

УДК 621.926.55.012/013

Д.Н. Боровский, О.А. Пыкавая

*УО «Белорусский государственный технологический университет», г. Минск, Беларусь***ВЗАИМОСВЯЗЬ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ ВИБРАЦИОННОЙ  
МЕЛЬНИЦЫ С ГЕОМЕТРИЧЕСКИМИ И МЕХАНИЧЕСКИМИ  
ХАРАКТЕРИСТИКАМИ ЗАГРУЗКИ**

**Аннотация.** В статье показано, что для достижения интенсивности измельчения рационально применять помольные агрегаты, в которых мелющие тела воздействуют на материал с высокой частотой. Рассмотрен один из агрегатов, который является объектом исследования. Представлены основные технологические параметры процесса измельчения, геометрические и механические характеристики загрузки вибрационной мельницы. Проведен анализ действующих напряжений на элементы загрузки. Получены аналитические зависимости динамического давления при хаотическом движении частиц загрузки от ряда технологических параметров, основными из которых являются объем и плотность измельчаемого материала, частота колебаний.

**Ключевые слова:** измельчение, мельница, мелющее тело, загрузка, вибрация, частота соударения, скорость частицы, концентрация материала, разрушение.

D.N. Borovskiy, V.A. Pykavaya

*Belarusian State Technological University, Minsk, Belarus***RELATIONSHIP OF TECHNOLOGICAL PARAMETERS OF A VIBRATION MILL  
WITH GEOMETRICAL AND MECHANICAL CHARACTERISTICS OF LOADING**

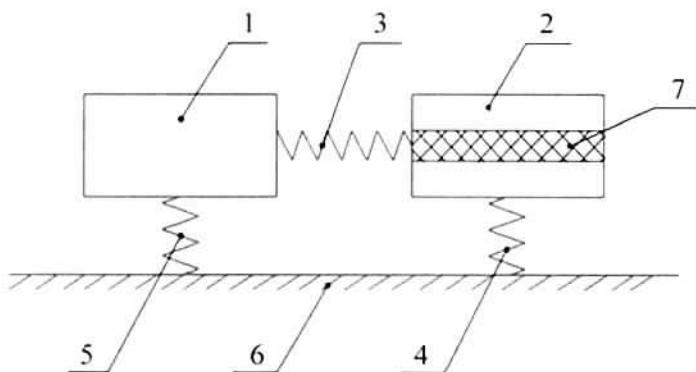
**Abstract.** The article shows that to achieve grinding intensity, it is rational to use grinding units in which grinding media act on the material with high frequency. One of the units, which is the object of research, is considered. The main technological parameters of the grinding process, as well as geometric and mechanical characteristics of the vibration mill loading, are presented. An analysis of the effective stresses on the loading elements was carried out. Analytical dependences of the dynamic pressure during the chaotic movement of loading particles on a number of technological parameters were obtained, the main ones being the volume and density of the crushed material, and the oscillation frequency.

**Keywords:** grinding, mill, grinding body, loading, vibration, impact frequency, particle speed, material concentration, destruction.

**Введение**

Для сверхтонкого помола рационально применять машины, в которых мелющие тела воздействуют на материал с высокой частотой, например, вибрационные мельницы [1] – [3]. Структурно-механическая схема вибрационной мельницы показана на рисунке 1.

Вибрационная мельница обычно представляет собой камеру, заполненную загрузкой, состоящей из обрабатываемого материала, среды и специальных обрабатывающих тел (шаров, цильпесов, стержней, валков, труб и т.п.). Загрузке сообщается вибрация посредством периодического вибрационного движения камеры или расположенных в ней специальных поверхностей. В результате возникают относительные движения частиц загрузки, и в зонах их контакта при соударении создаются высокие механические напряжения, приводящие к изменению структуры твердых частиц, а также среды, заполняющей пространство между ними.



