

УДК 621.3.011.712

Д. А. Гринюк, Н. М. Олиферович, И. Г. Сухорукова
Белорусский государственный технологический университет

ОПТИМИЗАЦИЯ ПРИМЕНЕНИЯ ЛОКАЛЬНОЙ АППРОКСИМАЦИИ ДЛЯ ПРОЦЕССА СГЛАЖИВАНИЯ

В статье проведен анализ методов сглаживания измерительных трендов и выделены их сильные и слабые стороны. Сделан вывод, что метод локальной аппроксимации обладает рядом преимуществ. Для эффективного использования данного метода произведено имитационное моделирование работы выбранного фильтра для периодических сигналов с одной и несколькими гармониками, при постоянной величине времени выборки и различных частотах. Влияние локальной аппроксимации на измерительный сигнал оценивалось по изменению амплитуды, суммарному коэффициенту искажений гармоник и средней разности между исходным и сглаженным сигналами. При моделировании для локальной аппроксимации использовались полиномы первого, второго и третьего порядков. Для самого процесса сглаживания варьировались окно аппроксимации и оператор времени.

Моделирование показало, что нелинейные искажения фильтрации очень малы, если не выходить за полосу пропускания данного фильтра. Результаты работы фильтра для полинома первого и второго порядков имеют существенное отличие, тогда как для второго и третьего совпадают, если оператор времени равен половине времени ширины окна. При варьировании оператора времени от центра результаты сглаживания для полиномов второго и третьего порядков начинают сильно отличаться. Возможности варьирования оператора времени для полинома второго порядка с точки зрения искажения исходной информации шире, чем для третьего. На основании изменения амплитуды для гармонического сигнала и суммарного коэффициента искажений гармоник получены формулы для расчета ширины окна по частоте или скорости сигнала. Данные результаты предложено использовать для процесса адаптации.

Ключевые слова: фильтрация, сглаживание измерительных трендов, локальная аппроксимация.

Для цитирования: Гринюк Д. А., Олиферович Н. М., Сухорукова И. Г. Оптимизация применения локальной аппроксимации для процесса сглаживания // Труды БГТУ. Сер. 3, Физико-математические науки и информатика. 2024. № 2 (284). С. 58–69.

DOI: 10.52065/2520-6141-2024-284-9.

D. A. Hryniuk, N. M. Oliferovich, I. G. Suhorukova
Belarusian State Technological University

OPTIMIZATION OF THE APPLICATION OF LOCAL APPROXIMATION FOR THE SMOOTHING PROCESS

The article analyzes methods for smoothing measurement trends and highlights their strengths and weaknesses. It is concluded that the local approximation method has a number of advantages. To effectively use this method, a simulation of the operation of the selected filter was carried out for periodic signals with one and several harmonics, at a constant sampling time and at different frequencies. The influence of local approximation on the measuring signal was assessed by the change in amplitude, total harmonic distortion factor and the average difference between the original and smoothed signal. When modeling, polynomials of the first, second and third orders were used for local approximation. For the smoothing process itself, the approximation window and time operator were varied.

Simulation has shown that nonlinear filtering distortions are very small if you don't go beyond the passband of this filter. The results of the filter for a first- and second-order polynomial have a significant difference, while for the second and third they coincide if the time operator is equal to half the time of the window width. When varying the time operator from the center, the smoothing results for second- and third-order polynomials seem to be very different. The possibilities of varying the time operator for a second-order polynomial, from the point of view of distortion of the original information, are wider than for the third. Based on the change in amplitude for a harmonic signal and the total harmonic distortion factor, formulas are obtained for calculating the window width by frequency or signal speed. These results are proposed to be used for the adaptation process.

Keywords: filtering, smoothing of measurement trends, local approximation.

For citation: Hryniuk D. A., Olinerovich N. M., Suhorukova I. G. Optimization of the application of local approximation for the smoothing process. *Proceedings of BSTU, issue 3, Physics and Mathematics. Informatics*, 2024, no. 2 (284), pp. 58–69 (In Russian).

DOI: 10.52065/2520-6141-2024-284-9.

Введение. Измерительный сигнал от датчиков требует различных процедур для извлечения желаемой информации. Первичный полезный сигнал сенсоров всегда содержит высокий уровень шумов, которые могут иметь различную природу происхождения. По этой причине результаты работы сенсоров после преобразования в цифровой вид подвергаются обработке или непосредственно измерительной схемой преобразователя или последующими устройствами. Процедуры сглаживания измерительных трендов приводят к различным динамическим и статическим ошибкам и искажениям.

В целом алгоритмы снижения шума можно разделить на следующие группы в зависимости от выполняемой задачи:

- фильтрация для оценки значения в момент времени t_j с использованием данных x_j, x_{j-1}, \dots и x_{i+1}, x_{i+2} ;
- сглаживание для оценки значения в точке t_i на основании данных x_j, x_{j-1}, \dots и x_{j+1}, x_{j+2} ;
- прогнозирование выходного значения для времени t_i с использованием данных x_i, x_{i-1}, \dots и x_{i+1}, x_{i+2} .

Выбор одного из вышеперечисленных вариантов зависит от доступности данных и цели обработки. Для фильтрации шумов и сглаживания применяются различные подходы, при этом наиболее часто в книгах по обработке измерительной информации рекомендуются классические фильтры низкой частоты. Вторым по популярности являются фильтры бегущего среднего в различной интерпретации [1–3]. В работах по сглаживанию встречаются также медианные фильтры [4, 5, 6], Савицкого – Голея [7, 8], фильтр Калмана [9, 10] и фильтрация Гаусса [11, 12].

Фильтр низких частот (ФНЧ). В большинстве классических источников по фильтрации упоминают КИХ-фильтры (фильтр с конечной импульсной характеристикой, final impulse response (FIR)) и БИХ-фильтры (фильтр с бесконечной импульсной характеристикой, infinite impulse response (IIR)). КИХ-фильтры универсальны и имеют ряд преимуществ, таких как линейная фаза и устойчивость. Преимуществом БИХ-фильтров является простота реализации по сравнению с КИХ-фильтрами, а также синтез через аналоговые прототипы. Однако БИХ-фильтры могут быть неустойчивыми, не обладают линейной фазой и ограничены в выборе АЧХ (амплитудно-частотной характеристики) и ФЧХ (фазочастотной характеристики).

Фильтр бегущего среднего. Является одним из простейших методов сглаживания. Выходное значение рассчитывается путем вычисления среднего значения всех выборок из окна:

$$y_j = \frac{\sum_{i=-n}^n x_{j+i}}{2n+1}, \quad (1)$$

где x_j – входной сигнал в момент времени t_j ; $2n+1$ – длина окна; y_j – выходное значение.

Иногда при расчете выходного значения фильтра сложение входных значений происходит с использованием весовых коэффициентов k_{j+i} , при которых их сумма равна $2n+1$. Более «старые» значения, как правило, меньше единицы, а значения с другой стороны x_j больше 1:

$$y_j = \frac{\sum_{i=-n}^n k_{j+i} x_{j+i}}{2n+1}. \quad (2)$$

Медианная фильтрация, несмотря на свою нелинейность, широко используется в различных технических решениях, и в частности в программируемых логических контроллерах. Хорошо уменьшает влияние импульсных помех, которые характерны даже для многих АЦП. Традиционный медианный фильтр работает, выбирая в окне среднее значение, называемое медианой:

$$y_j = \text{median}(x_{j-n}, \dots, x_{j-2}, x_{j-1}, x_j, x_{j+1}, x_{j+2}, \dots, x_{j+n}). \quad (3)$$

Алгоритм нахождения выходного параметра предполагает сортировку значений, а затем, в случае четности количества значений в окне, и вычисление выходного значения как среднего двух центральных. При нечетности выборки выходное значение соответствует центральному элементу отсортированных значений.

