

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССОВ ИЗМЕЛЬЧЕНИЯ И КЛАССИФИКАЦИИ СЫПУЧИХ МАТЕРИАЛОВ В РОТОРНО-ЦЕНТРОБЕЖНОЙ МЕЛЬНИЦЕ

А. А. Гарабжиу

Белорусский государственный технологический университет, Минск

Предложена математическая модель аэродинамики движения частиц измельчаемого материала в помольной камере роторно-центробежной мельницы с непрерывной проточной классификацией готового продукта. Данная модель позволяет с достаточной степенью точности определить траекторию движения и критическую скорость разрушения частиц исходного материала, при различных значениях угловой скорости вращения ротора мельницы.

В настоящее время одним из путей решения проблемы повышения эффективности процесса тонкого измельчения, как одного из наиболее энергоемких, является использование измельчителей, реализующих высокоскоростное ударное нагружение. Высокая скорость деформирования материала в таких мельницах приводит к хрупкому разрушению даже пластичных материалов, которое характеризуется малой величиной пластической деформации, большой скоростью распределения трещин и малой энергией, необходимой для их разрушения. К машинам данного типа относятся мельницы ударно-отражательного действия, имеющие целый ряд преимуществ перед измельчителями другого типа: низкие удельные энергозатраты, высокая тонина помола, небольшие габаритные размеры и т. д. Однако внедрение мельниц ударно-отражательного действия в промышленную практику сдерживается отсутствием их надежной инженерной методики расчета и недостаточной глубиной исследования протекающих в них процессов [1–3].

Настоящая работа посвящена теоретическому исследованию аэродинамики движения частиц измельчаемого материала в рабочей камере роторно-центробежной мельницы с непрерывной проточной классификацией готового продукта, конструктивные особенности и

принцип действия которой подробно изложены в работах [4, 5].

Разработанная ранее [5], физическая модель процессов измельчения и классификации сыпучих материалов в помольной камере роторно-центробежной мельницы дает лишь общее представление о характере протекания выше упомянутых процессов. Проведение наиболее детального теоретического исследования физико-технологических процессов, которые имеют место в помольной камере данного измельчителя, требует применения методов математического моделирования [6, 7], основой которых является математическое описание структуры потоков на рассматриваемом уровне иерархии физических явлений и эффектов.

Расчет оптимального характера движения одиночной частицы измельчаемого материала в предлопастном пространстве мельницы

Характер движения частиц измельчаемого материала в предлопастном пространстве мельницы определяется путем расчета и последующего сравнения оптимальной ($C_{\text{опт}}$) и абсолютной (C_{1a}) скоростей воздуха на входе в межлопастное пространство данного измельчителя.

Для определения оптимальной скорости воздуха ($C_{\text{опт}}$), предлопастное пространство мельницы можно условно

Раб./тел.: (8-017) 226-00-39.
E-mail: garazh@tut.by.

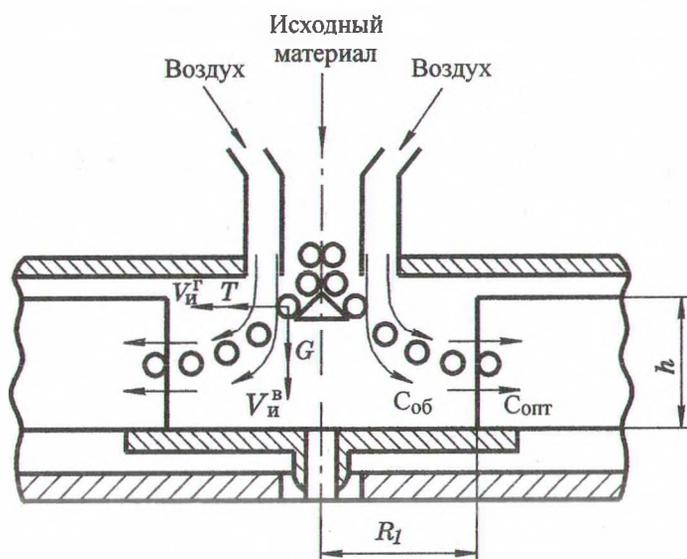


Рис. 1. Силы действующие на одиночную частицу исходного материала при ее установившемся движении в предлопастном пространстве мельницы.

представить в виде гравитационной горизонтально-поточной зоны разделения воздушного классификатора. Методика расчета подобной зоны разделения подробно изложена в работе М. Я. Сапожникова [8] и с целью упрощения приводится для одиночной частицы материала шаровидной формы. Применим данную методику расчета непосредственно к роторно-центробежной мельнице.

На участке от оси вращения ротора и до внутренней кромки рабочих лопастей мельницы, на движущуюся частицу материала действуют следующие силы (рис. 1):

1) сила тяжести G , направленная вертикально вниз

$$G = mg = V_m \rho_m g = \frac{\pi d^3}{6} \rho_m g, \text{ Н} \quad (1)$$

где m – масса частицы материала, кг;

$V_m = \frac{\pi d^3}{6}$ – объем шаровидной частицы материала, м^3 ; ρ_m – плотность материала частицы, $\text{кг}/\text{м}^3$; g – ускорение свободного падения, $\text{м}/\text{с}^2$; d – исходный диаметр частицы материала, м.

2) сила воздействия воздушного потока T , направленная горизонтально при установившемся движении частицы материала [8, 9]

$$T = cF_m \frac{\rho_v C_{об}^2}{2} = k_{\phi} c \frac{\pi d^2 \rho_v C_{об}^2}{8} \quad (2)$$

где $F_m = k_{\phi} \frac{\pi d^2}{4}$ – миделево сечение,

т. е. проекция частицы на плоскость, перпендикулярную к направлению радиальной скорости воздушного потока, м^2 ; c – коэффициент аэродинамического сопротивления; ρ_v – плотность воздуха, $\text{кг}/\text{м}^3$; $C_{об}$ – радиальная скорость воздушного потока, т. е. скорость обтекания частицы потоком, $\text{м}/\text{с}$; k_{ϕ} – коэффициент формы частицы (для шаровидных частиц $k_{\phi} = 1$ [8]).

Коэффициент аэродинамического сопротивления (c) зависит от формы частицы, что обычно учитывается коэффициентом формы (k_{ϕ}), и главным образом от числа (критерия) Рейнольдса (Re), величина которого для частиц шаровидной формы определяется по формуле [8, 9]:

$$Re = \frac{C_{об} d}{\nu_v}$$

где ν_v – кинематическая вязкость воздуха, $\text{м}^2/\text{с}$.

Согласно исследованиям Т. С. Соломаховой [10], течение воздушного потока в предлопастном и межлопастном пространстве центробежного вентилятора носит сложный неустановившейся характер и в полной мере соответствует турбулентному режиму движения, при котором, коэффициент аэродинамического сопротивления (c) есть величина постоянная, и равняется $c = 0.44$ [8, 9]. Данное обстоятельство является в достаточной степени справедливым и для роторно-центробежной мельницы с непрерывной проточной классификацией готового продукта, так как в свою очередь имеет место конструктивное подобие этой мельницы и центробежного вентилятора.

Траекторией движения частицы материала в предлопастном пространстве роторно-центробежной мельницы под совместным действием сил G и T , пока движение не станет установившемся, является парабола (см. рис. 1) [9, 11].

За счет поступающего в вихревую мельницу воздушного потока, горизон-

тальная составляющая скорости движения частицы материала в предлопастном пространстве ($V_{и}^r$) быстро возрастает и при установившемся движении становится равной оптимальной скорости воздуха ($C_{опт}$): $V_{и}^z = C_{опт}$. Вертикальная составляющая скорости движения частицы материала в предлопастном пространстве мельницы ($V_{и}^B$) также быстро возрастает до некоторой постоянной величины, определяемой как скорость вращения ($C_{вит}$): $V_{и}^B = C_{вит}$.