1 – вибровозбудитель; 2 – движущиеся поверхности;  
 3 – связь вибровозбудителя с движущимися  
 поверхностями; 4 – опора (подвеска) движущихся  
 поверхностей; 5 – опора (подвеска) вибровозбудителя;  
 6 – основание; 7 – загрузка

**Рисунок 1 – Структурно-механическая схема  
 вибрационной мельницы**

### Основная часть

Основными технологическими параметрами, характеризующими рабочий процесс вибрационных мельниц, являются: потребляемая мощность, пропорциональная диссипации энергии в загрузке; производительность, т.е. выход продукта в единицу времени; эффективность, которую оценивают по выходу продукта на единицу затраченной энергии; интенсивность, характеризующая величину средних напряжений в материале и представляющая собой от-

ношение мощности к объему загрузки материала и частоте колебаний [3] – [5].

Перечисленные технологические параметры процесса определяются геометрическими и механическими характеристиками загрузки (размерами тел, скоростью движения частиц, частотой соударения и др.).

Загрузка вибрационной мельницы, как правило, представляет собой сыпучее тело или суспензию – среду с практически неограниченным количеством твердых частиц. Поэтому для определения основных показателей рабочего процесса, сил, действующих со стороны загрузки на элементы конструкции, а также необходимой мощности привода, используют методы статической механики и механики сплошных сред.

Коэффициент загрузки  $\varepsilon$  вибрационных мельниц составляет:

$$\varepsilon = \frac{V}{V_k} \approx 0,8, \quad (1)$$

где  $V$  – объем загрузки,  $m^3$ ;

$V_k$  – объем помольной камеры,  $m^3$ .

Вибрирующие поверхности камеры сообщают движение периферийным частичкам загрузки, которые, соударяясь, передают его более отдаленным слоям и т.д., таким образом, по загрузке распространяется волна. В процессе распространения направленного колебательного движения его интенсивность уменьшается по мере удаления от колеблющейся поверхности. Это связано с возникновением хаотического движения частиц вследствие нецентральности их соударений, а также с рассеиванием механической энергии при каждом соударении. При колебательном движении относительная скорость частиц мала, вследствие чего количество энергии, переходящее в тепло, сравнительно невелико. Относительная скорость частиц при хаотическом движении значительно выше, поэтому основная часть кинетической энергии рассеивается в процессе соударения частиц при хаотическом движении.

Скорость транспортировки материала, как правило, различна. Так, при необходимости периодической обработки, когда в камеру помещают порцию материала, а после обработки в течение заданного времени выгружают ее, процесс транспортировки материала и тел в камере представляет собой циркуляцию – движение по замкнутой траектории.

При непрерывной обработке, когда материал непрерывно подают и выгружают из камеры мельниц, движение тел обычно представляет собой циркуляцию, а скорость транспортировки материала равна сумме скоростей циркуляционного движения и скорости движения материала через камеру. При этом скорость циркуляционного движения тел и материала может быть различной.

Скорость колебательного движения определяется параметрами движения камеры. Обычно камера взаимодействует с загрузкой в течение большей части периода движения, поэтому частота колебательного движения совпадает с частотой движения камеры.

Скорость хаотического движения частиц представляет собой случайную величину, направление которой равновероятно; мгновенное распределение частиц по скорости ассиметрично (распределение Максвелла), при этом вероятное значение скорости близко к скорости колебательного движения. Распределение частиц по скорости нестационарно вследствие диссипации энергии при их соударении.

В момент соударения частиц загрузки в результате действия инерционных сил в них возникает напряженное состояние. Величина инерционной силы существенно зависит от степени неупругости соударения [5], [6].

В случае, когда загрузка состоит только из частиц материала, доля объема частиц, в котором достигнуто среднее напряжение  $\sigma$ , определяется формулой:

$$\frac{\Delta V}{V} = \frac{\rho_m E_m}{\sigma^2} c^2 \equiv K_1, \quad (2)$$

где  $\Delta V$  – объем частиц, в котором достигнуто среднее напряжение,  $m^3$ ;

$\rho_m$  – плотность материала частиц,  $kg/m^3$ ;

$E_m$  – модуль упругости материала частиц, Па;

$c$  – средняя относительная скорость частиц,  $m/s$ .

