технологического университета // Физико-математические науки и информатика.- Выпуск IV, 1996.-С.3-16, 40-46; выпуск VII, 1999.- С.13-29; выпуск VIII, 2000.

УДК 517.444

Л. Д. Яроцкая, ассистент

ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ПО ИНДЕКСУ С G-ФУНКЦИЕЙ МЕЙЕРА В ЯДРЕ

This paper deals with an integral transform of non-convolution type with Meijer's G-function in the spaces L_2 . An inversion formula and relation with the Kontorovich-Lebedev transform are given.

В настоящей работе изучаются вопросы действия и обращения W-преобразования по индексу ядра — G-функции Мейера. Класс таких преобразований введен и рассмотрен в [1, 2] в некотором пространстве функций. Известно, что W-преобразование обобщает многие интегральные преобразования по индексу со специальными функциями гипергеометрического типа в ядре.

Рассмотрим интегральное преобразование

$$(Gf)(x) = 2 \int_0^{\infty} \tau G_{2n, 2m+2}^{m+2, n} \left(x^2 \left| \begin{matrix} 1/2 + (\alpha_n)_n - (\alpha_n)_n \\ i\tau, -i\tau, (\beta_m)_m, 1/2 - (\beta_m)_m \end{matrix} \right. \right) f(\tau) d\tau, \quad x > 0, \quad (1)$$

где $G_{2n, 2m+2}^{m+2, n}(x^2)$ — G-функция Мейера, векторы $(\alpha_n), (\beta_m)$ определены формулами

$$(\alpha_n) = \alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n, (\beta_m) = \beta_1, \beta_2, \dots, \beta_m.$$

Функция f принадлежит пространству $L_2(\mathbf{R}_+)$. Кроме того, предполагается, что

$$m \geq n, \alpha_i \in \mathbf{R}, \alpha_i < 0, 1 \leq i \leq n, \beta_j \in \mathbf{R}, \beta_j > 0, 1 \leq j \leq m \quad (2)$$

и никакие из параметров $\beta_1, \dots, \beta_m$ не совпадают и не отличаются на целое число.

В случае $m = n = 0$ интеграл (1) обобщает преобразование Конторовича-Лебедева с функцией Макдональда в ядре [3]