Фильтр Савицкого – Голея (СГ). Алгоритм СГ является фильтром нижних частот, но с хорошей фазовой характеристикой, которая мало искажает зашумленный сигнал. В основе фильтра лежит аппроксимация значений окна последних входных значений локальным полиномом с использованием метода наименьших квадратов. Выходное значение формируется на основании коэффициентов полученного полинома. На следующем такте происходит сдвиг: последнее значение отбрасывается, а на освободившееся место помещается следующее измеренное значение.

Дискретный фильтр Калмана. Алгоритм дискретного фильтра Калмана пытается оценить состояние x системы с дискретным временем. Его называют оптимальным линейным фильтром, поскольку он учитывает всю информацию о процессе и, следовательно, дает статистически минимальную ошибку. Алгоритм предполагает, что прогнозирование и измерение процесса выполняются с присутствием белого гауссовского шума, и это иногда приводит к неудовлетворительным результатам фильтра. При прохождении сигналов через цифровые преобразования может наблюдаться негауссовское распределение шума.

Фильтр производит двухэтапные вычисления: прогноз и коррекцию. На этапе прогнозирования оценка состояния рассчитывается по следующему уравнению:

$$\hat{y}_k' = Ax_{k-1} + Bu_{k-1}, \quad (4)$$

где \hat{y}' – наблюдаемое состояние на временном шаге k ; u_{k-1} – управляющий вход на временном шаге $k-1$; A – матрица размером $n \times n$ дает связь между состоянием на временном шаге $k-1$ и состоянием на временном шаге k ; B – матрица размером $1 \times n$ дает связь управляющего входа с состоянием x на временном шаге от $k-1$ до k .

Следующим этапом производится расчет проекции ковариации ошибки:

$$\bar{P}_k = AP_{k-1}A^T + Q, \quad (5)$$

где \bar{P}_k – ковариация ошибки, которая оценивается априорно; P_{k-1} – также представляет собой ковариацию ошибки, но оцененную апостериорно; Q – матрица $n \times n$, ошибка процесса (ковариация шума).

Далее производится вычисление коэффициента преобразования K :

$$K_k = \bar{P}_k H^T (H \bar{P}_k + R)^{-1}, \quad (6)$$

где H – матрица, которая связывает измерение с состоянием x ; R – матрица погрешностей измерения (ковариация шума).

Только после вышеуказанного ряда вычислений формируется результат фильтрации:

$$\hat{y}_k = \hat{y}_k' + K_k (x_k - H \hat{y}_k'), \quad (7)$$

где \hat{y}_k – апостериорная оценка состояния; \hat{y}' – наблюдаемое состояние на временном шаге k ; K_k – усиление, которое контролирует влияние измерения на \hat{y}_k ; x_k – измерение на временном шаге k ; H – матрица соотношения измеренных значений к состоянию.

В конце процедуры требуется обновление ковариации ошибки:

$$P_k = (I - K_k H) \bar{P}_k. \quad (8)$$

Представленный алгоритм дискретного фильтра Калмана должен быть реализован как

рекурсивная функция, но на практике для сокращения времени расчета он реализуется скорее в итерационной форме. Основным параметром, отвечающим за эффективность сглаживания, является ковариация шума процесса.

Если посмотреть на формулы (3)–(6), то несложно заметить, что из представленных фильтров это один из самых требовательных по объему вычислений процесс шумоподавления.

Фильтр Гаусса. Данный фильтр использует нормальное распределение, называемое распределением Гаусса.

Плотность вероятности распределения Гаусса описывает следующую формулу:

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp\left(-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right), \quad (9)$$

где σ – среднеквадратическое отклонение; σ^2 – дисперсия; μ – математическое ожидание.

При сглаживании с использованием фильтра Гаусса используется конкретная маска, которая строится на основе формулы (9), например, для пяти значений окна

$$G = [0,05; 0,24; 0,4; 0,24; 0,05]. \quad (10)$$

На каждом этапе выборки из окна свертываются с последовательностью, представляющей распределение Гаусса с маской G , затем окно перемещается на одну выборку вперед. Чтобы сохранить масштаб входных значений после свертки, вычисленное значение следует разделить на сумму элементов маски. Для (10) результат следует разделить на 0,98.

Ядерная оценка плотности (ЯОП, Kernel Density Estimation (KDE)). Это еще один алгоритм сглаживания, который активно развивается [13, 14]. Данный подход основан на непараметрическом способе оценки плотности случайной величины. ЯОП активно применяется для задач сглаживания данных. В некоторых областях, таких как обработка сигналов и математическая экономика, метод называется также методом окна Парзена – Розенблатта.

Для заданной выборки окна значений, извлеченных из некоторого распределения с неизвестной плотностью f , при оценке используют формулу

$$\hat{f}(x) = \frac{1}{mh^n} \sum_{i=1}^m K\left(\frac{x-x_i}{h}\right), \quad (11)$$

где m – количество выборок; h – полоса пропускания, которая контролирует гладкость оценки; n – размеры вектора сигнала. Существуют различные формы ядер, и выбор наиболее подходящего из них обычно производится на основе расчета средней интегральной квадратичной ошибки.

В работе [15] проведена оценка требований к вычислительной мощности некоторых вышеуказанных алгоритмов. Метод бегущего среднего требует меньшую нагрузку на вычислительное устройство. Далее идет метод Гаусса, потом, практически с одинаковым результатом, методы Савицкого – Голея и Калмана. Для выполнения медианного сглаживания требуется еще больше ресурсов, особенно с увеличением окна. Значительно больше ресурсов требуют непараметрические методы шумоподавления.

В работах [16, 17] было показано, что очень эффективно производить процесс сглаживания, если ограничивать полином аппроксимации по методу СГ не выше второго порядка. Это значительно снижает потребность в вычислениях. Кроме этого, изменение оператора времени t_s может позволить регулировать динамические характеристики процесса сглаживания. Применение на практике показало эффективность данного подхода для обработки измерительных данных [18, 19].

Локальная аппроксимация (ЛА). В литературе можно найти разные варианты получения весовых функций для локальной аппроксимации [20]. Данный подход к сглаживанию занимает промежуточное положение между бегущим средним и методом Савицкого – Голея. Одним из самых простых решений по поиску весовых коэффициентов могут быть линейная и квадратичная аппроксимации:

$$y(t) = c_1 + c_2t; \tag{12}$$

$$y(t) = d_1 + d_2t + d_3t^2, \tag{13}$$

где

$$\begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} w_2 & w_1 \\ w_3 & w_2 \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \end{pmatrix}; \tag{14}$$

$$\begin{pmatrix} d_1 \\ d_2 \\ d_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} w_3 & w_2 & w_1 \\ w_4 & w_3 & w_2 \\ w_5 & w_4 & w_3 \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{pmatrix}; \tag{15}$$

$$w_j = \sum_{k=1}^N (t_k)^{j-1}; \tag{16}$$

$$b_j = \sum_{k=1}^N x_{i-k+1} (t_k)^{j-1}; \tag{17}$$

$$t_k = (k - 1) \Delta t, \tag{18}$$

где $k = 1, 2, \dots, N$; N – окно аппроксимации; x_i – последнее измеренное значение; Δt – время квантования.