При загрузке, состоящей из тел и материала, где масса тела на порядок и более превышает массу частицы материала, инерционными силами в частицах материала можно пренебречь, и рассматривать материал, как составную часть среды, в которой движутся тела.

Объем материала  $V_m$ , защемленного между телами, определяется их размерами, коэффициентом трения между телами и материалом  $f$ , а также объемными концентрациями тел  $\mu_{IT}$  ( $\mu_{IT_{пред}}$ ) и материала  $\mu_{IM}$  [7]:

$$V_m = \frac{1}{4\sqrt{2}} (1-i) f^2 \frac{\mu_{IM} (1-\mu_{IT})}{\mu_{IT_{пред}} \cdot \mu_{IT} (1-\mu_{IT_{пред}} \cdot \mu_{IT})} V_T \equiv K_2 \cdot V_T, \quad (3)$$

где  $i$  – доля частиц, выносимых из зоны контакта вследствие движения среды (газа, жидкости);

$V_T$  – объем сферического тела диаметром  $d_T$ ,  $V_T = \frac{\pi}{6} d_T^3$ ,  $m^3$ .

Средние напряжения, возникающие в слое материала  $\sigma_{mcl}$ , защемленного при соударении тел, определяются по формуле [7]:

$$\sigma_{mcl} = \frac{2}{3} \tilde{a} \frac{\sqrt{E_T f_T}}{f^2} c = K_3 \frac{\sqrt{E_T \rho_T}}{f^2} c, \quad (4)$$

где  $E_T$  – модуль упругости тел, Па;

$f_T$  – коэффициент трения между мелющими телами;

$\rho_T$  – плотность тела,  $kg/m^3$ ;

$\tilde{a}$  – отношение скорости звука в среде, ограниченной половиной толщины слоя материала и толщиной (диаметром) тела  $a_{\text{прив}}$ , к скорости звука в теле  $a_1$ :

$$\tilde{a} = \frac{a_{\text{прив}}}{a_1} = \sqrt{-\frac{1 + (1 + A)x + Ax^2}{1 + (y + A_T)x + A_T yx^2}}. \quad (5)$$

Временные переменные  $A, A_T, x, y$  имеют следующие выражения:

$$A = \frac{3}{2}f(1-i); \quad A_T = \frac{3}{2}f_T(1-i); \quad (6)$$

$$x = \frac{l_m}{2d_1} = \frac{\mu_{F_m}(1 - \mu_{F_T})}{12\sqrt{2}\mu_{F_T \text{ пред}} \cdot \mu_{F_T}(1 - \mu_{F_T \text{ пред}} \cdot \mu_{F_T})}; \quad (7)$$

$$y = E_T/E_{\text{мел}}; \quad E_{\text{мел}} = \mu_{F_T \text{ пред}}, \quad (8)$$

где  $l_m$  – толщина слоя материала, м;

$E_{\text{мел}}$  – модуль упругости слоя материала, Па.

При  $c = 1$  м/с,  $E_T = 10^5$  МПа,  $\rho_T = 10^3$  кг/м<sup>3</sup>,  $f = 0,3$ , принимая  $\tilde{a} = 1$ , получим  $\sigma_{\text{мел}} = 2 \cdot 10^3$  МПа.

Напряжения на площади контакта равны средним напряжениям в слое [6] – [8].

Средние напряжения в частицах материала  $\sigma_m$  вычисляются по формуле:

$$\sigma_m = \frac{\sigma_{\text{мел}}}{\mu_{F_T \text{ пред}}} = \frac{2 \cdot 10^2}{0,5} = 4 \cdot 10^2 \text{ МПа}. \quad (9)$$

Пределная относительная скорость тел  $c_{T_{\text{max}}}$ , при которой происходит их разрушение, определяется на основе формулы:

$$c_{T_{\text{max}}} = \frac{\sigma_T}{(2/3) \cdot (\rho_T / f^2)} a_1 \tilde{a}, \quad (10)$$

где  $\sigma_T$  – предел прочности материала тел, Па.