Скорость вращения ($C_{вит}$) частицы материала в восходящем воздушном потоке определяется из условия $T = G$, где сила T направлена вертикально вверх (гравитационное вертикально-поточное разделение) [8]. Тогда приравняв правые части уравнений (1) и (2), а также заменив скорость ($C_{об}$) на ($C_{вит}$), получим:

$$k_{\phi} c \frac{\pi d^2 \rho_{в} C_{вит}^2}{8} = \frac{\pi d^3}{6} \rho_{м} g$$

Отсюда скорость вращения ($C_{вит}$) для любой частицы материала диаметром (d) определится как:

$$C_{вит} = \sqrt{\frac{4}{3} \frac{1}{k_{\phi}} \frac{\rho_{м} g d}{\rho_{в} c}}, \text{ м/с} \quad (4)$$

Однако формула (4) справедлива только при движении частицы материала в восходящем воздушном потоке. В нашем случае (рис. 1) частица материала кроме вертикального перемещения сверху вниз, под действием нисходящего воздушного потока, одновременно смещается и в горизонтальном направлении.

Обозначим глубину предлопастного пространства роторно-центробежной мельницы через h (где h — высота лопастей ротора, м).

Частица материала диаметром (d) опустится на глубину (h) за время ($t_{в}$) и сместится за это же время в горизонтальном направлении на расстояние R_1 (где R_1 — внутренний радиус рабочего колеса мельницы, м).

Для упрощения дальнейшего расчета принимаем, что частица материала в предлопастном пространстве мельницы движется равномерно. Тогда горизонтальная и вертикальная составляющие скорости движения частицы материала будут постоянны в любой точке пути:

$$V_{и}^z = const, V_{и}^B = const.$$

Время падения частицы:

$$t_{в} = \frac{h}{V_{и}^B}, \text{ с}$$

Время горизонтального смещения частицы:

$$t_2 = \frac{R_1}{V_{и}^z}, \text{ с}$$

Оптимальная скорость воздуха ($C_{опт}$) на входе в межлопастное пространство мельницы определяется из условия:

$$t_{в} = t_2 \text{ или } \frac{h}{V_{и}^B} = \frac{R_1}{V_{и}^z}$$

Заменим ($V_{и}^B$) на ($C_{вит}$), а ($V_{и}^z$) на ($C_{опт}$). Тогда

$$\frac{h}{C_{вит}} = \frac{R_1}{C_{опт}},$$

Откуда

$$C_{опт} = C_{вит} \frac{R_1}{h}, \text{ м/с}$$

Так как $V_{и}^B = C_{вит}$, то, подставляя уравнение (4) в формулу (7), окончательно получим:

$$C_{опт} = \frac{R_1}{h} \sqrt{\frac{4}{3} \frac{1}{k_{\phi}} \frac{\rho_{м} g d}{\rho_{в} c}} \quad (8)$$

Таким образом, оптимальная скорость воздуха ($C_{опт}$) на входе в межлопастное пространство мельницы может быть вычислена по формуле (8).

Как уже отмечалось ранее [5], для определения характера движения частиц исходного материала на участке от оси вращения ротора до внутренней кромки рабочих лопастей мельницы, кроме скорости ($C_{опт}$) необходимо также знать абсолютную скорость воздуха ($C_{1а}$) на входе в межлопастное пространство роторно-центробежной мельницы. Так как ротор нашей мельницы, по характеру воздействия на воздушный поток, идентичен рабочим колесам центробежных машин [12], то наиболее целесообразным для описания аэродинамики движения воздушного потока (и для расчета скорости воздуха ($C_{1а}$)) в роторе мельницы является использование соответствующей методики расчета центробежных вентиляторов (или мельниц-вентиляторов, что практически одно и то же), подробно из-

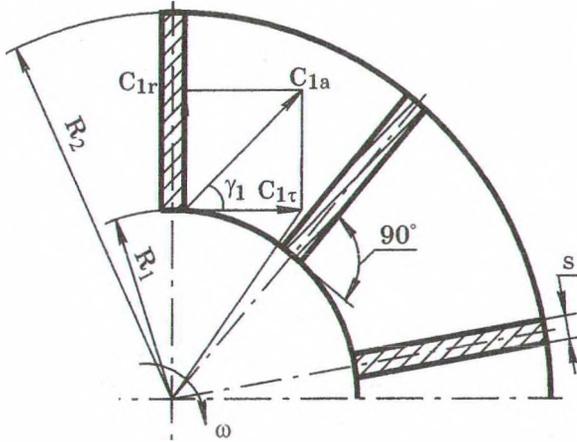


Рис. 2. Треугольник скоростей воздушного потока при его входе в межлопастное пространство мельницы.

ложенной и дополненной в работах [12–16].

Движение воздуха в помольной камере мельницы носит сложный неустановившейся характер. Поэтому для упрощения расчета и анализа течения воздушной среды в рабочем колесе мельницы вместо трехмерной модели течения можно рассмотреть двухмерную, сохраняющую основные свойства реального потока.

Треугольник скоростей воздушного потока при входе его в межлопастное пространство роторно-центробежной мельницы представлен на рис. 2.

Тангенциальная скорость движения воздушного потока (C_{1t}), при входе его в межлопастное пространство мельницы, направлена перпендикулярно радиусу вращения колеса и может быть вычислена по следующей формуле:

$$C_{1r} = R_1 \omega = R_1 \frac{\pi n}{30}, \text{ м/с} \quad (9)$$

где $\omega = \frac{\pi n}{30}$ – угловая скорость вращения рабочего колеса мельницы, рад/с; n – частота вращения рабочего колеса мельницы, об/мин.

Радиальная скорость движения воздушного потока (C_{1r}), при входе его в межлопастное пространство мельницы, направлена по радиусу колеса от центра, а ее значение, с учетом загромождения сечения колеса рабочими лопастями и в предположении равномерного заполнения потоком сечения входа в межлопаст-

ной канал [17], определяется по формуле:

$$C_{1r} = \frac{Q}{(2\pi R_1 - zs)h}, \text{ м/с} \quad (10)$$

где Q – производительность мельницы по воздуху, $\text{м}^3/\text{с}$. Так как прототипом данной мельницы является пылевой центробежный вентилятор типа ЦП 6-28, то производительность мельницы по воздуху (Q , $\text{м}^3/\text{с}$) определялась согласно справочным данным Т.С. Соломаховой [10]; z – количество лопастей на рабочем колесе мельницы, шт.; s – толщина лопастей ротора, м.

Абсолютная скорость движения воздушного потока (C_{1a}), при входе его в межлопастное пространство мельницы, определяется следующим образом:

$$C_{1a} = \sqrt{C_{1r}^2 + C_{1t}^2}, \text{ м/с} \quad (11)$$

Направление вектора абсолютной скорости воздушного потока (C_{1a}), при входе его в межлопастное пространство мельницы, определяется углом (γ_1 , град. см. рис. 2):

$$\text{tg} \gamma_1 = \frac{C_{1r}}{C_{1t}} \text{ или } \gamma_1 = \text{arctg} \frac{C_{1r}}{C_{1t}}, \text{ град.} \quad (12)$$

Сравнительный анализ, подсчитанных по формулам (8) и (11) с помощью ЭВМ, оптимальной ($C_{\text{опт}}$) и абсолютной (C_{1a}) скоростей воздуха на входе в межлопастное пространство роторно-центробежной мельницы, показывает, что движение частицы материала во взвешенном состоянии, в пределах ротора мельницы, достигается при следующих условиях:

- 1) для частиц гипсового камня диаметром $d_{\text{max}} = 0.01$ м при угловой скорости вращения ротора $\omega \geq 209.44$ рад/с;
- 2) для частиц извести диаметром $d_{\text{max}} = 8 \cdot 10^{-3}$ м при $\omega \geq 209.44$ рад/с;
- 3) для частиц мела диаметром $d_{\text{max}} = 0.01$ м при $\omega \geq 209.44$ рад/с;
- 4) для зерна пшеницы диаметром $d_{\text{max}} = 6 \cdot 10^{-3}$ м при $\omega \geq 157.08$ рад/с.

