

Министерство образования  
Республики Беларусь

Учреждение образования  
«БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ  
ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Кафедра полиграфии

## **МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ ПОЛИГРАФИЧЕСКОГО ПРОИЗВОДСТВА**

Методические указания к выполнению  
контрольных работ по одноименному курсу  
для студентов-заочников специальности 1-47 02 01

Минск 2004

УДК 681.3: 655.2

Рассмотрены и рекомендованы к изданию  
редакционно-издательским советом университета.

Составители: Т. А. Долгова, доцент,  
Т. В. Анкуд, ассистент

Рецензенты: доцент кафедры систем  
автоматизированного  
проектирования БНТУ, к. т. н.  
Ковалева И. Л.;  
доцент кафедры информатики и  
вычислительной техники БГТУ,  
к. т. н. Дятко А. А.

По тематическому плану университета изданий  
учебно-методической литературы на 2004 г.

Для студентов-заочников специальности 1-47 02 01  
«Технология полиграфических производств».

© Учреждение образования  
«Белорусский государственный  
технологический  
университет», 2004

© Долгова Т. А.,  
Анкуд Т. В., составление, 2004

## ВВЕДЕНИЕ

Студенты заочного факультета изучают курс «Моделирование технологических процессов полиграфического производства» в основном самостоятельно по литературным источникам, а также в процессе решения типовых и реальных задач, связанных непосредственно с полиграфическим производством. Изучение дисциплины рассчитано на учебный семестр, в течение которого студент должен выполнить контрольную и курсовую работу.

Основная задача контрольной работы — ознакомиться с основными методами математического моделирования, используемыми при изучении и оптимизации технологических процессов в полиграфии, научиться решать типовые задачи. Полученные в ходе выполнения контрольной работы знания и навыки необходимы для выполнения курсовой работы по одноименной дисциплине, а также курсового проекта по дисциплине «Проектирование технологических процессов полиграфического производства» и дипломного проекта в дальнейшем.

Указанная в данной работе литература может быть использована при выполнении контрольной работы [1]–[3], а также при изучении дисциплины в соответствии с программой курса [1], [4]–[9]. Список литературы, необходимой для выполнения курсовой работы, приведен в методических указаниях [9]. В случае необходимости студент может получить устную или письменную консультацию на кафедре. При обращении за консультацией в письменной форме студент должен конкретно указать, что именно ему не ясно. Ответ преподавателя не должен содержать решения задач из контрольной работы студента.

Вариант работы выдается студенту преподавателем во время установочных лекций. Работа должна быть выполнена в ученической тетради от руки.

Работа не будет зачтена в том случае, если в ней будут иметься существенные ошибки или недостаточно полно приведено решение задач. Работа возвращается студенту с замечаниями на доработку. Исправления студент должен вносить в тот же экземпляр работы. Работа, неверно оформленная или выполненная не в соответствии с заданным вариантом, возвращается без рецензирования. В этом случае на повторную проверку студент должен выслать новый экземпляр контрольной работы.

Допущенная к защите контрольная работа предъявляется преподавателю при сдаче зачета по дисциплине. При защите работы студент должен знать ответы на приведенные в данном пособии вопросы для самоконтроля.

## ПРОГРАММА КУРСА «Моделирование технологических процессов полиграфического производства»

**Введение.** Понятие модели. Моделирование как основа проектирования. Модели различных уровней на примере технологического процесса полиграфического производства. Виды моделей, используемых при проектировании. Стадии моделирования. Технологический процесс с позиции теории систем. Основы теории систем. Структура и функции моделируемого объекта. Уровни анализа производства на основе функционально-структурного подхода.

**Поиск оптимальных проектных решений.** Выбор технологического варианта. Определение критерия оптимальности, качественные и количественные критерии. Экспертный опрос на основе метода ранговой корреляции.

Выбор варианта технологии методами сравнения. Метод парных сравнений при проведении экспертного опроса.

Методы оптимизации по времени технологического и производственного процесса при выполнении пакета заказов. Продолжительность и показатели ритмичности производственного процесса.

Расчет коэффициента целесообразности издания.

**Моделирование процессов принятия организационных решений.** Экспертные системы (ЭС) как средство для принятия проектных решений. Возможности и перспективы применения ЭС в полиграфии. Отличительные особенности ЭС. Компоненты ЭС.

**Технико-экономические модели.** Понятие об оптимизации комплексного производственного процесса изготовления печатной продукции. Производственное уравнение, матрица плана.

Оптимизационная модель планирования производства. Целевая функция, ограничения. Особенности оптимизационных задач в полиграфии.

**Новые методы в моделировании.** Понятие о теории фракталов. Использование фрактальных подходов при моделировании в полиграфии. Фрактальные свойства полиграфических материалов.

## 1. ВЫБОР РАЦИОНАЛЬНЫХ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ ВАРИАНТОВ

Для того чтобы выбрать наиболее рациональный технологический вариант, необходимо знать критерий, с помощью которого будут сравниваться возможные варианты изготовления продукции. Для разных видов изданий и конкретных производственных условий эти критерии (целевые установки) различны. По своему характеру они могут быть как количественными, так и качественными.

Количественные критерии могут быть выражены численно в конкретных единицах измерения: себестоимость продукции, время изготовления и т. д. Качественные критерии оцениваются довольно субъективно: удобство использования, эстетический вид и др. Качественной целью (критерием) может служить само качество продукции, которое наряду с численными параметрами (например, поля после обрезки, приводка, угол раскрываемости книжного блока) описывается и другими показателями (например, типографское оформление), которые никаким числом не выражаются.

Наиболее важными критериями являются: себестоимость K1, прибыль K2, качество K3, потребность в количестве и ассортименте изданий K4, производительность процесса K5, использование производственной мощности K6, использование сырья и материалов K7, стоимость реализованной продукции K8, производительность труда K9, соблюдение установленных сроков изготовления K10, затраты рабочего времени K11, непрерывность технологического процесса K12, показатель эффективности производства K13.