Уравнения (14) и (15) вытекают из метода наименьших квадратов и не требуют больших вычислений. Но могут быть использованы другие весовые функции [16].

Формально для расчета выходного значения y_i может быть использовано любое значение оператора времени в диапазоне от t_1 до t_N . При использовании значения $t_{N/2}$ [17] наблюдается минимальная дисперсия, однако динамическая ошибка в этом случае больше, чем для метода Савицкого – Голея и равна ошибке метода сглаживания бегущего среднего. Фактически результат будет соответствовать некоторому варианту использования фильтра бегущего среднего, только при использовании локальной аппроксимации весовые коэффициенты рассчитываются на каждом шаге.

При сдвиге значения для оператора времени в сторону t_1 можно уменьшить динамическую ошибку и даже прогнозировать значение выходной переменной. В этом случае вопросом является нахождение компромисса между динамической ошибкой и качеством сглаживания.

Коэффициенты уравнения (11) и (12) позволяют производить адаптацию метода под изменяющуюся динамику измерительного тренда. Фактически коэффициенты c_2 и d_2 являются значениями текущей скорости сигнала, а d_3 – текущего ускорения.

Математическое моделирование. Выбранный для сравнительной характеристики в работе [15] непрерывно изменяющийся сигнал с постоянным градиентом не является оптимальным, и полученные кривые зависимости эффективности алгоритмов сглаживания от ширины окна N не учитывают влияние динамики полезного сигнала. Но они показывают, что существует для всех методов какое-то оптимальное значение N , при котором дальнейшее увеличение не приводит к сколь существенному повышению качества сглаживания, однако требует проведения большего количества вычислений.

С целью определения связи между динамикой информационного сигнала и параметрами настройки метода локальной аппроксимации, таких как ширина окна N и оператор времени t_s , были проведены имитационное моделирование и анализ результатов для гармонического сигнала $x_1(t)$ и периодического сигнала с дополнительными гармониками. Второй сигнал создавался с помощью функции

$$x_2(t) = \sin(\omega t) (1 + 0,4 \sin(2\omega(t + 0,12))), \tag{19}$$

где ω – угловой частота, рад/с; f – частота, Гц.

Отличие в форме двух сигналов можно видеть на рис. 1.

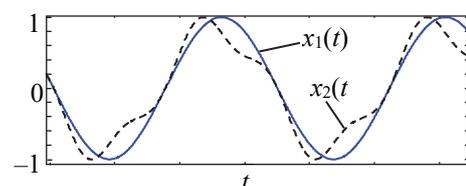


Рис. 1. Сигналы имитационного моделирования

Основной целью проведенных исследований является разработка адаптивного алгоритма для метода локальной аппроксимации. Для этого следует установить влияние параметров метода сглаживания на основные параметры измерительного сигнала.

Значение времени квантования (sample time) для всех экспериментов было фиксированным 0,01 с для того, чтобы можно было легко пересчитывать оптимальное значение N при изменении sample time с учетом актуального диапазона частот для моделирования от 0,1 до 5 Гц и значение N от 4 до 170.

Одним из основополагающих вопросов фильтрации является полоса пропускания. Для ее определения гармонический сигнал пропускался через алгоритм аппроксимации и производилось сравнение амплитуды входного и выходного значения.

Для оценки влияния N на полезный сигнал было проведено моделирование работы фильтра при отсутствии зашумления. После моделирования оценивались амплитуда выходного сигнала, амплитуда первой гармоники, суммарный коэффициент искажения гармоник (THD):

$$THD(\%) = 100 \frac{\sqrt{\sum_{n=2}^{\infty} c_n^2}}{c_1}, \quad (20)$$

где c_n – амплитуда n гармоники после разложения в ряд Фурье.

Для более точной оценки вышеуказанных показателей выходной сигнал аппроксимировался встроенной в Matlab сплайн функцией таким образом, чтобы на период сигнала приходилось 500 точек. Амплитуды гармоник получались путем интегрирования функцией trapz. При расчете THD учитывались 100 гармоник разложения. Исследования сглаживания проводились для оператора времени, равного $t_S = N / 2k_t$, где $k_t = [1; 0,9; 0,75; 0,5]$.

Для оценки влияния ЛА использовано среднее значение суммы квадратов ошибок отклонения исходной информации от обработанной ЛА за период D (СКОО).

Основные вычисления выполнены для аппроксимации по формуле (13), однако проведено сравнение с линейной аппроксимацией по (12) и при использовании полинома третьего порядка

$$y(t) = g_1 + g_2t + g_3t^2 + g_4t^3. \quad (21)$$

Следует отметить, что для выбранных сигналов повышение порядка полинома не приносило полезного эффекта. С учетом особенностей процесса вычисления в реальных микропроцессорных системах следует отметить, что вычисления высоких порядков в формате с плавающей точкой

могут вносить дополнительные погрешности от выполнения операций в микропроцессоре.

Результаты и обсуждение. Амплитудно-частотные характеристики (АЧХ) фильтрации представлены на рис. 2–4. Для сравнения на этих графиках приведены АЧХ БИХ фильтра Баттерворта 3, 8 и 16-го порядков. Хотя данный фильтр обладает рядом недостатков по сравнению с фильтром Чебышева и Бесселя, однако для расчета его параметров требуется только определиться с порядком и полосой пропускания.

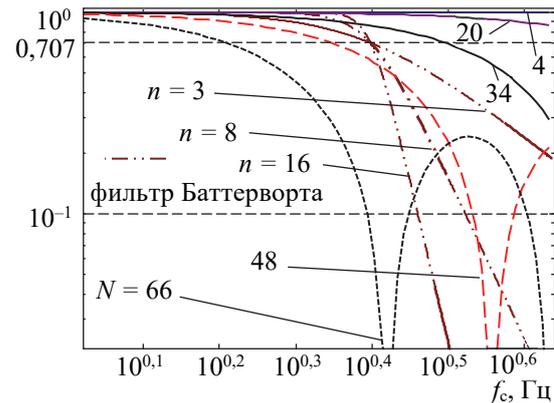


Рис. 2. Коэффициент передачи при аппроксимации по (13) при разных N

Как видно из графиков, до достижения ширины окна полупериода сигнала ЛА проявляет линейные свойства. По сравнению с фильтром Баттерворта он имеет более плавное изменение коэффициента передачи до коэффициента среза (рис. 2). Однако уже после коэффициента передачи 0,1 крутизна характеристики становится больше, чем у БИХ фильтра. Как уже отмечалось, повышение порядка полинома аппроксимации с двух до трех не сказывается на частотных характеристиках, тогда как АЧХ для формулы (13) приводит к сдвигу характеристики в сторону низкой частоты (рис. 4).