Таким образом, для проведения дальнейшего расчета абсолютной скорости разрушения (U_H) частиц измельчаемого материала при ударе об отражательную поверхность роторно-центробежной

мельницы, наиболее целесообразным является использование выше перечисленных значений угловой скорости вращения (ω , рад/с) ротора мельницы.

Расчет скорости движения одиночной частицы измельчаемого материала в межлопастном пространстве мельницы

Расчет скорости движения одиночной частицы измельчаемого материала в межлопастном пространстве роторно-центробежной мельницы и на выходе из него можно осуществить при помощи методики, подробно изложенной в работах [18–20].

В межлопастном пространстве вихревой мельницы, на движущуюся вдоль радиальной разгонной лопасти ротора, частицу материала действуют следующие силы (рис. 3):

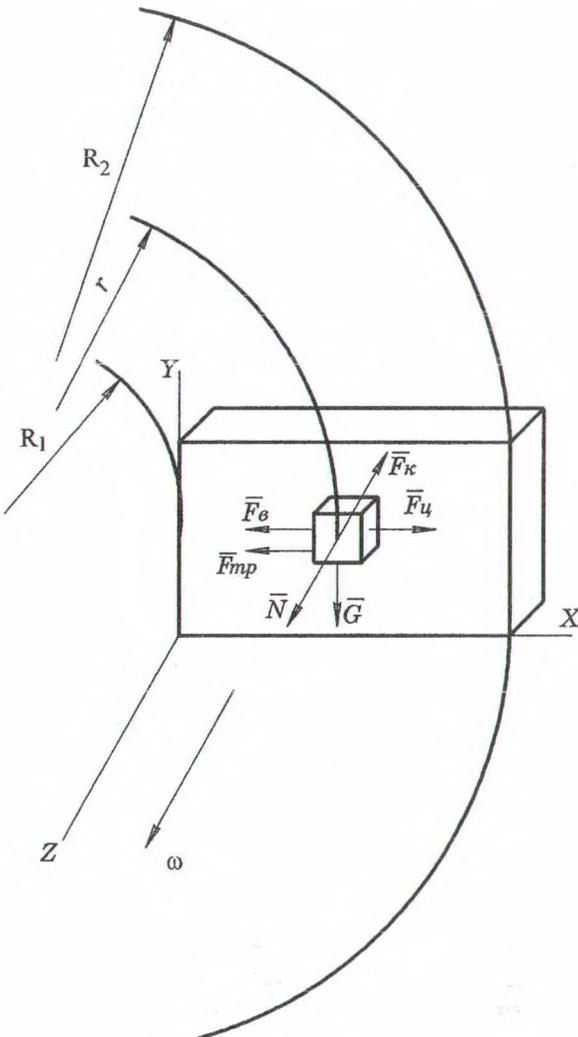


Рис. 3. Силы действующие на одиночную частицу измельчаемого материала при ее движении вдоль рабочей лопасти мельницы.

1) центробежная сила инерции

$$F_c = m\omega^2 r, \text{ Н} \quad (13)$$

где r – текущий радиус движения частицы материала вдоль рабочей лопасти вихревой мельницы ($r = R_1 \div R_2$), м; R_1 – внешний радиус рабочего колеса, м;

2) кориолисова сила инерции

$$F_k = 2m\omega \frac{dr}{dt}, \text{ Н} \quad (14)$$

где $dr/dt = V_r$ – радиальная скорость движения частицы материала вдоль лопасти мельницы, м/с; t – время движения частицы материала вдоль разгонной лопасти ротора, с;

3) нормальная сила реакции

$$N = |F_k|, \text{ Н} \quad (15)$$

4) сила трения частицы материала о поверхность лопасти

$$F_{mp} = 2fm\omega \frac{dr}{dt}, \text{ Н} \quad (16)$$

где f – коэффициент трения частицы материала о поверхность лопасти;

5) сила аэродинамического сопротивления воздуха (F_a), которая при радиальном движении частицы материала вдоль лопасти ротора, может быть вычислена по следующей формуле [9]:

$$F_a = \frac{1}{2} c_{\rho} \rho_{\text{в}} F_m |C_{u_r} - V_r| (C_{u_r} - V_r) = \frac{1}{8} k_{\phi} c_{\rho} \rho_{\text{в}} \pi d^2 |C_{u_r} - V_r| (C_{u_r} - V_r) \quad (17)$$

где C_{u_r} – радиальная скорость движения воздушного потока в межлопастном пространстве мельницы, м/с;

6) сила тяжести (G), которая определяется по формуле (1).

Ввиду того, что вдоль лопастей ротора частицы материала движутся сплошным потоком, то в первом приближении силой аэродинамического сопротивления воздуха (F_a) можно пренебречь [19, 20]. Проектируя тогда оставшиеся силы на плоскость XY (рис. 3), можно получить следующее дифференциальное уравнение для радиального движения частицы материала вдоль рабочей лопасти мельницы:

$$m \frac{d^2 r}{dt^2} = F_u - F_{mp}, \quad (18)$$

Подставляя в уравнение (18) соответствующие значения сил ($F_{ц}$) и ($F_{тр}$) из формул (13) и (16), получим:

$$m \frac{d^2 r}{dt^2} = m\omega^2 r - 2f m \omega \frac{dr}{dt}, \quad (19)$$

После сокращения на (m) будем иметь

$$\frac{d^2 r}{dt^2} = \omega^2 r - 2f\omega \frac{dr}{dt}, \quad (20)$$

Это линейное дифференциальное уравнение второго порядка. Запишем соответствующее ему характеристическое уравнение:

$$\lambda^2 + 2f\omega\lambda - \omega^2 = 0$$

Корни его вещественны и различны:

$$\lambda_1 = \left(-f + \sqrt{f^2 + 1}\right)\omega > 0$$

$$\lambda_2 = \left(-f - \sqrt{f^2 + 1}\right)\omega < 0$$

Общее решение уравнения (20) имеет вид:

$$r = c_1 \exp(\omega k_1 t) + c_2 \exp(\omega k_2 t), \quad (21)$$

где $k_{1,2} = -f \pm \sqrt{f^2 + 1}$.

Постоянные интегрирования (c_1) и (c_2) определим из начального условия $t = 0$:

$$r = R_1 \text{ и } V_r = C_{1a}$$

где $R_1 = c_1 + c_2$, а $C_{1a} > C_{опт}$.

Далее из уравнения:

$$\frac{dr}{dt} = c_1 \omega k_1 \exp(\omega k_1 t) + c_2 \omega k_2 \exp(\omega k_2 t), \quad (22)$$

найдем, что при $t = 0$:

$$\frac{dr}{dt} = C_{1a} = c_1 \omega k_1 + c_2 \omega k_2,$$

и получим:

$$c_1 = \frac{\frac{C_{1a}}{\omega} - R_1 k_2}{k_1 - k_2}; c_2 = \frac{R_1 k_1 - \frac{C_{1a}}{\omega}}{k_1 - k_2};$$

Подставляя постоянные интегрирования (c_1) и (c_2) в уравнения (21) и (22), окончательно получим:

$$r = \frac{\left(\frac{C_{1a}}{\omega} - R_1 k_2\right) \exp(\omega k_1 t) + \left(R_1 k_1 - \frac{C_{1a}}{\omega}\right) \exp(\omega k_2 t)}{k_1 - k_2}, \text{ м} \quad (23)$$

$$V_r = \frac{dr}{dt} = \frac{(C_{1a} - R_1 k_2 \omega) k_1 \exp(\omega k_1 t)}{k_1 - k_2} + \frac{(R_1 k_1 \omega - C_{1a}) k_2 \exp(\omega k_2 t)}{k_1 - k_2}, \text{ м/с} \quad (24)$$