Возможно использование комплексной целевой установки, включающей несколько критериев. В зависимости от поставленной задачи можно производить выбор наиболее важного критерия для каждого вида изданий или группы изданий. Число критериев и их состав может изменяться в зависимости от характера производства.

Для определения критерия оптимальности, на основании которого будет выбран наилучший технологический вариант, наиболее приемлем экспертный опрос.

Для того чтобы выбрать технологический вариант, отвечающий критерию оптимальности, можно непосредственно рассчитать значения критерия (например, найти себестоимость продукции,

Таблица 1.1

Эксперты	Критерий					
	К1 (№ 1)	К3 (№ 2)	К4 (№ 3)	К8 (№ 4)	К10 (№ 5)	К12 (№ 6)
1	2 <sup>3</sup>	3 <sup>4</sup>	1 <sup>1</sup>	4 <sup>6</sup>	1 <sup>2</sup>	3 <sup>5</sup>
2	1 <sup>1</sup>	2 <sup>2</sup>	2 <sup>3</sup>	3 <sup>5</sup>	2 <sup>4</sup>	4 <sup>6</sup>
3	1	4	1	3	2	4
4	2	3	2	4	3	2
5	2	2	1	3	2	4

соответствующую каждому технологическому варианту, и отдать предпочтение варианту с минимальной себестоимостью), либо использовать сравнение вариантов методами регрессии. Такие расчеты могут быть довольно трудоёмкими. Они невозможны в том случае, если критерии оптимальности не поддаются количественному описанию.

Поэтому наиболее простым способом решения является использование экспертного опроса. В качестве экспертов должны быть задействованы различные категории людей: непосредственные изготовители продукции; контролеры, экономисты и руководители предприятия; работники торговых организаций и потребители. Качество такого опроса во многом зависит от числа и квалификации экспертов.

Далее рассматриваются *метод ранговой корреляции* для выбора критерия оптимальности и *метод парных сравнений* для выбора наилучшего технологического варианта. Все задачи, рассмотренные и предлагаемые для решения, носят учебный характер.

### 1.1. Выбор критерия оптимальности на основе метода ранговой корреляции

#### Теоретические сведения

Экспертный опрос на основе метода ранговой корреляции основан на том, что каждый из  $m$  экспертов, участвующих в опросе, присваивает каждому из оцениваемых  $n$  объектов (критериев) некоторое ранговое число. При этом наиболее важный критерий занимает 1-ое место (получает ранг 1), следующий — ранг 2 и т. д. в порядке убывания значимости. Если число рангов  $k$  не совпадает с числом объектов  $n$ , то эксперт присваивает разным объектам один и тот же ранг.

Обозначим через  $u_{ij}$  ранговое число, которое  $i$ -ый эксперт присвоил  $j$ -му объекту, причем  $i = 1, 2, \dots, m$  и  $j = 1, 2, \dots, n$ .

Рассмотрим пример, когда 5 экспертов оценивают 6 критериев по *четырёхбалльной системе*, т. е. наименее важному критерию присваивается ранг, равный 4. Тогда результаты экспертного опроса можно представить в виде таблицы 1.1.

Чаще всего число рангов меньше, чем число оцениваемых объектов ( $k < n$ ), поэтому для обеспечения возможности применения метода ранговой корреляции объектам присваивают так называемые нормированные ранги.

Рассмотрим подробнее процедуру нормирования. В каждой строке ранговым числам присваиваются последовательно неповторяющиеся места, а затем определяется среднее арифметическое суммы мест, которые занимают объекты с одинаковыми рангами. Это значение записывается в новую нормированную матрицу на место соответствующего ранга.

Например, для первого эксперта ранг 1 повторяется два раза, т. к. он присвоен третьему и пятому объектам (К4 и К10), которые, соответственно, имеют места 1 и 2. Следовательно, нормированный ранг этих объектов, представляющий собой среднее арифметическое их мест, равен  $(1 + 2)/2 = 1,5$ . Это значение в новой матрице будет стоять в первой строке в третьей и пятой ячейках (см. табл. 1.2).

Места можно подписывать в исходной матрице, как в первой и второй строке табл. 1.1, в верхнем правом углу ячейки.

Ранговое число 2 повторяется в первой строке один раз, поэтому ему присваивается следующее место — 3, которое и будет новым нормированным рангом (первая ячейка). Рангу 3 будут присвоены места 4 и 5, а значение  $(4 + 5)/2 = 4,5$  займет в новой матрице вторую и шестую ячейки, где в первоначальной матрице находилась цифра 3. Четвертому рангу, который повторяется один раз, соответствует место 6, которое и будет его нормированным значением. Во второй строке первый ранг, встречающийся один раз, не меняется; рангу 2 соответствуют места 2–4 и нормированное значение  $(2 + 3 + 4)/3 = 3$ ; встречающимся по одному разу рангам 3 и 4 соответствуют нормированные значения, равные их местам, соответственно, — 5 и 6.

Таким же образом определяются нормированные ранги и для остальных объектов. В результате нормирования матрица приобретает вид (см. табл. 1.2). Последняя строка табл. 1.2 содержит суммы нормированных рангов для каждого критерия.

В эту матрицу введем столбец  $T_i$ , который будет далее использован для оценки достоверности полученных результатов. Величины  $T_i$  рассчитываются по формуле

$$T_i = \sum (t_j^3 - t_j), \quad (1.1)$$

где  $t_j$  — число повторений  $j$ -го рангового числа в  $i$ -ой строке.

В примере с четырехбалльной системой оценок число слагаемых в формуле (1.1) равно 4. Для первого эксперта ранги 1, 2, 3 и 4 повторялись 2, 1, 2 и 1 раз соответственно:  $T_1 = (2^3 - 2) + (1^3 - 1) + (2^3 - 2) + (1^3 - 1) = 12$ . Для второго эксперта:  $T_2 = (1^3 - 1) + (3^3 - 3) + (1^3 - 1) + (1^3 - 1) = 24$ . Аналогично вычисляются все значения последнего столбца табл. 1.2.