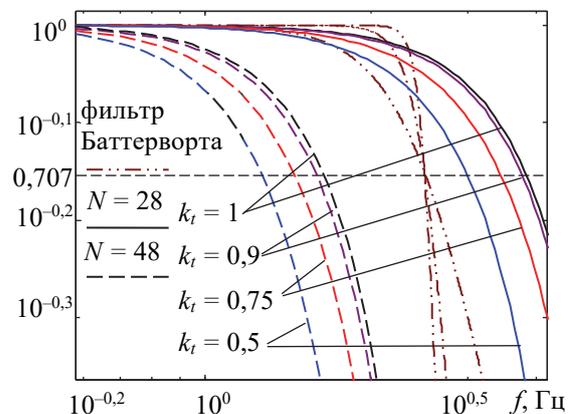


Рис. 3. Влияние оператора времени на коэффициент передачи для (13)

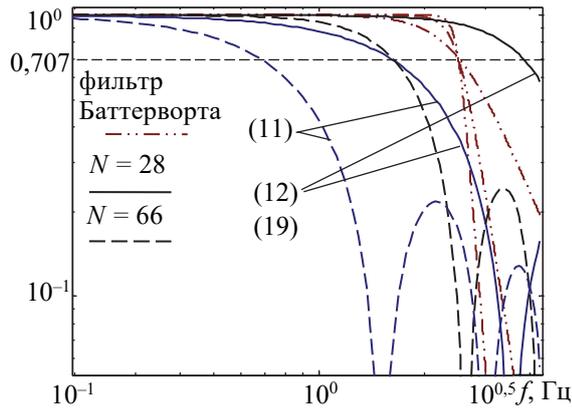


Рис. 4. Влияние формулы аппроксимации на коэффициент передачи

Оператор времени также влияет на полосу пропускания процесса фильтрации. Отклонение данного параметра от значения $N/2$ в ту или иную сторону приводит к смещению характеристики в сторону низкой частоты. На рис. 3 приведены характеристики в сторону начала отсчета выборки, но такая же картина наблюдаются, если брать коэффициенты k_t больше 1.

На основании анализа значений для АЧХ были получены зависимости ширины окна аппроксимации от частоты f_c для двух пороговых значений 0,95 и 0,707 (рис. 5, 6). Они имеют гиперболическую зависимость и хорошо аппроксимируются формулой вида

$$N = \exp(a - b \ln(f_c)) = \frac{\exp(a)}{f_c^b}. \quad (22)$$

Значения коэффициентов аппроксимации графиков, представленных на рис. 5, 6, приведены в табл. 1, 2. Для прикладных расчетов коэффициент можно принимать равным 1.

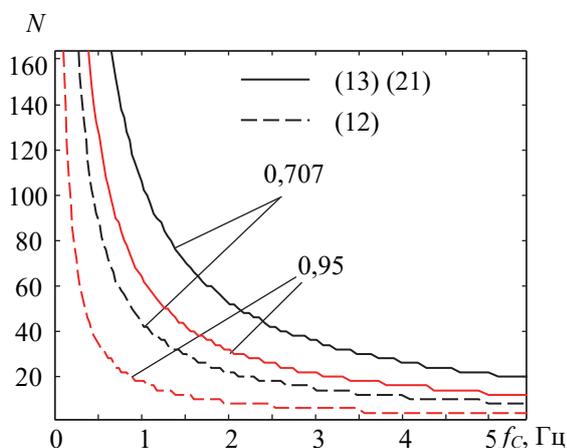


Рис. 5. Зависимость ширины окна аппроксимации от частоты f_c при разных формулах аппроксимации

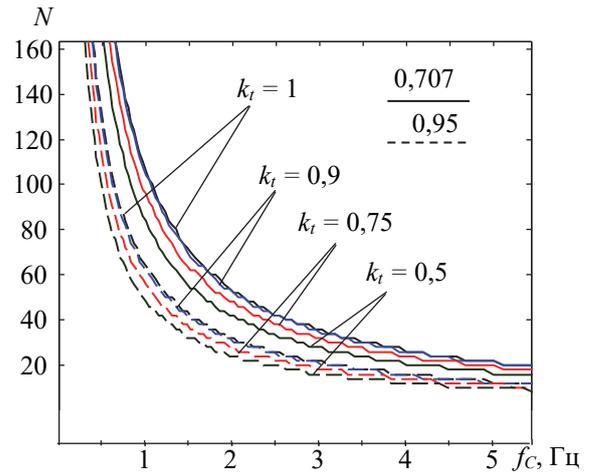


Рис. 6. Зависимость ширины окна аппроксимации от частоты f_c при вариации оператора времени

Таблица 1

Коэффициенты для формулы (22) при изменении оператора времени для $\chi_1(t)$

f_c	(20)	k_t			
		1	0,9	0,75	0,5
0,707	a	4,6655	4,6470	4,5556	4,4188
	b	0,9995	0,9947	0,9961	0,9956
0,95	a	4,1565	4,1260	4,0132	3,8802
	b	0,9972	0,9935	0,9915	0,9943

Таблица 2

Коэффициенты для формулы (22) при изменении формулы аппроксимации для $\chi_1(t)$

f_c	(22)	Формула аппроксимации		
		(21)	(13)	(12)
0,707	a	4,6655	4,6655	3,7935
	b	0,9995	0,9995	1,0020
0,95	a	4,1565	4,1565	2,8533
	b	0,9972	0,9972	0,9752

Оператор времени следует осторожно использовать для регулирования процесса сглаживания с помощью предложенной аппроксимации. После некоторого значения t_s полоса пропускания перестает сужаться и начинается процесс расширения (рис. 7, 8). Данный эффект является следствием того, что в точках максимума и минимума гармонической функции сигнала начинаются существенные деформации формы, что приводит к увеличению амплитуды сигнала. При этом результаты аппроксимации по (13) и (21) начинают отличаться (рис. 7). При аппроксимации по (21) увеличение амплитуды начинается после уменьшения k_t ниже значения $\approx 0,6$, для (13) – ниже $\approx 0,2$. На рис. 7 для $k_t = 1$ графики коэффициента передачи совпадают, но при $k_t = 0,85$ они уже находятся с разных сторон от кривой для $k_t = 1$. При дальнейшем уменьшении k_t различия увеличиваются.

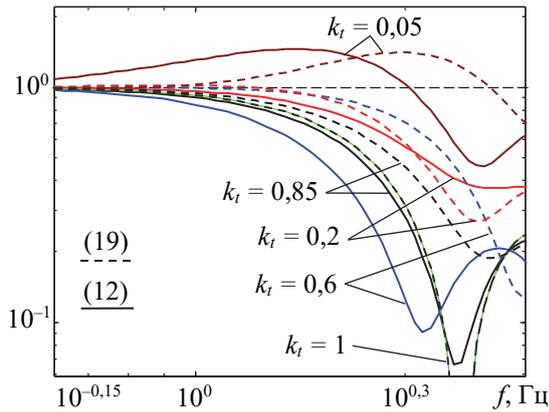


Рис. 7. Зависимость коэффициента передачи при изменении оператора времени для $N = 72$

Несмотря на все нюансы с нелинейной зависимостью частоты среза от оператора времени, зависимость окна аппроксимации имеет все тот же вид (рис. 8) и хорошо описывается формулой вида (22). Зависимость коэффициентов a и b этой формулы от оператора времени приведены на графиках (рис. 9, 10).

Предельные значения окна аппроксимации от граничной частоты f_B , при которой коэффициент передачи становится выше 1, имеет такой же характер (рис. 11) как кривые для $N(f_C)$, только коэффициенты a и b будут другие.