Тангенциальная скорость (V_r) движения частицы материала в межлопастном пространстве мельницы определяется по следующей формуле:

$$V_r = r\omega, \text{ м/с} \quad (25)$$

С учетом уравнения (23) формула (25) примет вид:

$$V_r = \frac{(C_{1a} - R_1 k_2 \omega) \exp(\omega k_1 t)}{k_1 - k_2} + \frac{(R_1 k_1 \omega - C_{1a}) \exp(\omega k_2 t)}{k_1 - k_2}, \text{ м/с} \quad (26)$$

Тогда абсолютная скорость (V_a) движения частицы материала в межлопастном пространстве мельницы и на выходе из него будет равна:

$$V_a = \sqrt{V_r^2 + V_{\tau}^2}, \text{ м/с} \quad (27)$$

Подставляя в уравнение (27) соответствующие значения скоростей (V_r) и (V_{τ}), из формул (24) и (26), окончательно получим:

$$V_a = \sqrt{\left(\frac{(C_{1a} - \omega R_1 k_2) k_1 \exp(\omega k_1 t) + (\omega R_1 k_1 - C_{1a}) k_2 \exp(\omega k_2 t)}{k_1 - k_2} \right)^2 + \left(\frac{(C_{1a} - \omega R_1 k_2) \exp(\omega k_1 t) + (\omega R_1 k_1 - C_{1a}) \exp(\omega k_2 t)}{k_1 - k_2} \right)^2}, \text{ м/с} \quad (28)$$

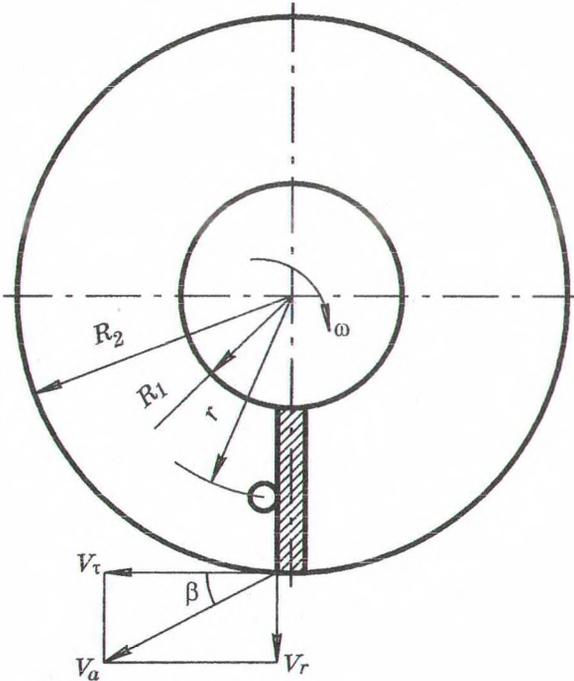


Рис. 4. Треугольник скоростей движущейся частицы измельчаемого материала при ее вылете из ротора мельницы.

Треугольник скоростей движущейся частицы материала, при ее вылете из ротора мельницы, представлен на рис. 4.

Направление вектора полной скорости движения частицы материала (V_a) на выходе из ротора мельницы определяется углом вылета (β , град. рис. 4):

$$tg\beta = \frac{V_r}{V_\tau} \text{ или } \beta = arctg \frac{V_r}{V_\tau}, \text{ град} \quad (29)$$

Расчет оптимальной скорости движения одиночной частицы измельчаемого материала в межлопастном пространстве вихревой мельницы осуществлялся при помощи ЭВМ, а его результаты подробно представлены в следующем подразделе 2.2.3 с целью комплексного отображения конечных данных теоретических исследований.

Расчет скорости движения одиночной частицы измельчаемого материала в кольцевом зазоре между рабочими лопастями и отражательными стержнями мельницы

Основной целью математического моделирования процесса движения одиночной частицы материала в кольцевом зазоре между выходной кромкой рабочих лопастей и отражательными стержнями роторно-центробежной мельницы является определение абсолютной скорости нагружения (U_H) и угла атаки (α) частицы при ударе об отбойную поверхность измельчителя.

Расчет скорости и траектории движения частицы материала в пределах зоны измельчения рабочей камеры мельницы можно осуществить при помощи методики, подробно изложенной и дополненной в работах [21–27].

На одиночную частицу материала (рис. 5), движущуюся во взвешенном состоянии в кольцевом зазоре между выходной кромкой рабочих лопастей и отражательными стержнями мельницы, действует целый комплекс внешних сил. В первую очередь, это: движущая сила инерции (F_H); сила аэродинамического сопротивления воздуха (F_B); сила Магнуса; подъемная сила; сила Архимеда; сила турбулентного массопереноса. Кроме выше перечисленных сил определенное влияние оказывают также: сила тяжести (G); электростатические силы; силы термо- и фотофореза; силы молекулярного взаимодействия [21–23, 26, 27].

Тогда, в общем виде, уравнение движения частицы материала в кольцевом зазоре роторно-центробежной мельницы может быть представлено следующим образом:

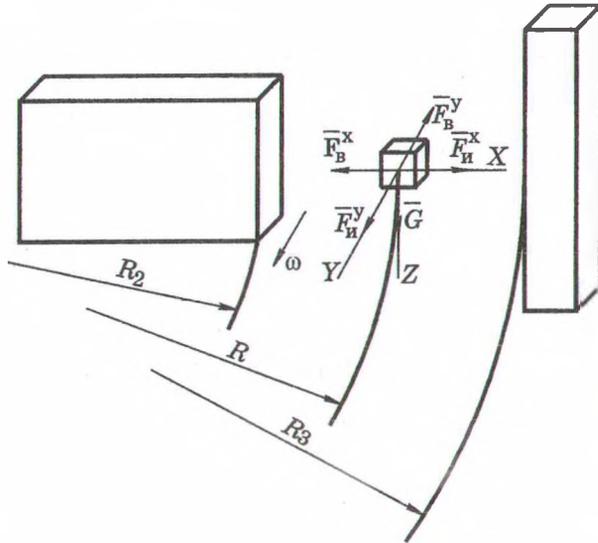


Рис. 5. Силы действующие на одиночную частицу измельчаемого материала при ее движении во взвешенном состоянии в кольцевом зазоре мельницы.

$$m \frac{d\bar{U}}{dt} = \sum_{i=1}^q \bar{F}_i \quad (30)$$

где \bar{U} – вектор скорости движения частицы в кольцевом зазоре, м/с; τ – время движения частицы в кольцевом зазоре мельницы, с; q – количество внешних сил действующих на частицу материала при ее движении в кольцевом зазоре, шт.

Основное влияние на движение частицы материала в кольцевом зазоре между выходной кромкой рабочих лопастей и отражательными стержнями мельницы оказывает сила аэродинамического сопротивления воздуха (F_B) [21], которая в данном случае определяется по следующей формуле [9]:

$$\begin{aligned} \bar{F}_B &= \frac{1}{2} c \rho_a F_m |\bar{W} - \bar{U}| (\bar{W} - \bar{U}) = \\ &= \frac{1}{8} k_\phi c \rho_a \pi d^2 |\bar{W} - \bar{U}| (\bar{W} - \bar{U}) \end{aligned} \quad (31)$$

где \bar{W} – вектор скорости движения воздушного потока в кольцевом зазоре, м/с.

Коэффициент аэродинамического сопротивления (c), входящий в формулу (31), при измельчении частиц материала в воздушной среде свободным ударом,

согласно рекомендациям [26, 28], можно определить по известной формуле Клячко [29]:

$$c = \frac{24}{Re} + \frac{4}{\sqrt[3]{Re}} = \frac{24}{Re} (1 + 0.17 Re^{2/3}) \quad (32)$$

Критерий Рейнольдса (Re), в данном случае, определяется как [9]:

$$Re = \frac{d|\bar{W} - \bar{U}|}{\nu_a} \quad (33)$$

В настоящее время общепринято, при рассмотрении движения частицы материала в воздушном потоке, использовать ряд известных допущений [9].