Таблица 1.2

Эксперты	Критерии						$T_i$
	K1	K3	K4	K8	K10	K12	
1	3	4,5	1,5	6	1,5	4,5	12
2	1	3	3	5	3	6	24
3	1,5	5,5	1,5	4	3	5,5	12
4	2,5	4,5	1	6	4,5	2,5	12
5	3	3	1	5	3	6	24
$\sum_{i=1}^5$	11	20,5	8	26	15	14,5	84

Поскольку более важный критерий имеет меньший ранг (это условие при нормировании сохраняется), то наиважнейшему критерию будет соответствовать минимальная сумма нормированных рангов, т.е. все эксперты оценили этот критерий относительно небольшим числом.

Как видно из вышеприведенного примера, первое место и наибольшее предпочтение должны быть отданы третьему объекту, второе место — первому, третье место — шестому, четвертое место — пятому, пятое место — второму, шестое место — четвертому и т.д. Следовательно, наиважнейшим признан критерий K4 — потребность в количестве и ассортименте изданий, вторым по значимости является критерий K1 — себестоимость.

Степень согласованности мнений экспертов оценивается с помощью коэффициента конкордации Кендалла, который рассчитывается по формуле

$$W = \frac{12s}{m^2(n^3 - n) - b}, \quad (1.2)$$

где  $s$  и  $b$  вычисляются следующим образом:

$$s = \sum_{j=1}^n \left\{ \sum_{i=1}^m u_{ij} - \frac{1}{2} m(n+1) \right\}^2, \quad b = m \sum_{i=1}^m T_i. \quad (1.3)$$

Используемые здесь суммы  $\sum_{i=1}^m u_{ij}$  и  $\sum_{i=1}^m T_i$  берутся из последней

строки табл. 1.2.

Коэффициент Кендалла может изменяться от 0 до 1, причем чем ближе его значение к единице, тем выше согласованность мнений экспертов относительно оцениваемых объектов. При  $W > 0,5$  мнение экспертов согласовано более чем на 50%, следовательно, результаты опроса могут быть использованы в дальнейшем. При  $W \leq 0,5$  мнение не согласовано, поэтому необходимо проводить новый экспертный опрос.

При расчете  $s$  вычисляется  $m(n+1)/2 = 5(6+1)/2 = 17,5$ ,

тогда

$$s = (11 - 17,5)^2 + (20,5 - 17,5)^2 + (8 - 17,5)^2 + (26 - 17,5)^2 + (15 - 17,5)^2 + (14,5 - 17,5)^2 = 229,$$

$$b = 5 \times 84 = 420$$

$$\text{и } W = (12 \times 229) / (5^2(6^3 - 6) - 420) = 0,57.$$

Мнение экспертов согласовано на 57%.

### Задания для выполнения

Результаты экспертного опроса с пятью рангами заданы в таблице ниже. Определите наиважнейший и следующий по значимости критерии и оцените степень согласованности мнений экспертов.

№ 1

Эксперты	K1	K2	K4	K8	K11
1	4	2	1	2	3
2	4	3	3	1	2
3	4	4	1	2	3
4	3	4	1	3	2
5	3	4	1	1	2
6	4	4	2	1	3

№ 3

№ 2

Эксперты	K3	K5	K7	K9	K10	K12
1	1	2	2	4	4	3
2	2	3	1	3	4	4
3	1	2	2	4	3	3
4	1	1	2	3	4	4
5	2	2	1	4	4	3

№ 4

Эксперты	K2	K4	K5	K9	K10
1	1	2	4	2	3
2	1	3	2	4	2
3	1	4	2	2	3
4	2	4	3	1	2
5	2	4	3	1	2
6	1	2	3	4	3

№ 5

Эксперты	K3	K4	K5	K7	K9
1	1	3	2	4	2
2	2	1	3	4	2
3	1	2	1	4	3
4	2	2	1	4	3
5	2	1	3	4	2
6	2	1	1	3	2

Эксперты	K1	K3	K5	K6	K7	K11
1	2	4	3	2	1	1
2	1	3	4	2	1	1
3	2	2	4	1	1	3
4	1	3	4	3	2	1
5	2	4	3	2	3	1

№ 6

Эксперты	K2	K5	K8	K9	K11	K12
1	4	3	2	1	4	3
2	2	3	1	2	4	4
3	4	2	2	1	3	3
4	3	3	2	1	4	4
5	2	2	1	1	4	3

### Вопросы для самоконтроля

1. В чем заключается сущность метода ранговой корреляции?
2. Можно ли разным критериям присваивать одинаковые ранги?
3. Почему наимважнейшему критерию соответствует минимальная сумма нормированных рангов?
4. Каким образом проводится нормирование?
5. Для чего необходимо использовать коэффициент  $W$  и какие значения он может принимать?

## 1.2. Метод парных сравнений для выбора наилучшего технологического варианта

Эксперты в соответствии с целевой установкой (выбранным критерием оптимальности) попарно оценивают предложенные технологические варианты. Число экспертов —  $m$ , количество вариантов —  $n$ . Каждый эксперт заполняет одну таблицу (см. табл. 1.3), элементы которой  $a_{ij} = 1$ , если  $i$ -ый вариант с точки зрения критерия оптимальности лучше  $j$ -го, если  $i$ -ый вариант хуже  $j$ -го —  $a_{ij} = 0$ . Вариант, находящийся в определенной строке, поочередно сравнивается с вариантами всех столбцов. Вариант сам с

собой не сравнивается, поэтому диагональные ячейки табл. 1.3 не заполняются.