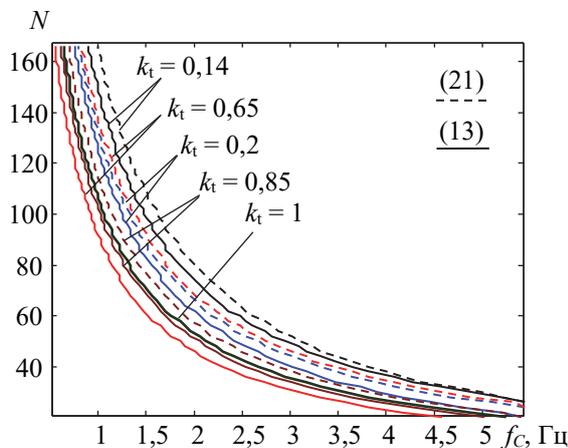


Рис. 8. Зависимость ширины окна аппроксимации от частоты f_C при вариации оператора времени

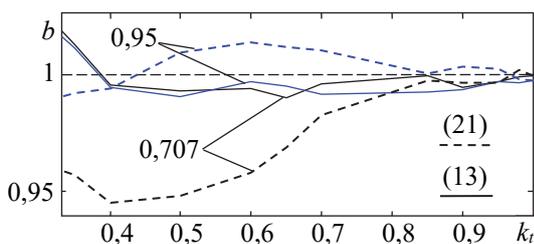


Рис. 9. Зависимость коэффициента b при изменении оператора времени для $x_1(t)$

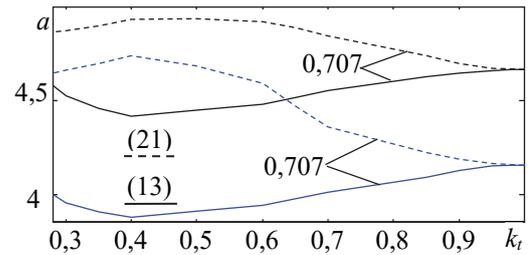


Рис. 10. Зависимость коэффициента a при изменении оператора времени для $x_1(t)$

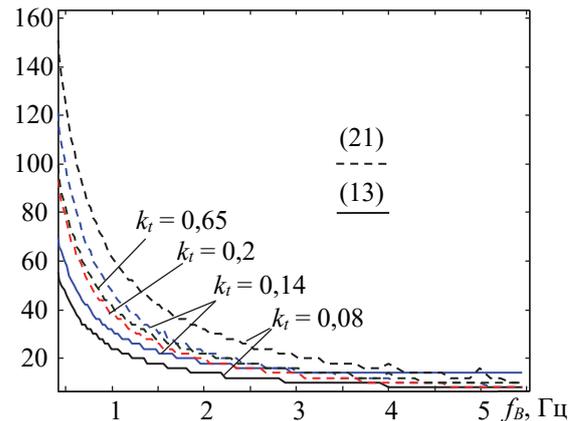


Рис. 11. Зависимость ширины окна аппроксимации от частоты f_B при вариации оператора времени

Оценка искажений сигнала в процессе ЛА с помощью коэффициента искажений THD для гармонического сигнала (рис. 12–14) показала малое влияние окна аппроксимации, формулы аппроксимации и оператора времени на данный показатель. Как и следовало ожидать, по мере увеличения частоты искажения нарастают фактически по экспоненте. При приближении к частоте среза начинает проявляться нелинейное влияние окна аппроксимации (рис. 12). Негативное влияние аппроксимации по формуле (12) начинает проявляться несколько раньше (рис. 13). Оператор времени оказывает некоторое влияние на данный показатель качества, при этом влияние N более существенно (рис. 13). На рассмотренном диапазоне частот для гармонического сигнала THD не превысил 1%. И, как следствие, настройка процесса сглаживания по амплитуде сигнала является более эффективной. Следует отметить, что на данный показатель в большей степени оказывает влияние особенность вычислительного процесса в Matlab. Следует производить оценку количества гармоник для расчета THD . После 150 гармоник можно заметить искажения характера зависимостей.

При использовании ЛА для негармонического сигнала могут наблюдаться различные нелинейные эффекты (рис. 15), особенно при широком значении окна аппроксимации или высокой частоте сигнала. Влияние частоты сигнала и окна

аппроксимации на результат ЛА сигнала $x_2(t)$ на среднеквадратическую разность между исходным сигналом и отфильтрованным можно проследить с помощью рис. 16, 17. Из них следует, что для внесения минимальных искажений в процесс сглаживания потребуется, если это возможно, повысить частоту выборки входных данных или аккуратно выбрать окно аппроксимации.

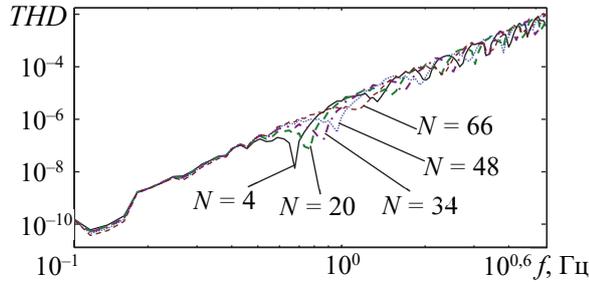


Рис. 12. Суммарный коэффициент искажения гармоник при разном окне аппроксимации N

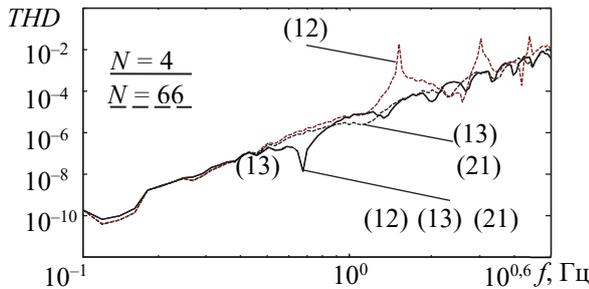


Рис. 13. Суммарный коэффициент искажения гармоник при разных формулах аппроксимации

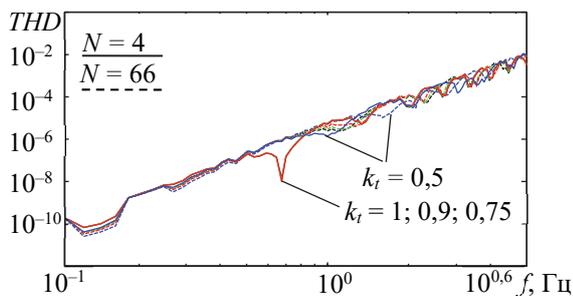


Рис. 14. Суммарный коэффициент искажения гармоник при разных значениях оператора времени

В отличие от условий гармонического сигнала $x_1(t)$, использовать зависимости амплитуды от ширины аппроксимации и частоты (рис. 15) затруднительно для определения оптимальных условий сглаживания. При разных соотношениях амплитуд гармоник в полезном сигнале данные зависимости могут приобретать различный характер.

Для целей выбора условий сглаживания или построения динамической адаптации лучше подойдет параметр THD . Его отклонение на выходе от значения на входе может служить хорошим индикатором для определения параметров настройки фильтрации.