Для стали  $\sigma_T \approx 10^3$  МПа. Для приведенных выше значений остальных параметров  $c_{T_{\text{max}}} \approx 5$  м/с. Следует подчеркнуть, что в силу статического распределения частиц по окружности уже при вероятной скорости, составляющей  $(0,2 - 0,3) \cdot c_{T_{\text{max}}}$ , в загрузке появляются осколки разрушившихся тел [6].

С увеличением количества материала, у которого обычно  $E_{\text{мел}} < E_T$ , значения  $a_1$  уменьшается, а следовательно, предельная скорость возрастает.

При соударениях частиц их скорость уменьшается из-за рассеивания механической энергии вследствие их деформации и разрушения, что учитывает коэффициент  $K_4$  рассеивания энергии:

$$K_4 = 1 - \left( \frac{c_1}{c_0} \right) \cong \eta_0 + \frac{(1-i)\mu_{F_m}(1-\mu_{F_T})}{18\sqrt{2}\mu_{F_T \text{ пред}} \cdot \mu_{F_T}(1-\mu_{F_T \text{ пред}} \cdot \mu_{F_T} \cdot E_{\text{мел}})}, \quad (11)$$

где  $c_0, c_1$  – скорость частиц (тел) до и после удара, м/с;

$\eta_0$  – коэффициент рассеивания энергии при соударениях крупных частиц (тел без материала).

Частота соударения одного тела с окружающими его телами  $\omega_1^{(1)}$  находится по формуле:

$$\omega_{\text{T}}^{(1)} = \frac{c}{\lambda_{\text{T}}} = \frac{6\sqrt{2}\mu_{\text{IT пред}} \cdot \mu_{\text{IT}} \cdot c}{(1-\mu_{\text{IT}})(1-\mu_{\text{IT пред}})d_{\text{T}}}, \quad (12)$$

где  $\lambda_{\text{T}}$  – длина свободного пробега тела.

Частота соударений тел в единице объема  $\omega_{\text{TV}}^{(1)}$  определяется по формуле:

$$\omega_{\text{TV}}^{(1)} = \frac{3}{\sqrt{2}} \frac{c}{d_{\text{T}}^4 \beta_{\text{T}}} \frac{\mu_{\text{IT пред}} \cdot \mu_{\text{IT}}}{(1-\mu_{\text{IT}})(1-\mu_{\text{ITm}})}, \quad (13)$$

где  $\beta_{\text{T}}$  – коэффициент затухания колебаний для мелящего тела.

Средняя скорость тел  $c_{\text{ср}}$  изменяется во времени в результате рассеивания энергии. За период  $T$  движения рабочей поверхности камеры она составит:

$$c_{\text{ср}} = \frac{1}{T} \int_0^T c(t) dt \cong \frac{1}{T} \int_0^{T_{\text{раб}}} c(t) dt, \quad (14)$$

где  $T_{\text{раб}}$  – продолжительность движения тел, при которой их первоначальная скорость изменится в заданное число раз, с.

$$t = \frac{2 \ln(c_1/c_0)}{\omega_{\text{TV}}^{(1)} \ln(1-K_4)} = \left( \frac{c_0}{d_{\text{T}}} \right) \left( \frac{c_1}{c_0} \right) \sigma \sqrt{2} \frac{\mu_{\text{IT пред}} \cdot \mu_{\text{IT}} \cdot \ln(1-K_4)}{(1-\mu_{\text{IT}})(1-\mu_{\text{ITm}})}. \quad (15)$$

При  $T_{\text{раб}} > T$  частота соударений тел определяется скоростью их движения, а при  $T_{\text{раб}} < T$  – пропорциональна частоте колебаний камеры.