Таблица 1.3

		Эксперт 1				Эксперт 2				Эксперт 3				Эксперт 4				Эксперт 5						
Вариант	анг	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4			
		1	–	0	0	0	1	–	0	0	0	1	–	0	0	0	1	–	0	0	0	1	–	0
2	1	–	0	1	2	1	–	0	1	2	1	–	1	0	2	1	–	0	1	2	1	–	0	1
3	1	1	–	0	3	1	1	–	1	3	1	0	–	1	3	1	1	–	1	3	1	1	–	0
4	1	0	1	–	4	1	0	0	–	4	1	1	0	–	4	1	0	0	–	4	1	0	1	–

Например, если 4-ый вариант лучше второго, то  $a_{42} = 1$ , тогда, соответственно, второй вариант хуже четвертого и  $a_{24} = 0$ . Таким образом, всегда выполняется условие  $a_{ij} + a_{ji} = 1$ , и эксперт может заполнить только часть таблицы (выше или ниже диагонали), а в оставшейся части таблицы можно записать соответствующие противоположные элементы.

Все  $m$  заполненных таблиц складываются поэлементно (табл. 1.4). В результате получается таблица с элементами  $b_{ij}$ , где максимальный элемент не больше  $m$ . Если все эксперты решили, что  $i$ -ый вариант лучше  $j$ -го, то  $b_{ij} = m$ , а противоположный элемент  $b_{ji} = 0$ ; если, например, два из них с этим не согласны, то  $b_{ij} = m - 2$  и  $b_{ji} = 2$ . Для результирующей таблицы выполняется условие  $b_{ij} + b_{ji} = m$ .

Таблица 1.4

Вариант	1	2	3	4	Сумма	Ранг
1	–	0	0	0	0	4
2	5	–	1	4	10	2
3	5	4	–	3	12	1
4	5	1	2	–	8	3

Сумма в каждой строке показывает, сколько всего раз этот вариант предпочли всем остальным. Максимальное значение суммы соответствует наилучшему варианту технологии, которому присваивается первый ранг, и далее по порядку.

В случае, если несколько вариантов равнозначны, процедура парных сравнений повторяется для следующего по важности критерия оптимальности (см. разд. 1.1).

Степень согласованности мнений экспертов оценивается с помощью коэффициента, который рассчитывается по формуле

$$V = \frac{4Q}{m \cdot n(m-1)(n-1)}, \quad (1.4)$$

где  $Q$  вычисляется по формуле

$$Q = \sum_{i=1}^n \sum_{j=i+1}^n (b_{ij})^2 - m \sum_{i=1}^n \sum_{j=i+1}^n b_{ij} + \frac{n(n-1)}{2} \cdot \frac{m(m-1)}{2}. \quad (1.5)$$

Необходимо обратить внимание на то, что при вычислении  $Q$  суммируются элементы таблицы, для которых номер столбца  $j$  больше номера строки  $i$ , — это элементы, расположенные выше основной диагонали.

Мнение экспертов считается согласованным, если  $V > 0,5$ .

Для рассматриваемого примера наилучшим является третий технологический вариант.

$$Q = 0^2 + 0^2 + 0^2 + 1^2 + 4^2 + 3^2 - 5(0 + 0 + 0 + 1 + 4 + 3) + 60 = 46,$$

$$V = 4 \times 46 / (5 \times 4 \times (5 - 1) \times (4 - 1)) = 0,77.$$

Таким образом, мнение экспертов согласовано на 77%.

### Задания для выполнения

Каждый из экспертов заполнил верхнюю часть своей таблицы парных сравнений. Заполните нижние части таблиц соответствующими элементами. Определите наилучший технологический вариант и степень согласованности мнений экспертов.

#### № 1

-	1	1	1
	-	1	1
		-	1
			-

-	0	1	1
	-	1	1
		-	0
			-

-	1	1	1
	-	1	0
		-	0
			-

-	1	1	1
	-	1	1
		-	0
			-

-	0	1	1
	-	0	1
		-	0
			-

#### № 2

-	0	0	0	0
	-	0	0	1
		-	1	0
			-	0
				-

-	1	0	0	0
	-	0	1	0
		-	0	0
			-	0
				-

-	0	0	0	0
	-	0	0	0
		-	1	1
			-	0
				-

-	0	0	0	0
	-	0	1	1
		-	1	0
			-	0
				-

#### № 3

-	0	1	1
	-	0	0
		-	0
			-

-	0	0	1
	-	1	0
		-	0
			-

-	1	0	0
	-	0	0
		-	0
			-

-	0	1	0
	-	0	1
		-	0
			-

-	0	1	1
	-	0	0
		-	0
			-

#### № 4

-	0	0	0	0
	-	0	0	1
		-	1	1
			-	0
				-

-	1	0	0	1
	-	0	1	0
		-	0	1
			-	0
				-

-	0	0	0	0
	-	0	0	0
		-	1	1
			-	0
				-

-	0	0	0	0
	-	0	0	1
		-	1	1
			-	0
				-

#### № 5

-	0	0	0
	-	1	1
		-	1
			-

-	0	0	1
	-	1	1
		-	0
			-

-	0	1	1
	-	1	0
		-	0
			-

-	0	0	1
	-	1	1
		-	1
			-

-	0	1	1
	-	0	1
		-	0
			-

#### № 6

-	1	1	1	0
	-	1	0	1
		-	1	1
			-	0
				-

-	1	1	0	1
	-	1	1	1
		-	0	1
			-	0
				-

-	1	1	1	1
	-	1	1	1
		-	1	1
			-	0
				-

-	1	1	0	0
	-	1	1	1
		-	1	1
			-	0
				-

### Вопросы для самоконтроля

1. В чем заключается сущность метода парных сравнений?
2. Какие элементы таблицы сравнений эксперт может не заполнять и почему?
3. Чему в результирующей таблице равен элемент  $b_{32}$ , если при 5-ти экспертах  $b_{23} = 2$ ?
4. Какие соотношения выполняются для элементов таблицы одного эксперта и результирующей таблицы и почему?
5. Для чего необходим коэффициент  $V$  и чему он может быть равен?

## 2. ОПТИМАЛЬНАЯ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЬ ЗАПУСКА ИЗДАНИЙ В ПРОИЗВОДСТВО

Технологический процесс представляет собой определенную последовательность операций. Порядок прохождения заказов по цехам, участкам, операциям, машинам не может быть изменен (могут только отсутствовать некоторые операции). Однако при выполнении пакета заказов есть возможность оптимизировать производственный процесс по времени, изменяя порядок выполнения заказов.