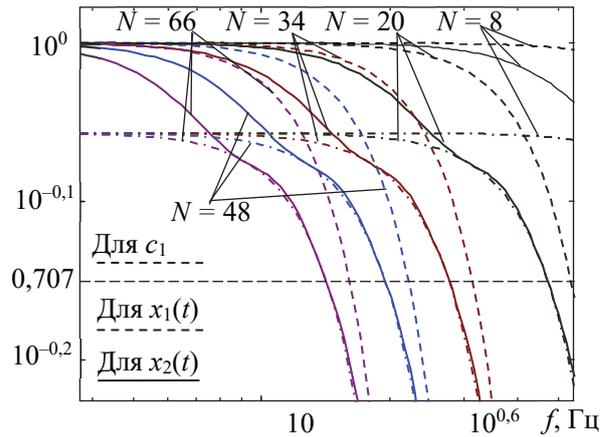


Рис. 15. Коэффициент передачи для входных сигналов $x_1(t)$ и $x_2(t)$

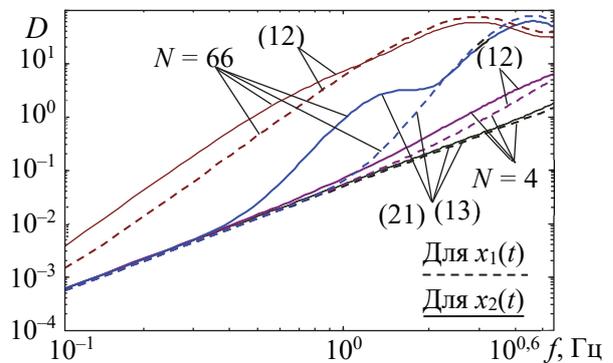


Рис. 16. СКОО при разных формулах аппроксимации

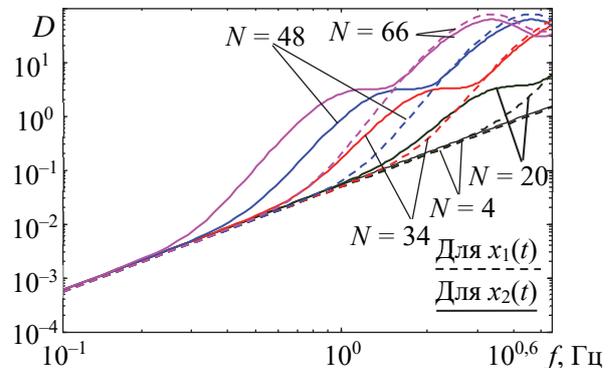


Рис. 17. СКОО при разной ширине окна

Результаты оценки влияния аппроксимации на суммарный коэффициент искажения представлены на рис. 18, 19. Вид зависимостей подобен АЧХ для $x_1(t)$. При формировании упреждения с помощью оператора времени происходит снижение полосы пропускания (если можно использовать такой термин в этом случае). Также не наблюдается отличий в результате применения полинома второго и третьего порядков (рис. 18). В случае, если $k_t = 1$ идентично, как было для АЧХ $x_1(t)$, наблюдаются отличия в результате при использовании полиномов второго и третьего порядков.

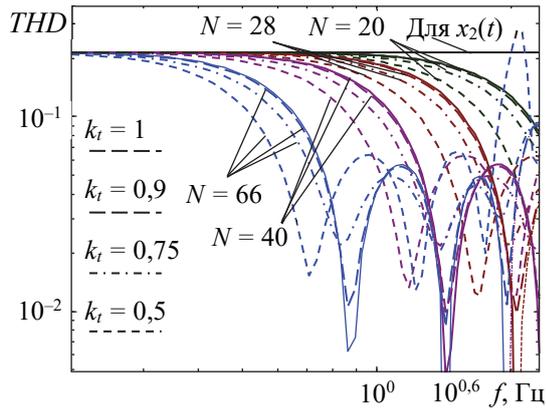


Рис. 18. Суммарный коэффициент искажения гармоник при разном окне аппроксимации и операторе времени для $x_2(t)$

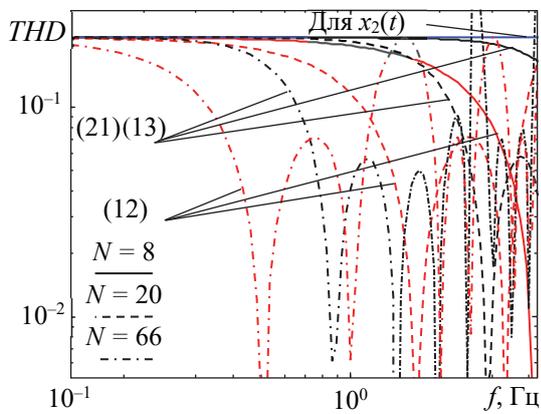


Рис. 19. Суммарный коэффициент искажения гармоник при разных формулах аппроксимации

В отличие от АЧХ $x_1(t)$, где граничные значения получались по уровню 0,95 и 0,707, для THD целесообразно для сохранения формы полезного сигнала уменьшить уровень отклонения показателя от исходного значения.

На рис. 20 приведены зависимости оптимальных значений для уровня снижения показателя THD от исходного на 5% и 1%. Данные зависимости также хорошо подчиняются формуле вида (22) как это было и для гармонического сигнала.

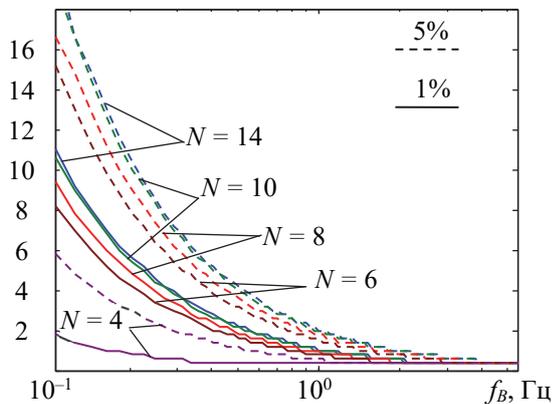


Рис. 20. Зависимость границы по 0,5 и 5%

Зависимость коэффициентов формулы (22) от оператора времени представлена на рис. 21, 22 при уровне отклонения THD от исходного на 5% и 1%. Они имеют схожий характер с зависимостями, которые были представлены выше, для гармонического полезного сигнала. Ломаный характер кривой для параметра во много обусловлен целочисленностью параметра N , ограничениями по значениям на границах.

Таблица 3

Коэффициенты для формулы (22) при изменении оператора времени для $x_2(t)$

Уровень, %	(22)	k_t			
		1	0,9	0,75	0,5
0,5	a	2,4001	2,3714	2,2706	2,1593
	b	1,0162	1,0071	0,9733	0,9364
5	a	3,0077	2,9800	2,8744	2,7386
	b	1,0299	1,0264	1,0136	0,9943

Таблица 4

Коэффициенты для формулы (22) при изменении формулы аппроксимации для $x_2(t)$

Уровень, %	(22)	Формула аппроксимации		
		(21)	(13)	(12)
0,5	a	2,4001	2,4001	1,4950
	b	1,0162	1,0162	0,2430
5	a	3,0077	3,0077	2,0060
	b	1,0299	1,0299	0,6302

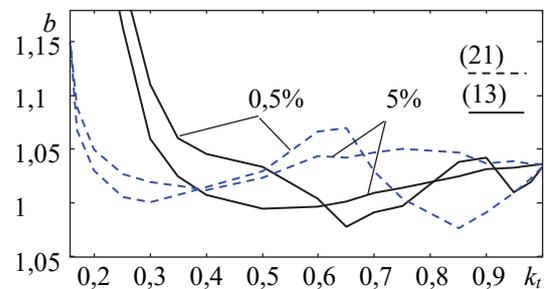


Рис. 21. Зависимость коэффициента b при изменении оператора времени для $x_2(t)$

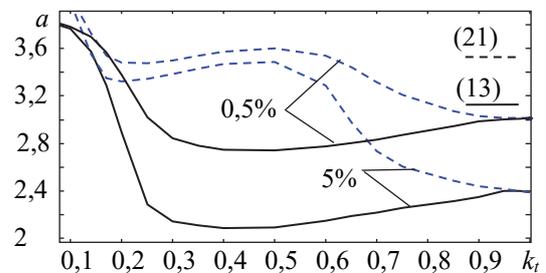


Рис. 22. Зависимость коэффициента a при изменении оператора времени для $x_2(t)$

Для полинома аппроксимации второго порядка коэффициент b в первом приближении

можно принимать равным 1, так как отклонения более чем на 5% наблюдаются за границами рациональной вариации параметра k_l .

