УДК 517.91

Студ. В.Р. Сидоренко
Науч. рук. доц. А. М. Волк
(кафедра высшей математики, БГТУ)

ЗАДАЧА ЦИАЛКОВСКОГО

Пусть точка переменной массы или ракета движется прямолинейно в таком называемом, по терминологии Циолковского, свободном пространстве под действием только одной реактивной силы. Считаем, что относительная скорость $\bar{v}_r$, отделения частиц постоянна и направлена в сторону, противоположную скорости $\bar{v}$ движения точки переменной массы. Скорость ракеты в данном случае описывается известным дифференциальным уравнением Мещерского:

$$M\frac{d_v}{d_t} = -\frac{dM}{d_t}v_r. \tag{1}$$

Разделяем переменные и интегрируем обе части:

$$\frac{1}{v_r}\int_{v_0}^{v} dv = -\int_{M_0}^{M}\frac{dM}{M}, \tag{2}$$

где $\bar{v}_0$ – начальная скорость, направленная по реактивной силе; M_0 – начальная масса точки.

Выполняя интегрирование, получим:

$$v = v_0 + v_r \ln\frac{M_0}{M}. \tag{3}$$

Если в формулу (3) подставить значения величин, характеризующих конец горения, когда масса точки (ракеты) состоит только из массы несгоревшей части M_p, то, обозначая через m массу топлива, имеем $M_0 = M_p + m$. Скорости движения v_1 в конце горения будет:

$$v_1 = v_0 + v_r \ln\left(1 + \frac{m}{M_p}\right). \tag{4}$$

Вводя число Циалковского Z = m/M_p, получаем формулу:

$$v_1 = v_0 + v_r \ln(1 + Z). \tag{5}$$

Из формул (4, 5) следует, что скорость ракеты в конце горения зависит от массы топлива m и от скорости горения, т. е. закона изменения массы. Скорость в конце горения можно увеличить увеличением относительной скорости отделения частиц v_r или уменьшением массы ракеты, отбрасывая отработавшие ее ступени.