Число возможных решений при прохождении  $m$  заказов по  $n$  машинам (участкам, операциям и т. п.) равно  $m!$  (число всевозможных перестановок заказов), например, для четырех изданий — это число  $4! = 24$ . Для каждой из возможных последовательностей заказов определяется продолжительность всего производственного процесса и выбирается наименее продолжительный вариант.

Кроме общей продолжительности процесса при оценке каждого варианта рассматриваются и другие показатели ритмичности производства. Они также учитываются при выборе оптимальной последовательности выполнения заказов при одинаковых продолжительностях соответствующих производственных процессов.

### 2.1. Продолжительность производственного процесса

#### Теоретические сведения

Пусть известно время обработки каждого  $i$ -го заказа ( $i = 1, 2, \dots, m$ ) на  $j$ -ой машине ( $j = 1, 2, \dots, n$ ) —  $t_{ij}$ . Время обычно задается в часах, поэтому характеристики производственного процесса также рассчитываются в часах. Однако, если рассматриваемые машины имеют разную сменность работы, то необходимо перевести время обработки  $t_{ij}$  в рабочие дни, иначе можно получить неверные результаты (см. пример ниже).

Матрица затрат времени на обработку (в часах) имеет структуру, аналогичную структуре, приведенной в табл. 2.1. Матрицу затрат времени в днях получают путем деления времени в часах на число рабочих часов в день для соответствующей машины. Пусть, например (табл. 2.1), первая машина работает в две смены, а

вторая и третья — в одну, т. е. в день они работают по 16 ч, 8 ч и 8 ч соответственно. Затраты времени в днях представлены в табл. 2.2 (первый столбец исходной матрицы разделен на 16, другие — на 8).

Т а б л и ц а 2.1  
Время обработки  $t_{ij}$ , ч

Заказы	Машины		
	1	2	3
1	16	56	24
2	64	40	48
3	32	64	72

Т а б л и ц а 2.2  
Время обработки  $t_{ij}$ , дни

Заказы	Машины		
	1	2	3
1	1	7	3
2	4	5	6
3	2	8	9

На основании вышеприведенных матриц составляются матрицы продолжительности обработки заказов в часах (табл. 2.3) и днях (табл. 2.4) соответственно. Здесь  $d_{ij}$  — время окончания обработки  $i$ -го заказа на  $j$ -ой машине от начала производственного процесса.

Начало производственного процесса совпадает с началом обработки первого заказа на первой машине. Следовательно, время окончания обработки первого заказа на первой машине равно продолжительности его обработки на этой машине  $d_{11} = t_{11}$ . Затем первый заказ поступит на вторую машину, где его обработка завершится через  $t_{12}$  часов (дней) в момент  $d_{12} = d_{11} + t_{12} = t_{11} + t_{12}$ . Добавив к этому время его обработки на третьей машине  $t_{13}$ , рассчитаем время окончания обработки первого заказа  $d_{13} = d_{12} + t_{13} = t_{11} + t_{12} + t_{13}$ .

Второй заказ поступит на первую машину только тогда, когда на ней завершится обработка первого заказа ( $d_{12}$ ). Обработка второго заказа на первой машине закончится в момент  $d_{21} = d_{11} + t_{21} = t_{11} + t_{21}$ . С этого времени на первой машине начнется обработка третьего заказа и закончится через  $t_{31}$  часов в момент  $d_{31} = d_{21} + t_{31} = t_{11} + t_{21} + t_{31}$ .

Таким образом, первый элемент  $d$  равен первому элементу матрицы  $t$ , к которому для получения первой строки последовательно добавляются элементы матрицы  $t$  с теми же номерами. Также вычисляются первый столбец матрицы  $d$ .

Второй заказ поступит на вторую машину после того, как он будет обработан на первой и когда вторая машина станет свободна после выполнения первого заказа. Следовательно, начало процесса обработки  $i$ -го заказа на  $j$ -ой машине зависит от того, что произойдет позже: освободится эта машина от предыдущего



заказа —  $d_{i-1,j}$  или завершится обработка рассматриваемого заказа на предыдущей машине —  $d_{i,j-1}$ . В первом случае  $i$ -ый заказ пролеживает между  $(j-1)$ -ой и  $j$ -ой операциями, во втором — простаивает машина в ожидании очередного заказа. Окончание обработки вычисляем по формуле  $d_{i,j} = \max(d_{i-1,j}, d_{i,j-1}) + t_{i,j}$ .

Значит, для нахождения очередного элемента матрицы  $d$  (первые строка и столбец уже заполнены) выбирается максимум из двух соседних чисел (одно — из предыдущей строки, другое — из предыдущего столбца) и добавляется величина из матрицы  $t$ , номер которой совпадает с номером искомого элемента. Например, для рассматриваемой задачи в часах:  $d_{22} = \max(d_{12}, d_{21}) + t_{22} = \max(72, 80) + 40 = 120$ , в днях:  $d_{32} = \max(d_{22}, d_{31}) + t_{32} = \max(13, 7) + 8 = 21$ .

Время окончания обработки последнего заказа на последней машине  $d_{mn}$  — общая продолжительность процесса.

В примерах она равна 256 ч и 30 дней. Заметим, что при односменной работе 256 ч будут эквивалентны  $256 / 8 = 32$  рабочим дням.

Таблица 2.3

Продолжительность обработки  $d_{ij}$ , ч

Заказы	Машины		
	1	2	3
1	16	72	96
2	80	120	168
3	112	184	256

Таблица 2.4

Продолжительность обработки  $d_{ij}$ , дни

Заказы	Машины		
	1	2	3
1	1	8	11
2	5	13	19
3	7	21	30

Аналогичным образом можно найти продолжительность производственного процесса для других последовательностей запуска заказов в производство. При изменении очередности выполнения заказов следует в исходной матрице  $t$  соответствующим образом переставить строки.