Модуль средней скорости V для гармонического сигнала пропорционален частоте

$$V = 4f. \quad (23)$$

Исходя из этого можно заключить, что формула (22) может быть использована для построения адаптивного процесса сглаживания с помощью ЛА, поскольку для данного метода фильтрации происходит постоянное определение скорости (в (12) это c_2 ; в (13) – d_2 ; в (21) – g_2) на каждом такте. На основании данных параметров можно менять окно аппроксимации, а вместе с ним, по необходимости, и k_l .

Модуль среднего ускорения A , который также определяется в зависимостях (13) и (21) (d_3 и g_3 соответственно), пропорционален квадрату частоты

$$A = 8\pi f^2. \quad (24)$$

Исходя из этого, можно учитывать значения d_3 и g_3 для формирования окна аппроксимации на следующем такте.

Заключение. Проведенное моделирование локальной аппроксимации позволило выявить влияющие окна аппроксимации, оператора времени и порядка полинома на искажение полезного сигнала. В целом при правильном выборе параметров данный метод сглаживания характеризуется небольшими искажениями полезного сигнала. Повышение порядка аппроксимации выше полинома второго порядка эффективно, только если требуется уменьшить динамическую ошибку.

Для оптимизации процесса сглаживания амплитуда сигнала удобна только в случае гармонических сигналов. При наличии в информативном сигнале гармоник более высоких порядков удобным параметром для настройки процесса сглаживания является суммарный коэффициент искажения гармоник.

Полученный вид формул позволяет производить простой расчет оптимальных значений окна аппроксимации.

Установленная связь между граничной частотой, при которой начинают происходить изменения и искажения входных сигналов, позволяет построить процесс адаптивного сглаживания с помощью ЛА.

Список литературы

1. Shrivastava P., Singh U. P. Noise removal using first order neighborhood mean filter // Conference on IT in Business, Industry and Government (CSIBIG). Indore, India 2014. P. 1–6. DOI: 10.1109/CSIBIG.2014.7057004.
2. Fu B., Xiong X., Sun G. An efficient mean filter algorithm // The 2011 IEEE/ICME International Conference on Complex Medical Engineering. Harbin, China, 2011. P. 466–470. DOI: 10.1109/ICME.2011.5876785.
3. A multi-layer extreme learning machine refined by sparrow search algorithm and weighted mean filter for short-term multi-step wind speed forecasting / H. Zhang [et al.] // Sustain Energy Technol. 2022. Vol. 50, article 101698. DOI: 10.1016/j.seta.2021.101698.
4. Sinha P. K., Hong Q. H. An improved median filter // IEEE Transactions on Medical Imaging. 1990. Vol. 9, no. 3. P. 345–346. DOI: 10.1109/42.57773.
5. Gallagher N. C. Median filters: a tutorial // IEEE International Symposium on Circuits and Systems. Espoo, Finland, 1988. Vol. 2. P. 1737–1744. DOI: 10.1109/ISCAS.1988.15271.
6. Sun Y., Tan W., Chen T. A method to remove chattering alarms using median filters // ISA Transactions. 2018. Vol. 73. P. 201–207. DOI: 10.1016/j.isatra.2017.12.012.
7. Savitzky A., Golay M. J. E. Smoothing and differentiation of data by simplified least squares procedures // Analytical Chemistry. 1964. Vol. 36, no. 8. P. 1627–1639.
8. Magazine S. P., Schafer R. W. What is a savitzky-golay filter? // IEEE Signal processing magazine. IEEE, 2011. Vol. 28, issue 4. P. 111–117. DOI: 10.1109/MSP.2011.941097.
9. Kalman R. E. A new approach to linear filtering and prediction problems // Transactions of the ASME: Journal of Basic Engineering. 1960. Vol. 82, series D. P. 35–45.
10. Pham S. Dinh A. Using the Kalman algorithm to correct data errors of a 24-bit visible spectrometer // Sensors. 2017. Vol. 17, issue 12. P. 1–20. DOI: 10.3390/s17122939.
11. Deng G., Cahill L.W. An adaptive Gaussian filter for noise reduction and edge detection // IEEE Conference Record Nuclear Science Symposium and Medical Imaging Conference. San Francisco, CA, USA, 1993. P. 1615–1619. DOI: 10.1109/NSSMIC.1993.373563.
12. Comparison of Gaussian, logarithmic transform and mixed Gaussian-log-normal distribution based 1DVAR microwave temperature-water-vapour mixing ratio retrievals / A. J. Kliever [et al.] // Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society. 2015. Vol. 142 (694). P. 274–286. DOI: 10.1002/qj.2651.
13. Baszczynska A. One value of smoothing parameter vs interval of smoothing parameter values in kernel density estimation // Acta Universitatis Lodzianensis. Folia Oeconomica. Lodz University Press, 2017. Vol. 6, no. 332. P. 73–86. DOI: 10.18778/0208-6018.332.05.

14. Rosenblatt M. Remarks on some nonparametric estimates of a density function // *The Annals of Mathematical Statistics*. 1956. Vol. 27, issue 3. P. 832–837. DOI: 10.1214/aoms/1177728190.

15. Kowalski P., Smyk R. Review and comparison of smoothing algorithms for one-dimensional data noise reduction // *International Interdisciplinary PhD Workshop (IIPHDW)*. Świnouście, Poland, 2018. P. 277–281. DOI: 10.1109/IIPHDW.2018.8388373.

16. Hryniuk D., Suhorukova I., Oliferovich N. Adaptive smoothing and filtering in transducers // *Open Conference of Electrical, Electronic and Information Sciences (eStream)*. Vilnius, Lithuania, 2016. P. 1–4. DOI: 10.1109/eStream39242.2016.7485917.

17. Гринюк Д. А., Олифиревич Н. М., Сухорукова И. Г. Использование алгоритмов аппроксимации для сглаживания трендов измерительных преобразователей // *Труды БГТУ. Сер. 3, Физико-математические науки и информатика*, 2017. № 2 (200). С. 82–87.

18. Hvozdzew M., Karpovich M. Dynamic signals filtration in high level noise condition // *Mokslas – Lietuvos Ateitis / Science – Future of Lithuania*. Vilnius, 2020. Vol. 12. P. 1–3. DOI: 10.3846/mla.2020.11487.

19. Исследование колебаний лыжи под действием пневмоцилиндра / Д. А. Гринюк [и др.] // *Химическая технология и техника: материалы 85-й науч.-техн. конф. проф.-препод. состава, науч. сотрудников и аспирантов (с международным участием), Минск, 1–13 февраля 2021 г. Минск: БГТУ, 2021. С. 228–230.*

20. Катковник В. Я. Непараметрическая идентификация и сглаживание данных: метод локальной аппроксимации. М.: Наука, 1985. 336 с.

