

**СВОЙСТВО ФРАКТАЛЬНОСТИ СТРУКТУРЫ ПЛАНА,
ОСНОВАННОГО НА БАЛАНСОВОЙ МОДЕЛИ
В.В. ЛЕОНТЬЕВА**

Введение. В общем случае промышленный кластер представляет собой совокупность независимых субъектов хозяйствования (участников кластера), объединившихся с целью повышения эффективности совместной деятельности. Основным признаком кластера – отсутствие единого централизованного управления: участники кластера руководствуются только горизонтальными договорными обязательствами между собой, образуя при этом устойчивые производственные цепочки. В [1] предложена концепция цифровой платформы промышленного кластера – специализированной компоненты инфраструктуры кластера, представляющей собой информационную систему, предназначенную для поддержки деятельности и развития кластера на протяжении всего его жизненного цикла. Создание такой платформы позволит решать принципиально новые задачи, повышающие эффективность деятельности участников кластера. В [2] сформулирована задача многостороннего клиринга для взаиморасчетов между участниками кластера. В работе [3] формально описывается кластер, как система участников, образующих производственные цепочки для выпуска промежуточной и конечной продукции, а также предложен метод планирования валового объема, производимой участниками кластера, продукции на основе балансовой модели В.В. Леонтьева. В [4 – 5] вводится понятие системы планирования в промышленном кластере и развивается метод, предложенный в работе [3].

Система планирования. Будем предполагать далее время дискретным $t = t_1, t_1 + 1, \dots, t_2$. В общем случае заданная величина Y распределена на отрезке времени $[t_1, t_2]$ не равномерно и может быть задана дискретной функцией $Y(t)$ – объем продукции, который должен быть произведен для внешних потребителей за отрезок времени $[t - 1, t]$. Матричное балансовое уравнение примет вид: $X(t) - AX(t) = Y(t)$, $t = t_1, t_1 + 1, \dots, t_2$, где значения функции $Y(t)$ заданы на отрезке $[t_1, t_2]$, а решением уравнения является дискретная функция $X(t)$. При этом, для каждого значения $t = t'$, элементы $x_i(t')$, $i = \overline{1, h}$ столбца $X(t')$ равны запланированным валовым объемам продуктов r_i за отрезок времени $[t' - 1, t']$.

Ввиду линейности верно утверждение:
 $Y = \sum_{t=t_1}^{t_2} Y(t) \Leftrightarrow X = \sum_{t=t_1}^{t_2} X(t)$. Пусть $D_n = \{d_1, d_1, \dots, d_n\}$, $d_i \in \mathbb{N}$, $d_i > 1$, $(t_2 - t_1 + 1) : \prod_{i=1}^n d_i$ – конечная последовательность n натуральных чисел с элементами $d_i > 1$ такая, что количество интервалов $t_2 - t_1 + 1$ на отрезке $[t_1, t_2]$ кратно произведению всех элементов этой последовательности.

Если все компоненты системы S известны, балансовое уравнение и его решение корректны [5], то система планирования H_S , реализующая метод декомпозиции по времени плана продукции ПК (МДВП), в общем виде может быть задана четверкой: $H_S \equiv \langle t_1, t_2, D_n, NSF \rangle$, где величины $t_1 < t_2$ – задают период планирования, D_n – последовательность k коэффициентов декомпозиции плана по времени; NSF – процедура перераспределения планируемых объемов производства продуктов на каждом шаге декомпозиции плана; предполагается, что перераспределение осуществляется при согласовании плана участниками ПК, производящими продукты из собственных соображений.

Конечным результатом алгоритма, реализующего МДВП, является пара дискретных функций $\pi(t) = \langle X(t), Y(t) \rangle$, отражающих план выпуска продукции для внешних потребителей и валовой план производства продукции кластера S на отрезке времени $[t_1, t_2]$. $Y(t)$ и $X(t)$ представляют собой два ансамбля функций $y_i(t)$ и $x_i(t)$, $i = \overline{1, h}$, для которых на отрезке $t \in [t_1, t_2]$ уравнения $(a_{ij} - 1)x_i(t) - \sum_{j \neq i} a_{ij}x_j(t) = y_i(t)$, $i, j = \overline{1, h}$ обращаются в тождества.

Исходным значением для построения производственного плана $\pi(t) = \langle X(t), Y(t) \rangle$ кластера S является матрица-столбец Y , содержащая целевые плановые значения y_i , $i = \overline{1, h}$ суммарных объемов продуктов, предназначенных для внешних потребителей. Предположим, что с помощью процедуры получены все функции ансамбля $Y(t)$, то функции $x_i(t)$ ансамбля $X(t)$ могут быть найдены решением t_2 систем линейных уравнений $X(t) - AX(t) = Y(t)$ размерностью h . Такой способ решения задачи планирования возможен, если вычисленный валовый план может быть осуществимым. Заметим, что коэффициенты декомпозиции D_k при такой постановке задачи не применялись. Очевидно, что система планирования при таком подходе может быть описана проще: $H_S \equiv \langle t_1, t_2, NSF \rangle$. Построение плана в этом случае сводится к циклу, включающему выполнение процедуры NSF для подбора и согласования с участниками ПК функций ансамбля $Y(t)$, вычислению и согласованию с участниками ПК функций ансамбля $X(t)$. У такого

способа построения плана есть недостаток: с ростом величины ht_2 процесс согласований плана становится сложным, а цикл подбора пары $\pi(t) = \langle X(t), Y(t) \rangle$ может быть бесконечным.