Рассмотрим, например, последовательность 2–3–1 для исходной матрицы из табл. 2.2. Переставив строки, получим табл. 2.5, а соответствующая ей матрица продолжительности представлена в табл. 2.6. Как видно, новый порядок выполнения заказов позволяет сократить продолжительность обработки до 29 дней по сравнению с первоначальным вариантом (для последовательности 1–2–3 продолжительность — 30 дней).

Таблица 2.5

Время обработки  $t_{ij}$ , дни

Заказы	Машины		
	1	2	3
1	4	5	6
2	2	8	9
3	1	7	3

Таблица 2.6

Продолжительность обработки  $d_{ij}$ , дни

Заказы	Машины		
	1	2	3
1	4	9	15
2	6	17	26
3	7	24	29

### Задания для выполнения

Для матрицы времени обработки (при последовательности 1–2–3) записать матрицу продолжительности обработки, определить общую продолжительность производственного процесса.

Для всех заданных последовательностей запуска изданий в производство составить матрицы времени и продолжительности обработки. По результатам расчетов определить оптимальную последовательность.

№ 1

48	32	96	120
24	36	64	96
32	48	88	104
48	32	72	112

2–3–1–4  
1–3–2–4  
2–4–1–3

№ 4

87	12	45	123
56	20	56	110
40	32	41	116

3–1–2  
2–3–1  
1–3–2

№ 2

12	5	44	18	13
5	3	12	34	11
10	7	30	25	16

2–3–1  
1–3–2  
2–1–3

№ 5

12	28	8	12
24	30	6	18
20	24	12	32
16	24	10	12

3–1–2–4  
4–1–3–2  
2–4–1–3

№ 3

48	8	48
64	16	32
40	28	32
32	24	40
48	38	44

1–3–2–5–4  
2–3–5–4–1  
5–4–3–1–2

№ 6

56	32	8
46	16	12
40	28	12
42	24	14
48	38	14

1–4–2–5–3  
2–3–5–1–4  
5–4–3–1–2

### Вопросы для самоконтроля

1. Что означает элемент матрицы  $t$ ?
2. Что такое продолжительность обработки  $d_{i,j}$ , как ее найти?

3. Как определить оптимальную последовательность запуска изданий в производство?
4. Чему равна общая продолжительность производственного процесса?

## 2.2. Показатели производственной программы

### Теоретические сведения

На основании матриц времени и продолжительности обработки ( $t$  и  $d$ ) рассчитываются нижеприведенные показатели производственной программы.

Чистое время обработки  $i$ -го заказа — это сумма элементов в соответствующей строке

$$T_i = \sum_{j=1}^n t_{ij}. \quad (2.1)$$

Общая продолжительность обработки  $i$ -го заказа — это разница между моментами, когда заказ заканчивает обрабатываться на последней ( $n$ -ой) машине и когда начинает обрабатываться на первой (т. е. когда первая машина освободилась от предыдущего заказа)

$$D_i = d_{in} - d_{i-1,1}. \quad (2.2)$$

Время пролеживания  $i$ -го заказа в процессе обработки

$$L_i = D_i - T_i. \quad (2.3)$$

Доля эффективной работы в процессе обработки  $i$ -го заказа  $a_i$  — это отношение чистого времени обработки к продолжительности с учетом простоев; среднее арифметическое этого показателя по всем заказам есть значение доли эффективной работы над заказами

$$a_i = T_i / D_i, \quad a_{cp} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m a_i. \quad (2.4)$$

Понятно, что для первого заказа, перед обработкой которого машины не заняты, эффективность обработки 100%-ная:  $L_1 = 0, a_1 = 1$ .

Аналогичным образом вводятся формулы, характеризующие ритмичность работы  $j$ -ой машины.

Чистое время работы (сумма времен в соответствующем столбце)

$$M_j = \sum_{i=1}^m t_{ij}. \quad (2.5)$$

Общая загрузка машины от начала ее работы над первым заказом (момент окончания обработки первого заказа на предыдущей машине) до завершения обработки последнего заказа ( $m$ -го)

$$B_j = d_{m,j} - d_{1,j-1}. \quad (2.6)$$

Простои машины составляют

$$S_j = B_j - M_j. \quad (2.7)$$

Уровень использования машины  $p_i$  и средний уровень использования мощностей

$$p_i = M_j / B_j, \quad p_{cp} = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n p_j. \quad (2.8)$$

В табл. 2.7 и 2.8 представлены результаты расчетов этих показателей для рассматриваемого примера. Расчеты выполнялись в часах и днях соответственно.

Таблица 2.7

Показатели	Заказы		
	1	2	3
$T_i$ , ч	96	152	168
$D_i$ , ч	96	152	176
$L_i$ , ч	0	0	8
$a_i$	1	1	0,95
$a_{cp}$	0,98		
	Машины		
	1	2	3
$M_j$ , ч	112	160	144
$B_j$ , ч	112	168	184
$S_j$ , ч	0	8	40
$p_j$	1	0,95	0,78
$p_{cp}$	0,91		

Таблица 2.8

Показатели	Заказы		
	1	2	3
$T_i$ , дни	11	15	19
$D_i$ , дни	11	18	25
$L_i$ , дни	0	3	6
$a_i$	1	0,83	0,76
$a_{cp}$	0,86		
	Машины		
	1	2	3
$M_j$ , дни	7	20	18
$B_j$ , дни	7	20	22
$S_j$ , дни	0	0	4
$p_j$	1	1	0,82
$p_{cp}$	0,94		

### Задания для выполнения

Для заданной в п. 2.1. исходной матрицы времени обработки найти все указанные показатели программы выпуска, записывая подробно используемые для этого формулы и подставленные в них значения.

### Вопросы для самоконтроля

1. Какие параметры характеризуют ритмичность работы оборудования?
2. Что характеризуют величины  $a_i$  и  $a_{cp}$ ?
3. Может ли быть  $p_1$  меньше единицы и почему?
4. В каких единицах определяют показатели программы выпуска, есть ли разница при их использовании?