В виду того, что диаметр (d) частиц исходного материала, подвергающихся измельчению в роторно-центробежной мельнице достаточно мал (порядка $5 \cdot 10^{-3}$ м), $\rho_B \ll \rho_M$, то силой Архимеда, при рассмотрении движения частицы в воздушном потоке, можно пренебречь [21, 9, 30].

Сила Магнуса и подъемная сила, обусловленные вращением частицы материала при ее движении в воздушном потоке, могут быть легко вычислены по известным формулам [30], если в свою очередь известны величина и направление угловой скорости вращения частицы. Согласно исследованиям [9, 27], для частиц материала диаметром $d = 10^{-4} - 10^{-2}$ м, сила Магнуса и подъемная сила на несколько порядков меньше силы аэродинамического сопротивления воздуха (F_B). Поэтому в нашем случае данными силами можно также пренебречь.

Силу термофореза, возникающую из-за наличия градиента температуры воздуха; силу фотофореза, вызываемую неоднородностью излучения; электростатическую силу; силу турбулентного массопереноса и силу молекулярного взаимодействия наиболее целесообразно учитывать для движущихся в воздушном потоке частиц материала диаметром $d < 10^{-6}$ м [31, 32]. Дополнительные силы, характерные для нестационарного движения частицы (сила Бассе, сила эквивалентная воздействию присоединенной массы и др.), существенны в том случае, если плотность несущей среды сравнима с плотностью взвеси или больше ее. Для системы «газ-твердая взвесь» этими силами можно пренебречь [30, 33, 34].

Таким образом, учитывая только движущую силу инерции ($F_{ин}$), силу тяжести (G) и силу аэродинамического сопротивления воздуха (F_B), после проекции их на горизонтальную плоскость XU (рис. 5), получим следующую систему дифференциальных уравнений движения одиночной частицы материала в кольцевом зазоре в цилиндрической системе координат:

$$\begin{cases} m \left(\frac{dU_r}{d\tau} - \frac{U_\tau^2}{R} \right) = F_e^x \\ m \left(\frac{dU_\tau}{d\tau} - \frac{U_r - U_\tau}{R} \right) = F_e^y \\ \frac{dR}{d\tau} = U_r \\ \frac{d\varphi}{d\tau} R = U_\tau \end{cases} \quad (34)$$

Подставляя в систему дифференциальных уравнений (34) выражения (31)–(33), и выполнив соответствующие преобразования, окончательно получим:

$$\begin{cases} \frac{dU_r}{d\tau} = 18 \frac{k_\phi}{d^2} \frac{\rho_e}{\rho_m} (W_r^{cp} - U_r) \left[1 + 0.17 \left(\frac{d|W_r^{cp} - U_r|}{v_e} \right)^{\frac{2}{3}} \right] v_e + \frac{U_\tau^2}{R} \\ \frac{dU_\tau}{d\tau} = 18 \frac{k_\phi}{d^2} \frac{\rho_e}{\rho_m} (W_\tau^{cp} - U_\tau) \left[1 + 0.17 \left(\frac{d|W_\tau^{cp} - U_\tau|}{v_e} \right)^{\frac{2}{3}} \right] v_e + \frac{U_r U_\tau}{R} \\ \frac{dR}{d\tau} = U_r \\ \frac{d\varphi}{d\tau} = \frac{U_\tau}{R} \end{cases} \quad (35)$$

где U_r, U_τ — соответственно радиальная и тангенциальная скорость движения частицы материала в кольцевом зазоре мельницы, м/с; W_r^{cp}, W_τ^{cp} — среднее значение соответственно радиальной и тангенциальной скорости движения воздушного потока в кольцевом зазоре мельницы, м/с; R — текущий радиус движения частицы материала и воздушного потока в кольцевом зазоре ($R = R_2 \div R_3$), м; R_3 — радиус установки отражательных стержней в помольной камере мельницы, м; $d\varphi/d\tau = \omega$ — угловая скорость вращения ротора, рад/с; φ — угол поворота рабочего колеса, рад.

Для того чтобы найти конкретное численное решение системы дифференциальных уравнений (35), кроме начальных условий, необходимо также определиться со средними скоростями воздушного потока (W_r^{cp}) и (W_τ^{cp}).

Треугольники скоростей воздушного потока и одиночной частицы измельчае-

мого материала, движущихся в кольцевом зазоре между выходной кромкой рабочих лопастей и отражательными стержнями мельницы, представлены на рис. 6.

Движение воздушного потока в кольцевом зазоре мельницы носит сложный неустановившейся характер и может считаться турбулентным [17, 12, 26, 35]. Как известно, характерной особенностью турбулентного движения потока жидкости или газа является неупорядоченное изменение скорости, давления и напряжений в каждой его точке по значению и направлению, т. е. не стационарность движения. Поэтому в гидродинамике общепринято рассматривать усредненные характеристики турбулентного потока за такое время, в течение которого отклонение значения рассматриваемой величины от среднего значения во всех возможных направлениях равновероятно [9, 11, 33, 34]. Данное обстоя-

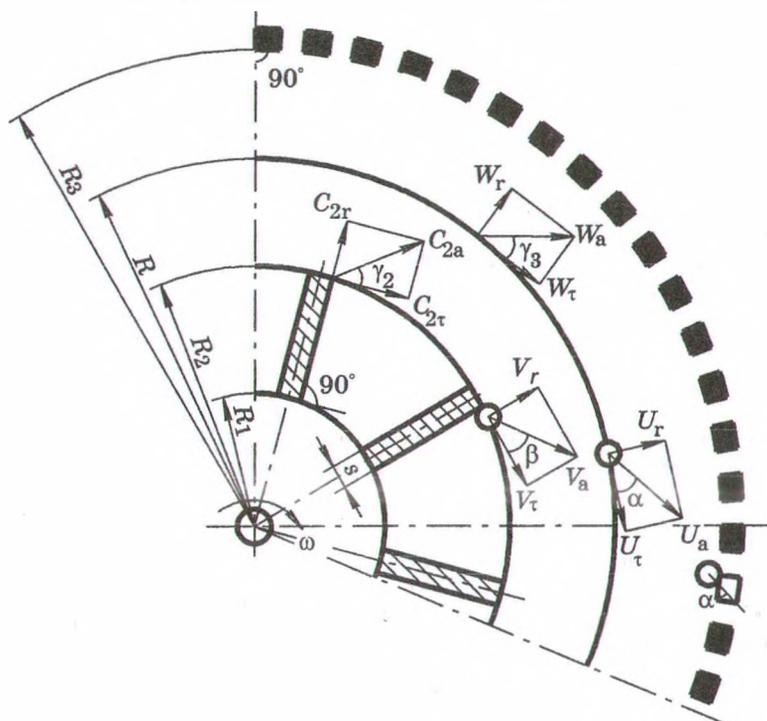


Рис. 6. Треугольники скоростей воздушного потока и одиночной частицы измельчаемого материала, движущихся в кольцевом зазоре мельницы

тельство в полной мере объясняет использование в системе дифференциальных уравнений (35) средних значений радиальной и тангенциальной скоростей движения воздушного потока (W_r^{cp}) и (W_τ^{cp}).

Скорости воздуха на выходе из ротора мельницы (C_2) и в кольцевом зазоре (W) (рис. 6) могут быть легко вычислены при помощи методики, подробно изложенной в работах [13–16].

Тангенциальная скорость воздуха ($C_{2\tau}$) на выходе из ротора мельницы направлена перпендикулярно радиусу вращения колеса и определяется по следующей формуле:

$$C_{2\tau} = R_2 \omega, \text{ м/с} \quad (36)$$

Радиальная скорость воздуха (C_{2r}) на выходе из ротора мельницы направлена по радиусу колеса от центра [36], а ее значение, с учетом загромождения сечения колеса рабочими лопастями и в предположении равномерного заполнения потоком сечения выхода из межлопастного канала [13], определяется по формуле:

$$C_{2r} = \frac{Q}{(2\pi R_2 - zs)h}, \text{ м/с} \quad (37)$$

Абсолютная скорость воздуха (C_{2a}) на выходе из ротора мельницы равняется:

$$C_{2a} = \sqrt{C_{2\tau}^2 + C_{2r}^2}, \text{ м/с} \quad (38)$$

Направление вектора абсолютной скорости воздуха (C_{2a}) на выходе из ротора мельницы определяется углом (γ_2 , град. рис. 6):

$$\text{tg} \gamma_2 = \frac{C_{2r}}{C_{2\tau}} \text{ или } \gamma_2 = \text{arctg} \frac{C_{2r}}{C_{2\tau}}, \text{ град} \quad (39)$$

Рассмотрим теперь движение воздушного потока в кольцевом зазоре роторно-центробежной мельницы (рис. 6).