References

1. Shrivastava P., Singh U. P. Noise removal using first order neighborhood mean filter. *Conference on IT in Business, Industry and Government (CSIBIG)*. Indore, 2014, pp. 1–6. DOI: 10.1109/CSIBIG.2014.7057004.

2. Fu B., Xiong X., Sun G. An efficient mean filter algorithm. *The 2011 IEEE/ICME International Conference on Complex Medical Engineering*. Harbin, 2011, pp. 466–470. DOI: 10.1109/ICME.2011.5876785.

3. Zhang H., Peng Z., Tang J., Dong M., Wang K., Li W. A multi-layer extreme learning machine refined by sparrow search algorithm and weighted mean filter for short-term multi-step wind speed forecasting. *Sustain Energy Technol*, 2022, vol. 50, article 101698. DOI: 10.1016/j.seta.2021.101698.

4. Sinha P. K., Hong Q. H. An improved median filter. *IEEE Transactions on Medical Imaging*, 1990, vol. 9, no. 3, pp. 345–346. DOI: 10.1109/42.57773.

5. Gallagher N. C. Median filters: a tutorial. *IEEE International Symposium on Circuits and Systems*. Espoo, 1988, vol. 2, pp. 1737–1744. DOI: 10.1109/ISCAS.1988.15271.

6. Sun Y., Tan W., Chen T. A method to remove chattering alarms using median filters. *ISA Transactions*, 2018, vol. 73, pp. 201–207. DOI: 10.1016/j.isatra.2017.12.012.

7. Savitzky A., Golay M. J. E. Smoothing and Differentiation of Data by Simplified Least Squares Procedures. *Analytical Chemistry*, 1964, vol. 36, no. 8, pp. 1627–1639.

8. Magazine S. P., Schafer R. W. What is a savitzky-golay filter? *IEEE Signal processing magazine*. IEEE, 2011, vol. 28, issue 4, pp. 111–117. DOI: 10.1109/MSP.2011.941097.

9. Kalman R. E. A new approach to linear filtering and prediction problems. *Transactions of the ASME – Journal of Basic Engineering*, 1960, vol. 82, series D, pp. 35–45.

10. Pham S. Dinh A. Using the Kalman algorithm to correct data errors of a 24-bit visible spectrometer. *Sensors*, 2017, vol. 17, issue 12, pp. 1–20. DOI: 10.3390/s17122939.

11. Deng G., Cahill L.W. An adaptive Gaussian filter for noise reduction and edge detection. *IEEE Conference Record Nuclear Science Symposium and Medical Imaging Conference*. San Francisco, CA, USA, 1993, pp. 1615–1619. DOI: 10.1109/NSSMIC.1993.373563.

12. Kliewer A. J., Fletcher S. J., Jones A. S., Forsythe J. M. Comparison of Gaussian, logarithmic transform and mixed Gaussian-log-normal distribution based 1DVAR microwave temperature-water-vapour mixing ratio retrievals. *Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society*, 2015, vol. 142 (694), pp. 274–286. DOI: 10.1002/qj.2651.

13. Baszczynska A. One value of smoothing parameter vs interval of smoothing parameter values in kernel density estimation. *Acta Universitatis Lodzianis. Folia Oeconomica*. Lodz University Press, 2017, vol. 6, no. 332, pp. 73–86. DOI: 10.18778/0208-6018.332.05.

14. Rosenblatt M. Remarks on some nonparametric estimates of a density function. *The Annals of Mathematical Statistics*, 1956, vol. 27, issue 3, pp. 832–837. DOI: 10.1214/aoms/1177728190.

15. Kowalski P., Smyk R. Review and comparison of smoothing algorithms for one-dimensional data noise reduction. *International Interdisciplinary PhD Workshop (IIPHDW)*. Świnouście, 2018, pp. 277–281. DOI: 10.1109/IIPHDW.2018.8388373.

16. Hryniuk D., Suhorukova I., Olinerovich N. Adaptive smoothing and filtering in transducers. *Electrical, Electronic and Information Sciences (eStream): Open Conference*. Vilnius, 2016, pp. 1–4. DOI: 10.1109/eStream39242.2016.7485917.

17. Hryniuk D. A., Olinerovich N. M., Suhorukova I. G. The use of algorithmic approaches for smoothing of measurement information. *Trudy BGTU* [Proceedings of BSTU], issue 3, Physics and Mathematics. Informatics, 2017, no. 2 (200), pp. 82–87 (In Russian).

18. Hvozdeu M., Karpovich M. Dynamic signals filtration in high level noise condition. *Mokslas – Lietuvos Ateitis / Science – Future of Lithuania*. Vilnius, 2020, vol. 12, pp. 1–3. DOI: 10.3846/mla.2020.11487.

19. Hryniuk D. A., Suhorukova I. G., Alekseev V. L., Shilin A. M. Study of ski vibrations under the action of a pneumatic cylinder. *Khimicheskaya tekhnologiya i tekhnika: materialy 85-y nauchno-tekhnicheskoy konferentsii professorsko-prepodovatel'skogo sostava, nauchnykh sotrudnikov i aspirantov (s mezhdunarodnym uchastiyem)* [Chemical Technology and Engineering: Proceedings of the 85th Scientific and Technical Conference of Faculty, Researchers and Postgraduates (with International Participation)]. Minsk, 2021, pp. 228–230 (In Russian).

20. Katkovnik V. Ya. *Neparametricheskaya identifikatsiya i sglazhivaniye dannykh: metod lokal'noy aproksimatsii* [Nonparametric identification and smoothing of data: local approximation method]. Moscow, Science Publ., 1985, 336 p. (In Russian).

Информация об авторах

Гринюк Дмитрий Анатольевич – кандидат технических наук, доцент, доцент кафедры автоматизации производственных процессов и электротехники. Белорусский государственный технологический университет (220006, г. Минск, ул. Свердлова, 13а, Республика Беларусь). E-mail: hryniukda@gmail.com

Олиферович Надежда Михайловна – старший преподаватель кафедры автоматизации производственных процессов и электротехники. Белорусский государственный технологический университет (220006, г. Минск, ул. Свердлова, 13а, Республика Беларусь). E-mail: oliferovich@belstu.by

Сухорукова Ирина Геннадьевна – старший преподаватель кафедры программной инженерии. Белорусский государственный технологический университет (220006, г. Минск, ул. Свердлова, 13а, Республика Беларусь). E-mail: irina_x@rambler.ru

Information about the authors

Hryniuk Dzmitry Anatol'yevich – PhD (Engineering), Associate Professor, Assistant Professor, the Department of Automation Production Processes and Electrical Engineering. Belarusian State Technological University (13a, Sverdlova str., 220006, Minsk, Republic of Belarus). E-mail: hryniukda@gmail.com

Oliferovich Nadezhda Mikhaylovna – Senior Lecturer, the Department of Automation of Production Processes and Electrical Engineering. Belarusian State Technological University (13a, Sverdlova str., 220006, Minsk, Republic of Belarus). E-mail: oliferovich@belstu.by

Suorukova Irina Gennad'yevna – Senior Lecturer, the Department of Software Engineering. Belarusian State Technological University (13a, Sverdlova str., 220006, Minsk, Republic of Belarus). E-mail: irina_x@rambler.ru

Поступила после доработки 25.04.2024