## 3. АППРОКСИМАЦИЯ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ ДАННЫХ

### Теоретические сведения

При моделировании различных процессов часто приходится иметь дело с функциями, заданными таблично, когда конкретные значения некоторой физической величины  $y_i$  получены экспериментальным путем (с помощью замеров). В простейшем случае исследуется зависимость измеряемой величины  $y_i$  от одного параметра —  $x_i$ , т. е.  $y_i = f(x_i)$ .

Аналитическое выражение функции  $f(x)$  неизвестно. Для нахождения значения функции в промежуточных точках  $x_i < x < x_{i+1}$  экспериментальную функцию заменяют некоторой приближенной аппроксимирующей функцией  $F$  так, чтобы отклонение  $F(x)$  от  $f(x)$  было минимальным. При этом в экспериментальных точках  $(x_i, y_i)$ , называемых узлами, исходная функция  $f$  и приближенная  $F$  могут и не совпадать. Полученную  $F(x)$  используют как математическую модель исследуемого процесса.

Если для всей рассматриваемой области используется одна и та же функция  $F$ , то имеет место глобальная аппроксимация. Если для отдельных ее частей строятся различные функции, то это кусочная аппроксимация (многоинтервальная).

В процессе проведения эксперимента замеры проводятся с некоторой погрешностью, поэтому можно не требовать полного совпадения в узлах значений  $f$  и  $F$ . Необходимо, чтобы они отличались незначительно  $F(x_i) \approx y_i$ . Разность между экспериментальным и теоретическим значениями  $F(x_i) - y_i$  называют отклонением.

Часто для построения аппроксимирующей функции  $F$  используется метод наименьших квадратов, в соответствии с которым сумма квадратов отклонений для всех точек должна быть минимальна:

$$\sum_{i=1}^n (F(x_i) - y_i)^2 \rightarrow \min, \quad (3.1)$$

где  $n$  — число экспериментальных точек.

Аппроксимация экспериментальных данных включает два этапа: выбор вида функции  $F$  и определение значения ее коэффициентов. Первый этап удобно проводить, основываясь на графическом представлении табличных данных. На втором этапе используется метод наименьших квадратов.

Простейший вид функции  $F$  — линейная зависимость  $y = a + bx$ . Тогда формула (3.1) будет иметь вид:

$$\sum_{i=1}^n (a + bx_i - y_i)^2 \rightarrow \min. \quad (3.2)$$

Формула (3.2) служит для отыскания двух неизвестных параметров  $a$  и  $b$ . Как известно, условием минимума функции, зависящей от нескольких параметров, является равенство нулю всех частных производных. Следовательно, необходимо приравнять к нулю производные по  $a$  и  $b$  от левой части (3.2), откуда получится система, состоящая из двух уравнений:

$$\begin{cases} an + b \sum_{i=1}^n x_i = \sum_{i=1}^n y_i \\ a \sum_{i=1}^n x_i + b \sum_{i=1}^n x_i^2 = \sum_{i=1}^n y_i x_i \end{cases} \quad (3.3)$$

Систему линейных алгебраических уравнений вида (3.3) называют нормальной системой метода наименьших квадратов и решают ее относительно неизвестных параметров аппроксимирующей функции.

Например, исследуется зависимость коэффициента насыщения бумаги  $K$  от толщины слоя краски на печатной форме  $h$  (в мкм). В процессе 7-ми экспериментов были получены значения  $(h_i, K_i)$ , представленные в двух первых столбцах табл. 3.1. Графическое представление данных (точки на рис. 3.1) позволяет сделать вывод, что экспериментальные точки расположены близко к некоторой прямой, т. е. в качестве аппроксимирующей функции можно использовать линейную.

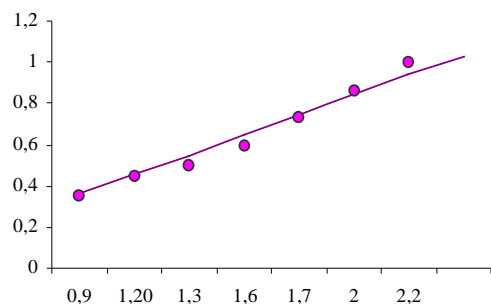


Рис. 3.1. Зависимость коэффициента насыщения бумаги  $K$  от толщины слоя краски на печатной форме  $h$ , мкм:  
 • — эксперимент;  
 линия — аппроксимирующая функция.

Таблица 3.1

№ опыта	$h_i$	$K_i$	$(h_i)^2$	$h_i K_i$
1	0,9	0,35	0,81	0,315
2	1,2	0,45	1,44	0,54
3	1,3	0,5	1,69	0,65
4	1,6	0,6	2,56	0,96
5	1,7	0,73	2,89	1,241
6	2	0,86	4	1,72
7	2,2	1	4,84	2,2
сумма $\sum_{i=1}^7$	10,9	4,49	18,23	7,626

Коэффициенты  $a$  и  $b$  находим из системы уравнений (3.3), где в качестве  $x_i$  и  $y_i$  выступают  $h_i$  и  $K_i$  соответственно. Вначале вычисляем все необходимые суммы (последняя строка табл. 3.1), тогда нормальная система примет вид:

$$\begin{cases} 7a + 10,9b = 4,49 \\ 10,9a + 18,23b = 7,626 \end{cases}$$

Решить систему можно путем выражения  $a$  из первого уравнения и подстановки его во второе уравнение системы. В результате получим  $a \approx -0,144$  и  $b \approx 0,505$ . Линейная зависимость  $K = F(h)$  примет вид:

$$K = -0,144 + 0,505h.$$

График этой зависимости представлен на рис. 3.1. сплошной линией.

### Задания для выполнения

Для заданных экспериментальных данных найти коэффициенты линейной аппроксимирующей функции. Для этого необходимо заполнить таблицу (см. табл. 3.1), записать полученную нормальную систему, решить ее (записать этапы решения в контрольной работе), построить графики заданных значений и полученной зависимости (аналогично рис. 3.1).