Хаотическое движение частиц загрузки при вибрации приводит к возникновению динамического давления  $P_g$  на неподвижную поверхность вследствие соударения частиц со стенкой:

$$P_g = (1+k_{\text{T}}) m_{\text{T}} c \omega_{\text{TS}} = 8 \frac{\mu_{\text{IT}} \rho_{\text{T}} c^2}{(1-\mu_{\text{IT}})(1-\mu_{\text{u}})}, \quad (16)$$

где  $k_{\text{T}} \cong \sqrt{1-k_{\text{T}}}$  – коэффициент восстановления скорости при соударении тел;

$m_{\text{T}}$  – масса тела, кг;

$\omega_{\text{TS}}$  – частота соударений тел с единицей поверхности стенки,  $\text{с}^{-1}$ .

Объем загрузки во время хаотического движения  $B$  [ $\text{м}^3$ ] (при вибрации) определяется по формуле (17):

$$B = \frac{1}{6} (1+k_{\text{T}}) \frac{\mu_{\text{IT}} \rho_{\text{T}} c^2}{(1-\mu_{\text{ITm}})}. \quad (17)$$

Уравнение (16) связывает скорость частиц с объемной концентрацией. В зависимости от конструкции камеры и режима работы могут быть реализованы различные зависимости между концентрацией и давлением.

1. Загрузка свободно расширяется в поле массовых сил (например, силы тяжести). В этом случае динамическое давление равно массе столба загрузки и не зависит от частиц:

$$P_g = g \rho_{\text{T}} \mu_{\text{IT пред}} H_{\text{CT}} = g \rho_{\text{T}} \mu_{\text{IT пред}} \mu_{\text{T}} H, \quad (18)$$

где  $H_{\text{CT}}$  – высота столба загрузки, м;

$H$  – высота помольной камеры, м.

Зависимость концентрации от скорости определяется по формуле:

$$\mu_T = \frac{Bc^2 / (\mu_{T\text{пред}} H_{CT})}{1 - (Bc^2 / (\mu_{T\text{пред}} H_{CT}))}. \quad (19)$$

Зависимость частоты соударений от скорости:

$$\omega_{TR}^{(1)} = \frac{1}{\lambda_T} \left( \frac{\mu_{T\text{пред}} H_{CT}}{Bc^2} + c \right) \quad (20)$$

имеет минимум при

$$c_{\min} = \sqrt{\frac{\mu_{T\text{пред}} H_{CT}}{B}}. \quad (21)$$

Значения  $c_{\min}$  различны в зависимости от высоты столба загрузки  $H_{CT}$ .

2. Расширение загрузки ограничено объемом камеры. Условие перехода к этому режиму:

$$\mu_{RT} = \mu_{RCK} \equiv V_T / V_K, \quad (22)$$

где  $\mu_{RCK}$  – объемная концентрация тел в ограниченном объеме камеры выражается отношением  $V_T$  к объему камеры  $V_K$ .

В таком режиме объемная концентрация  $\mu_{RCK}$  задана объемом загрузки и камеры, давление определяется уравнением (18), а частота соударений – уравнениями (12) и (13).

Если загрузка состоит из тел и материала, то скорость хаотического движения частиц материала в первом приближении может быть принята равной скорости тел (динамическим давлением, создаваемым материалом, можно пренебречь).

Диссипация энергии  $N$  в загрузке определяется по формуле:

$$N = K_4 \frac{mc^2}{2} \omega_{TR}^{(1)} c. \quad (23)$$

С увеличением концентрации материала при неизменной концентрации тел  $K_4$  увеличивается, а средняя скорость тел, вычисляемая по формуле (14), уменьшается. Вследствие этого при определенной концентрации материала мощность, поглощаемая загрузкой, достигает максимума.