Фрактальность структуры плана. В работах [4] и [5] описаны системы планирования и алгоритмы, позволяющие построить календарный план производства продукции промышленным кластером (1). План представляется описывается двойкой $\pi(t) = \langle X(t), Y(t) \rangle$, где $X(t)$ и $Y(t)$ – дискретные функции, определенные на упорядоченном множестве $0, 1\tau, 2\tau, \dots, t\tau, \dots, \bar{t}\tau$, где величина τ – минимальный (единичный) временной отрезок планирования (например: час, день, месяц, квартал и т. д.). Предполагается, что $X(0) = Y(0) = (0 \dots 0)^T$. При $t = 1, 2, \dots, i$: $X(t) = (x_1(t) \dots x_h(t))^T$ – валовый объем продукции, произведенный за интервал времени $((t-1)\tau, t\tau]$ и $Y(t) = (y_1(t) \dots y_h(t))^T$ – объем продукции для внешних потребителей, произведенной за интервал времени $((t-1)\tau, t\tau]$.

В постановке задачи календарного планирования предполагается известными: $[0, \bar{t}\tau]$ – временной отрезок планирования, τ – единичный отрезок времени и величина $\bar{Y}(0, \bar{t})$, где $\bar{Y}(t_1, t_2) = \sum_{t=t_1}^{t_2} Y(t)$. Искомыми являются функции $X(t)$ и $Y(t)$. Причем предполагается, что функция $Y(t)$ зависит от внешних по отношению к системе планирования условий (например, обязательств по внешним договорам) и может быть построена или перестроена в рамках процедур *NSF*. Построение $X(t)$ в [4] и [5] сводится к решению матричного разностного уравнения, которое преобразовывается в систему линейных уравнений размерности $h \times i$.

Заметим, следующее: алгоритм построения плана $\pi(t) = \langle X(t), Y(t) \rangle$ инвариантен по отношению к величинам τ и $\bar{t}$; справедливо утверждение $\forall (0 \leq t_1 < t_2 \leq \bar{t}): \bar{X}(t_1, t_2) - A\bar{X}(t_1, t_2) = \bar{Y}(t_1, t_2)$; другими словами, план является согласованным на любом отрезке времени периода планирования; справедливо утверждение $\forall (0 \leq t \leq \bar{t}): X(t) - AX(t) = Y(t)$; другими словами, план является согласованным в любой точке времени отрезка периода планирования.

Описанные выше свойства системы планирования и согласованного плана $\pi(t) = \langle X(t), Y(t) \rangle$ позволяют говорить о свойстве самоподобия структуры этого плана или фрактальности.

Заключение

Основой метода декомпозиции плана продукции по времени является балансовая модель В.В. Леонтьева. При классическом применении метода В.В. Леонтьева вычисление валового плана X осуществляется путем решения матричного уравнения $X - AX = Y$. Предлагае-

мый метод предполагает решение уравнения $X(t) - AX(t) = Y(t)$, $t \in [t_1, t_2]$, при тех же исходных данных (задано суммарное значение Y на отрезке $[t_1, t_2]$), но позволяющего получить детальный план $\langle X(t), Y(t) \rangle, t \in [t_1, t_2]$.

Так как структура плана обладает свойством фрактальности, то на каждом промежутке времени алгоритм расчета плана будет одинаковым. Это позволяет ввести оператор, с помощью которого можно рассчитывать план, просто задавая необходимые параметры.

ЛИТЕРАТУРА

1. Новикова, И.В. Концепция цифровой платформы инновационно-промышленного кластера. / И.В. Новикова, В.В. Смелова, Ю.А. Тимофеева, Д.В. Шиман // Импортзамещение, научно-техническая и экономическая безопасность: сб. ст. V Междунар. науч.-техн. конф. «Минские научные чтения – 2022», Минск, 7–9 декабря 2022 г.: в 3 т. – Минск: БГТУ, 2022. – Т. 2. С. 3–7.
2. Новикова, И.В. Клиринговая система взаиморасчетов между участниками инновационнопромышленного кластера / И.В. Новикова, В. В. Смелова, Д. В. Сазонова // Цифровая трансформация. 2023. 29 (3). С. 5–14. – <http://dx.doi.org/10.35596/1729-7648-2023-29-3-5-14>.
3. Новикова, И. В. Балансовый метод планирования производства продукции инновационно-промышленным кластером / И.В. Новикова, В.В. Смелова, А.Д. Томко // Цифровая трансформация. 2023. Т. 29, № 4. С. 5–14. – <http://dx.doi.org/10.35596/1729-7648-2023-29-4-5-14>.
4. Волчек, Д.И. Метод и алгоритм декомпозиции по времени плана производства продукции промышленного кластера. / Д.И. Волчек, В.В. Смелова, Д.В. Шиман, В.В. Смелов // Технологическая независимость и конкурентоспособность Союзного Государства, стран СНГ, ЕАЭС и ШОС: сб. ст. VI Междунар. науч.-техн. конф. «Минские научные чтения-2023» в 3 т. Минск, 06–08 декабря 2023 г. – Минск : БГТУ, 2023. – Т. 1. С. 104–108.
5. Волчек, Д.И. Метод и алгоритм построения календарного плана производства продукции промышленным кластером при ограниченной производительности его участников / Д.И. Волчек, В.В. Смелова, А.В. Якунович, Д.В. Шиман, В.В. Смелов // Технологическая независимость и конкурентоспособность Союзного Государства, стран СНГ, ЕАЭС и ШОС: сб. ст. VI Междунар. науч.-техн. конф. «Минские научные чтения-2023» в 3 т. Минск, 06–08 декабря 2023 г. – Минск : БГТУ, 2023. – Т. 1. С. 562–567.