Тангенциальная скорость движения воздушного потока (W_τ) в кольцевом зазоре, с учетом постоянства момента скорости $RW_\tau = \text{const}$ (поскольку влияние сил трения о стенки мельницы не учитывается) [14], определяется из уравнения:

$$R_2 C_{2\tau} = RW_\tau,$$

откуда

$$W_\tau = C_{2\tau} \frac{R_2}{R}, \text{ м/с} \quad (40)$$

С учетом выражения (36), уравнение (40) примет следующий вид:

$$W_\tau = \omega \frac{R_2^2}{R}. \quad (41)$$

Радиальная скорость движения воздуха (W_r) в кольцевом зазоре определяется из условия неразрывности воздушного потока на выходе из ротора мельницы [14, 11] и представляет собой выражение:

$$W_r = C_{2r} \frac{R_2}{R}, \text{ м/с} \quad (42)$$

$$W_r = \frac{QR_2}{(2\pi R_2 - zs)hR}, \quad (43)$$

Так как скорости воздуха (W_τ) и (W_r) в кольцевом зазоре мельницы определяются по идентичным формулам (40) и (42), то, следовательно, параллелограммы скоростей (W) и (C_2) подобны и существует равенство $\gamma_3 \approx \gamma_2$ (рис. 6). Иными словами, линиями тока воздушного потока в кольцевом зазоре мельницы являются логарифмические спирали [37, 14, 12].

Поскольку тангенциальная (W_τ) и радиальная (W_r) скорости воздуха, при его движении в кольцевом зазоре, изменяются обратно пропорционально текущему радиусу (R), то и полная скорость воздушного потока (W_a) изменяется точно также:

$$W_a = C_{2a} \frac{R_2}{R}, \text{ м/с} \quad (44)$$

С учетом уравнений (36)–(38), формула (44) примет следующий вид:

$$W_a = \frac{R_2}{R} \sqrt{\omega^2 R_2^2 + \frac{Q^2}{(2\pi R_2 - zs)^2 h^2}}, \text{ м/с} \quad (45)$$

Направление вектора абсолютной скорости воздуха (W_a), при его движении в кольцевом зазоре мельницы, определяется углом (γ_3 , град. рис. 6):

$$\text{tg} \gamma_3 = \frac{W_r}{W_\tau} \text{ или } \gamma_3 = \text{arctg} \frac{W_r}{W_\tau}, \text{ град} \quad (46)$$

Среднее значение тангенциальной (W_τ^{cp}) или радиальной (W_r^{cp}) скорости воздуха, при его движении в кольцевом зазоре, можно вычислить как среднее арифметическое по следующей формуле:

$$W_{\tau(r)}^{\text{cp}} = \frac{\sum_{i=1}^{\theta} W_{\tau(r)_i}}{\theta}, \text{ м/с} \quad (47)$$

где θ – количество численных значений тангенциальной (W_τ) или радиальной (W_r) скорости воздуха, подсчитанных по формулам (41) и (43) при различных значениях текущего радиуса (R).

Определившись, таким образом, со средними значениями тангенциальной (W_τ^{cp}) и радиальной (W_r^{cp}) скорости воздуха, вернемся назад к системе дифференциальных уравнений (35) движения одиночной частицы материала в кольцевом зазоре роторно-центробежной мельницы.

Получить аналитическое решение системы дифференциальных уравнений (35), с учетом формул (41), (43) и (47), не представляется возможным. Поэтому расчет системы уравнений (35) осуществлялся численным методом Рунге-Кутты с использованием ЭВМ. При этом за начальные условия принимались следующие: $\tau = 0$; $\varphi = 0$; $R = R_2$; $U_r = V_r$ и $U_\tau = V_\tau$.

Таким образом, решая систему дифференциальных уравнений (35), с учетом формул (41), (43) и (47), а также принимая во внимание выше перечисленные начальные условия, нами были получены численные значения тангенциальной (U_τ) и радиальной (U_r) скорости движения одиночной частицы измельчаемого материала в кольцевом зазоре мельницы при различных значениях текущего радиуса (R).

Абсолютная скорость движения одиночной частицы материала (U_H) в кольцевом зазоре мельницы определяется по следующей формуле:

$$U_H = \sqrt{U_\tau^2 + U_r^2}, \text{ м/с} \quad (48)$$

Направление вектора абсолютной скорости движения одиночной частицы материала (U_H) в кольцевом зазоре мельницы определяется углом атаки (α , град. рис. 6):

$$\text{tg} \alpha = \frac{U_r}{U_\tau} \text{ или } \alpha = \text{arctg} \frac{U_r}{U_\tau}, \text{ град} \quad (49)$$

Так как в роторно-центробежной мельнице с непрерывной проточной

классификацией готового продукта в качестве отбойных элементов используются отражательные стержни прямоугольного сечения, установленные в помольной камере таким образом, что угол между отбойной поверхностью стержней и радиусом мельницы составляет 90° (рис. 6), то угол атаки (α) частицы материала, кроме указания направления вектора абсолютной скорости (U_H), одновременно также является и углом ударного взаимодействия частицы материала с отбойной поверхностью отражательных стержней мельницы.

Результаты математического моделирования представлены на рис. 7 и 8.

Согласно рис. 8, траектория движения частицы материала в кольцевом за-

зоре между выходной кромкой лопастей и отражательными стержнями мельницы представляет собой прямую линию. На наш взгляд, это объясняется тем, что расстояние от выходной кромки разгонных лопастей до отражательной поверхности невелико и составляет порядка 5 мм. Кроме этого здесь очень ярко прослеживается связь между углом вылета частицы материала из ротора (α , град.) и величиной коэффициента трения (f). Согласно расчетам, при $f \approx 0,5$ угол вылета составил $\alpha = 37^\circ$, а при $f \approx 0.9$ этот угол был равен $\alpha = 27^\circ$ (см. рис. 4.). То есть, с увеличением коэффициента трения частицы о разгонные лопасти (f), качество помола исходного материала падает, так как вместе с углом (α , град) уменьшается