Скорость распространения возмущений  $c_{pb}$  по загрузке представляет собой передачу импульса при движении тел вследствие соударений и распространения упругих волн по частицам – телам и материалу:

$$c_{pb} = \frac{\lambda_T}{\tau_1 - \tau_2}, \quad (24)$$

где  $\tau_1 = \lambda_T / c$  – время движения тела на длине свободного пробега  $\lambda_T$ , с;

$\tau_2 = (d_T + c_m) / c_{pc}$  – время распространения волны на длине по телу и прослойке материала;

$c_m$  – скорость распространения возмущений в материале, м/с.

Обычно  $c \ll c_{pb}$ , тогда:

$$c_{pc} = \frac{c}{(1 - \mu_{RT})(1 - \lambda_{MIP})}, \quad (25)$$

где  $\lambda_{MIP}$  – длина свободного пробега прослойки материала, м.

В режиме работы загрузки с постоянным давлением:

$$c_{pc} \cong \frac{c \left[ 1 + \left( c/c_{min} \right)^2 \right]}{\left( 1 - \lambda_{MIP} \right) \left( c/c_{min} \right)^2}. \quad (26)$$

### Выводы

Полученные аналитические зависимости взаимосвязей технологических параметров процесса измельчения, геометрических и механических характеристик загрузки вибрационной мельницы дают возможность оценить влияние физических величин (объема и плотности измельчаемого материала, частоты колебаний) на динамическое давление при хаотическом движении частиц и напряжение, возникающее в элементах загрузки. Данные теоретические исследования совместно с дальнейшим практическим подтверждением полученных результатов в конечном итоге позволят повысить показатели эффективности работы вибрационных мельниц.

### Список использованных источников

1. Вайтехович П.Е. Интенсификация и моделирование процессов диспергирования в поле инерционных сил. – Минск: БГТУ, 2008. – 220 с.
2. Лесин А.Д. Современное помольное оборудование. Вибрационные мельницы. – М.: ВНИИЭСМ, 1988. – 96 с.
3. Бауман В.А. Механическое оборудование предприятий строительных материалов, изделий и конструкций. – М.: Машиностроение, 1981. – 324 с.
4. Мякишев К.Г., Волков В.В. Вибрационная мельница-активатор механохимических реакций. – Новосибирск: ИНХ, 1989. – 42 с.
5. Булгаков Е.Б. Вертикальная вибрационная мельница: автореф. дис. ... канд. техн. наук: 05.02.13 / БТИСМ. – Белгород, 2008. – 24 с.
6. Аввакумов Е.Г. Механические методы активации химических процессов. – Новосибирск: Наука, 1986. – 304 с.
7. Ходаков Г.С. Физика измельчения. – М.: Наука, 1972. – 278 с.
8. Екобори Т. Физика и механика разрушения и прочности твердых тел. – М.: Металлургия, 1971. – 263 с.

### Информация об авторах

*Денис Николаевич Боровский* – кандидат технических наук, доцент кафедры машин и аппаратов химических и силикатных производств, УО «Белорусский государственный технологический университет» (ул. Свердлова, 13а, 220006, г. Минск, Беларусь), e-mail: dzianis23@rambler.ru. ID ORCID: 0000-0001-9698-2464.

*Ольга Александровна Пыкавая* – магистрант факультета химической технологии и техники, УО «Белорусский государственный технологический университет» (ул. Свердлова, 13а, 220006, г. Минск, Беларусь), e-mail: olju6ka1005@mail.ru.

### Information about the authors

*Denis Nikolaevich Borovskiy* – Ph. D. (Engineering), Assistant Professor of the Department of Machines and Apparatus for Chemical and Silicate Productions, Belarusian State Technological University (13a, Sverdlova Str., 220006, Minsk, Belarus), e-mail: dzianis23@rambler.ru. ID ORCID: 0000-0001-9698-2464.

*Volha Alexandrovna Pykavaya* – Master's Student of the Faculty of Chemical Technology and Engineering, Belarusian State Technological University (13a, Sverdlova Str., 220006, Minsk, Belarus), e-mail: olju6ka1005@mail.ru.