**№ 1.** Зависимость коэффициента насыщения мелованных бумаг от толщины слоя краски на печатной форме:

Толщина слоя краски, $h_{\phi}$ , мкм	0,1	0,3	0,5	0,7	0,9	1,1	1,3
Коэфф. насыщения, $K_n$	0,35	0,45	0,51	0,62	0,75	0,85	1

**№ 2.** Зависимость коэффициента насыщения офсетных бумаг от толщины слоя краски на печатной форме:

Толщина слоя краски, $h_{\phi}$ , мкм	2,4	3,1	3,8	4,2	5
Коэфф. насыщения, $K_n$	0,38	0,48	0,69	0,75	0,99

**№ 3.** Зависимость коэффициента насыщения газетных бумаг от толщины слоя краски на печатной форме:

Толщина слоя краски, $h_{\phi}$ , мкм	2,35	3,7	3,85	4,6	6,2	8,3
Коэфф. насыщения, $K_n$	0,18	0,33	0,38	0,48	0,72	1

**№ 4.** Зависимость визуальной плотности растровых полей на оттиске от размера растровой точки:

Относительная площадь растровой точки, $S$	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8
--	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----

Оптическая плотность, $D$	0,08	0,19	0,27	0,4	0,47	0,58	0,79	1,1
---------------------------	------	------	------	-----	------	------	------	-----

**№ 5.** Зависимость величины закопировки от времени экспонирования печатной пластины:

Время экспонирования, $t$ , с	25	27	31	34	37	41	45	50
Величина закопировки, %	10	10,1	10,5	10,7	10,2	10,5	10,8	10,9

**№ 6.** Влияние времени экспонирования фотополимерных печатных форм на глубину пробельных элементов:

Время экспонирования, $t$ , с	20	30	40	50	60	70	80
Глубина пробельных элементов, $h$ , мм	0,798	0,783	0,775	0,767	0,753	0,747	0,739

### Вопросы для самоконтроля

1. Что такое аппроксимация?
2. Для чего используется аппроксимирующая функция?
3. В чем заключается сущность метода наименьших квадратов?
4. Что такое нормальная система уравнений?
5. Как проходит график аппроксимирующей функции относительно экспериментальных точек?

### ЛИТЕРАТУРА

1. Левин Ю. С., Матвеев П. А., Маудрих К. Д. Производственные процессы в полиграфии: проектирование и расчет.— М.: Книга, 1985.
2. Сизиков В. С. Математические методы обработки результатов измерений.— С.-Петербург: Политехника, 2001.
3. Демидович Б. П., Марон И. А., Шувалова Э. З. Численные методы.— М.: Наука, 1967.
4. Советов Б. Я., Яковлев С. А. Моделирование систем.— М.: Выш. шк., 1998
5. Кафаров В. В. Методы кибернетики в химии и химической технологии.— М.: Химия, 1985.
6. Корнилов И. К. Конструктивно-технологические особенности книжных изданий. Системный подход.— М.: Изд-во МГАП «Мир книги», 1995.

7. Кулак М. И. Фрактальная механика материалов.— Мн.: Выш. шк., 2002.

8. Сойер Б., Фостер Д. Программирование экспертных систем на Паскале.— М.: Финансы, 1990.

9. Кулак М. И., Долгова Т. А. Моделирование технологических процессов полиграфического производства. Методические указания к курсовой работе.— Мн.: БГТУ, 2003.

## НОМЕРА ЗАДАНИЙ ДЛЯ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ

Номер варианта	Раздел			
	1.1	1.2	2.1, 2.2	3
1	1	2	3	1
2	2	3	4	1
3	3	4	5	1
4	4	5	6	1
5	5	6	1	1
6	6	1	2	1
7	1	6	5	2
8	2	1	6	2
9	3	2	1	2
10	4	3	2	2
11	5	4	3	2
12	6	5	4	2
13	1	5	6	3
14	2	6	1	3
15	3	1	2	3
16	4	2	3	3
17	5	3	4	3
18	6	4	5	3
19	1	4	1	4
20	2	5	2	4
21	3	6	3	4
22	4	1	4	4
23	5	2	5	4
24	6	3	6	4
25	1	3	2	5
26	2	4	3	5
27	3	5	4	5
28	4	6	5	5
29	5	1	6	5
30	6	2	1	5
31	1	1	4	6
32	2	2	5	6
33	3	3	6	6
34	4	4	1	6
35	5	5	2	6
36	6	6	3	6

## СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ .....	3
ПРОГРАММА КУРСА «Моделирование технологических процессов полиграфического производства» .....	4
1. ВЫБОР РАЦИОНАЛЬНЫХ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ ВАРИАНТОВ.....	5
1.1. Выбор критерия оптимальности на основе метода ранговой корреляции.....	6
1.2. Метод парных сравнений для выбора наилучшего технологического варианта.....	10
2. ОПТИМАЛЬНАЯ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЬ ЗАПУСКА ИЗДАНИЙ В ПРОИЗВОДСТВО .....	14
2.1. Продолжительность производственного процесса.....	14
2.2. Показатели производственной программы .....	18
3. АППРОКСИМАЦИЯ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ ДАННЫХ ...	20
ЛИТЕРАТУРА .....	24
НОМЕРА ЗАДАНИЙ ДЛЯ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ .....	25

МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ  
ПРОЦЕССОВ  
ПОЛИГРАФИЧЕСКОГО ПРОИЗВОДСТВА

Составители: Долгова Татьяна Александровна  
Анкуд Татьяна Владимировна

Корректор О. Ю. Ромаева.

Подписано в печать 5.07.2004. Формат 60×84<sup>1</sup>/<sub>16</sub>.

Усл. печ. л. 1,6. Усл. кр.-отт. 1,6. Уч.-изд. л. 1,4.

Тираж 50 экз. Заказ № 9.

Учреждение образования

«Белорусский государственный технологический  
университет». 220050. Минск, Свердлова, 13а.

Лицензия ЛВ № 276 от 15.04.98.

Оригинал-макет подготовлен на кафедре полиграфии.

Отпечатано на ризографе кафедры полиграфии  
Белорусского государственного технологического  
университета.

220050. Минск, Свердлова, 13а.