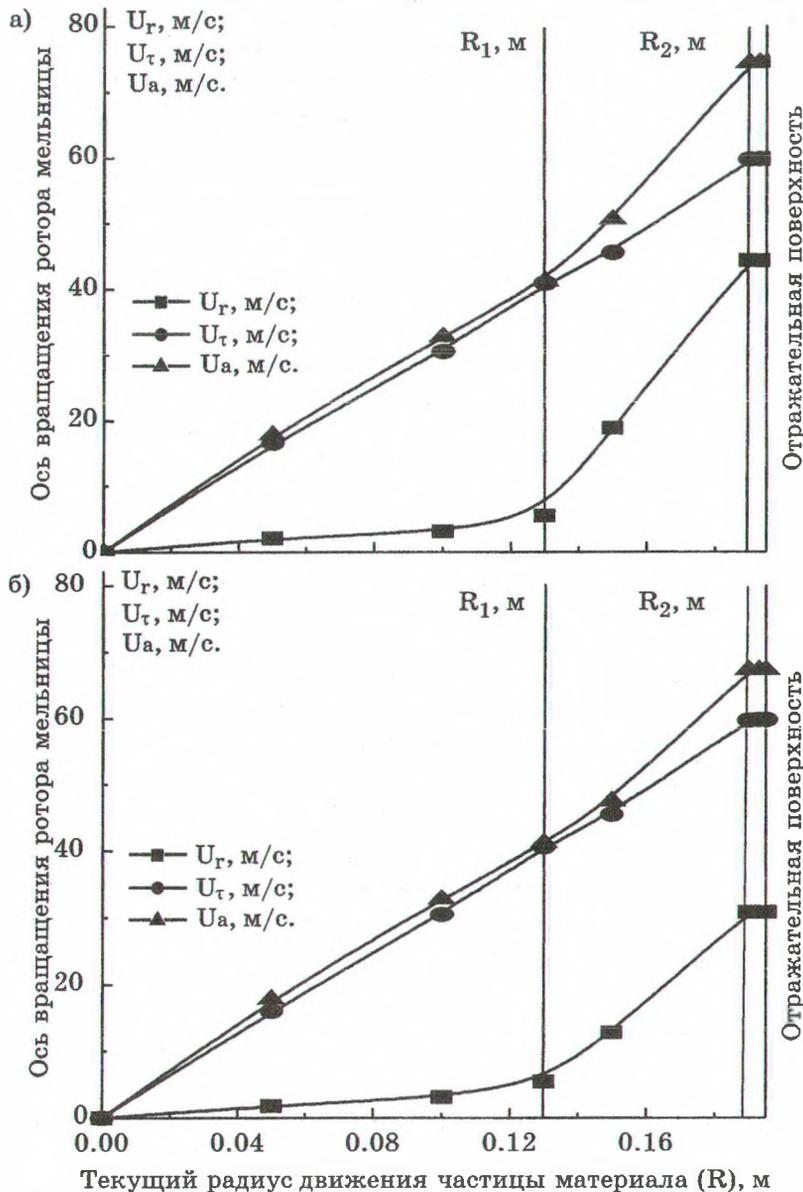


Рис. 7. Профиль распределения тангенциальной (U_r), радиальной (U_t) и абсолютной (U_a , м/с) скорости движения частицы материала в рабочей камере роторно-центробежной мельницы: а) при коэффициенте трения частицы материала о разгонные лопасти равном $f \approx 0.5$; б) при коэффициенте трения частицы материала о разгонные лопасти равном $f \approx 0.9$.

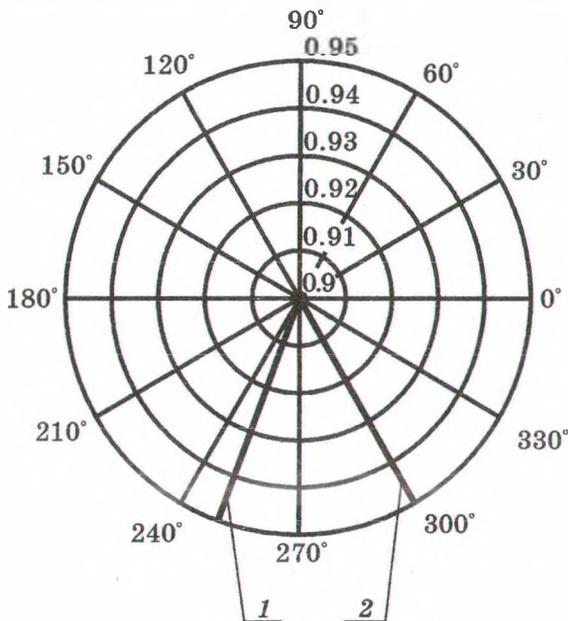


Рис. 8. Траектория движения частицы материала в кольцевом канале между выходной кромкой разгонных лопастей и отражательными стержнями роторно-центробежной мельницы: 1 – при коэффициенте трения частицы материала о разгонные лопасти равном $f \approx 0.5$; 2 – при коэффициенте трения частицы материала о разгонные лопасти равном $f \approx 0.9$.

и скорость ударного взаимодействия частиц материала с отражательной поверхностью мельницы.

Подводя итог всему выше сказанному, можно отметить следующее:

1. Представленная выше математическая модель аэродинамики движения частиц измельчаемого материала в рабочей камере роторно-центробежной мельницы, позволяет с достаточной степенью точности определить траекторию движения и критическую скорость разрушения частиц исходного материала, при различных значениях угловой скорости вращения ротора мельницы.

2. Зная критическую скорость разрушения исходного материала, подсчитанную по классическим формулам теории удара, и сравнивая ее со скоростью разрушения того же материала, рассчитанной по выше приведенной методике, можно без особых усилий определить оп-

тимальный радиус, угловую скорость вращения ротора, мощность электродвигателя мельницы и многое другое. Таким образом, на наш взгляд, предложенная выше математическая модель может быть успешно использована при расчете основных конструктивных и технологических параметров современных измельчителей аналогичного принципа действия.

Условные обозначения

- C_1 – скорость движения воздушного потока на входе в межлопастное пространство мельницы, м/с;
- C_2 – скорость движения воздушного потока на выходе из ротора мельницы, м/с;
- $C_{опт}$ – оптимальная скорость движения воздушного потока на входе в межлопастное пространство мельницы, м/с;
- $C_{об}$ – скорость обтекания частицы материала воздушным потоком, м/с;
- $C_{вит}$ – скорость витания частицы материала, м/с;
- c – коэффициент аэродинамического сопротивления воздуха;
- d – диаметр частиц исходного материала, м;
- F – сила, Н;
- f – коэффициент трения-скольжения частицы материала о поверхность рабочей лопасти мельницы;
- G – сила тяжести, Н;
- g – ускорение свободного падения, м/с²;
- h – высота рабочих лопастей мельницы, м;
- k_f – коэффициент формы частицы;
- m – масса частицы материала до измельчения, кг;
- N – нормальная сила реакции, Н;
- n – частота вращения ротора мельницы, об/мин;
- Q – производительность мельницы по воздуху, м³/с;
- R – текущий радиус движения частицы материала в кольцевом зазоре между выходной кромкой рабочих лопастей и отражательными стержнями мельницы, м;
- Re – критерий Рейнольдса;
- $R_1; R_2$ – внутренний и внешний радиус рабочего колеса мельницы, м;
- R_3 – радиус установки отражательных стержней в помольной камере мельницы, м;

r – текущий радиус движения частицы материала вдоль рабочей лопасти мельницы, м;

s – толщина рабочих лопастей мельницы, м;

t – время движения частицы материала в предлопастном пространстве мельницы, с.;

U – скорость движения частицы материала в кольцевом зазоре между выходной кромкой рабочих лопастей и отражательными стержнями мельницы, м/с;

V – скорость движения частицы материала в межлопастном пространстве мельницы, м/с;

V_u – скорость движения частицы материала в предлопастном пространстве мельницы, м/с;

W – скорость движения воздушного потока в кольцевом зазоре между выходной кромкой рабочих лопастей и отражательными стержнями мельницы, м/с;

ω – угловая скорость вращения ротора мельницы, рад/с;

X, Y, Z – оси декартовой системы координат;

z – количество рабочих лопастей на роторе мельницы, шт.;

α – угол атаки частицы материала, град.;

β – угол вылета частицы материала из ротора мельницы, град.;

δ – ширина зазора между отражательными стержнями мельницы, м;

ρ – плотность, кг/м³;

ν – кинематическая вязкость, м²/с;

γ_1 – угол входа воздушного потока в межлопастное пространство мельницы, град.;

γ_2 – угол выхода воздушного потока из ротора мельницы, град.;

γ_3 – угол атаки воздушного потока, град.;

ξ – коэффициент восстановления частицы материала после удара о жесткую преграду;

τ – время движения частицы материала в кольцевом зазоре между выходной кромкой рабочих лопастей и отражательными стержнями мельницы, с.;

φ – угол поворота ротора мельницы, рад.;

Верхние индексы

v – вертикальная;

h – горизонтальная;

cp – средняя;

x – проекция на ось X ;

y – проекция на ось Y ;

Нижние индексы

a – абсолютная;

v – воздуха;

i – инерции;

$ист$ – истечения;

k – кориолисова;

m – материала;

n – нагружения;

$опт$ – оптимальная;

$тр$ – трения;

$ц$ – центробежная;

$мах$ – максимальная;

r – радиальная;

t – тангенциальная.

Библиография

1. Опыт применения центробежно-ударных измельчителей: Обзорная информация. // Центральный научно-исследовательский институт информатики и технико-экономических исследований черной металлургии. – М., 1991, 25 с. (Черная металлургия. Сер. 4, Вып. 2).
2. Основные тенденции развития рудоразмольного оборудования в СССР и за рубежом: Обзорная информация. // Научно-исследовательский институт информатики и технико-экономических исследований горной промышленности. – М., 1990, 36 с. (Сер. Обогащение руд. Черная металлургия, Вып. 2).
3. Современное дробильно-помольное оборудование: Обзорная информация. // Научно-исследовательский институт информатики и технико-экономических исследований промышленности строительных материалов. – М., 1991, 48 с. (Сер. 4. «Машины и оборудование для промышленности строительных материалов». Вып. 2).
4. Гарабажиу А. А. Энергосберегающая роторно-центробежная мельница

- для тонкого помола сыпучих и кусковых материалов. // Архитектурно-строительное материаловедение на рубеже веков: Материалы докладов Международной интернет-конференции, 20 апр. 2002г. / Минист. образ. РФ. БелГТАСМ. Белгород: Изд-во БелГТАСМ, 2002, с. 26–32.
5. Гарабажиу А. А., Мурог В. Ю. Теоретические исследования процессов измельчения и классификации сыпучих материалов в роторно-центробежной мельнице. // Химическая промышленность, 2003. №5. с. 3–11.
 6. Кафаров В. В. Методы кибернетики в химии и химической технологии. // М., Наука, 1976, 346 с.
 7. Кафаров В. В., Дорохов И. Н., Арутюнов С. Ю. Системный анализ процессов химической технологии. // М., Наука, 1985, 440 с.
 8. Сапожников М. Я. Механическое оборудование предприятий строительных материалов, изделий и конструкций. // М., Высшая школа, 1971, 382 с.
 9. Медников Е. П. Турбулентный перенос и осаждение аэрозолей. // М., Наука, 1980, 324 с.
 10. Соломахова Т. С., Чебышева К. В. Центробежные вентиляторы. // М., Машиностроение, 1980, 326 с.
 11. Справочное пособие по гидравлике, гидромашинам и гидроприводам. Под ред. Б. Б. Некрасова. // Мн., Выш. шк., 1985, 382 с.
 12. Пискунов А. В., Ключков Н. В., Афонин С. Б. Математическая модель аэродинамики воздушного потока в мельнице. // Гидродинамика, тепло- и массообмен в зернистых средах: Межвуз. сб. науч. тр. / Ивановский хим.-технолог. ин-т. – Иваново, 1985, с. 14 ÷ 18.
 13. Центробежные вентиляторы. Под ред. Т. С. Соломаховой. // М., Машиностроение, 1975, 416 с.
 14. Черкасский В. М. Насосы, вентиляторы, компрессоры. // М., Энергоатомиздат, 1984, 380 с.
 15. Волковинский В. А. Системы пылеприготовления с мельницами-вентиляторами. // М., Энергоатомиздат, 1990, 384 с.
 16. Волковинский В. А., Роддатис К. Ф., Дунский В. Д. Исследование влияния геометрических и режимных характеристик рабочего колеса на аэродинамические и размольные показатели мельниц-вентиляторов. // Теплоэнергетика, 1978, № 1, с. 83–87.
 17. Центробежные вентиляторы. Под ред. Т. С. Соломаховой. // М., Машиностроение, 1975, 416 с.
 18. Шалаев Н. Б. Исследование работы мельящих вентиляторов на челябинском буром угле. // Дис. ... канд. техн. наук: 05.14.14. – Свердловск, 1963, 168 с.
 19. Клепиков Н. С. Расчет движения частиц топлива по размольной лопатке мельницы-вентилятора. // Создание топливо пригготовительного оборудования для теплоэнергетических установок: Труды ЦКТИ. / Центр. котл. теплоэнерг. ин-т. – Л., 1989, Вып. 253. с. 71–76.
 20. Смирнов Н. М. Разработка конструкции центробежных противоточных мельниц и методика расчета их основных размеров. // Интенсивная механическая технология сыпучих материалов: Межвуз. сб. науч. тр. / Ивановский хим.-технолог. ин-т. Иваново. 1990. с. 60–69.
 21. Штым А. Н. Аэродинамика циклонно-вихревых камер. // Владивосток, Издательство дальневосточного университета, 1985, 200 с.
 22. Кохно Н. П. Разработка фильтровальных устройств для очистки технологических газов. // Дис. ... канд. техн. наук: 05.17.08. Минск, 1986, 156 с.
 23. Левданский А. Э. Сортировка сыпучих материалов в газоцентробежных и инерционно-отражательных классификаторах. // Дис. ... канд. техн. наук: 05.17.08. – Минск, 1993, 190 с.
 24. Труханович В. Б. Закономерности газо-центробежного разделения суспензии в роторных аппаратах. // Дис. ... канд. техн. наук: 05.17.08. – Минск, 1991, 150 с.
 25. А. М. Волк, А. Н. Ковалев, Н. П. Кохно и др. Расчет оптимальных гидродинамических параметров вихревого разделителя суспензии. // Химическая промышленность, 1990, № 2, с. 48–50.

26. Пискунов А. В., Клочков Н. В., Бобков С. П. Математическая модель мельницы ударно-отражательного действия. // Разработка теории и конструктивного оформления машин и аппаратов интенсивного действия с участием зернистых материалов: Межвуз. сб. науч. тр. / Ивановский хим.-технолог. ин-т. – Иваново, 1984, с. 39–44.
27. Волк А. М. Закономерности процесса разделения суспензий с использованием закрученного газового потока. // Дис. ... канд. техн. наук: 05.17.08. – Минск, 1990, 162 с.
28. Ныч А. М., Блиничев В. Н. Роль газодинамического торможения частиц перед рабочим органом при измельчении свободным ударом. // Разработка теории и конструктивного оформления машин и аппаратов интенсивного действия с участием зернистых материалов: Межвуз. сб. науч. тр. / Ивановский хим.-технолог. ин-т. – Иваново, 1984, с. 35–39.
29. Бусроид Р. Течение газа со взвешенными частицами. // М., Мир, 1975, 378 с.
30. Горбис З. Р., Спокойный Ф. Е. Физическая модель и математическое описание процесса движения мелких частиц в турбулентном потоке газозвеси. // Теплофизика высоких температур, 1977, Т. 15, № 2, с. 399–408.
31. Теплотехнические основы циклонных, топочных и технологических процессов. А. Б. Резняков, Б. П. Устименко, В. В. Вышенский, М. Р. Курмангалиев. // Алма-Ата, Наука, 1974, 374 с.
32. Бабуха Г. Л., Рабинович М. И. Механика и теплообмен потоков полидисперсной газозвеси. // Киев, Наукова думка, 1969, 217 с.
33. Соу С. Л. Гидродинамика многофазных систем. // М., Мир, 1971, 536 с.
34. Фукс А. Н. Механика аэрозолей. // М., Изд. АН СССР, 1955, 352 с.
35. Пискунов А. В., Клочков Н. В., Яшков В. В. Гидродинамика газодисперсного потока в мельнице ударно-отражательного действия. // Техника и технология сыпучих материалов: Межвуз. сб. науч. тр. / Ивановский хим.-технолог. ин-т. – Иваново, 1991, с. 27–32.
36. Гельперин Н. И. Основные процессы и аппараты химической технологии: В 2 кн. // М., Химия, 1981, 812 с.
37. Гольдштик М. А., Сорокин В. Н. О движении частицы в вихревой камере. // Журнал прикладной механики и теплотехнической физики, 1968, № 6, с. 149–152.