

Александр Андреевич ГАРАБЖИУ, кандидат технических наук, доцент кафедры
"Машины и аппараты химических и силикатных производств"
Белорусского государственного
технологического университета

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ХАРАКТЕРА ДВИЖЕНИЯ ЧАСТИЦ МАТЕРИАЛА В ЭНЕРГОСБЕРЕГАЮЩЕМ РОТОРНО-ЦЕНТРОБЕЖНОМ СМЕСИТЕЛЕ

MATHEMATICAL MODELING OF PARTICLE MOTION OF MATERIAL IN ENERGY-SAVING ROTARY CENTRIFUGAL MIXER

Определение оптимальных конструктивно-технологических параметров принципиально нового энергосберегающего роторно-центробежного смесителя (например, угла наклона разгонных лопаток, их профиля и т. д.) предусматривает предварительное математическое моделирование процесса перемешивания в нем сухих сыпучих материалов. В статье представлена математическая модель движения частиц основного компонента смеси в межлопастном пространстве ротора и в кольцевом зазоре между выходной крошкой лопаток и стенкой цилиндрической обечайки смесителя. Адекватность разработанной математической модели подтверждена при помощи аэродинамического расчета смесителя в программной среде COSMOS FLO WORKS.

Determination of optimal technological parameters of constructive-innovative energy-saving rotary centrifugal mixer (for example, the angle of the blades of stator, their profile, etc.) provides preliminary mathematical modeling of the process of mixing the dry bulk materials. This article provides a mathematical model of the movement of particles of main mixture in the interblade area of the rotor and ring gap between output edge of the blades and the wall of the cylindrical mixer pallet collars. Adequacy of designed mathematical model by using aerodynamic calculation of mixer in software environment COSMOS FLO WORKS.

ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время процесс приготовления однородных по составу смесей порошкообразных и зернистых материалов применяется во многих отраслях промышленности (химической, фармацевтической, пищевой, строительной, комбикормовой и т. д.). В технологических процессах выше упомянутых производств смесительные аппараты занимают одно из ответственных мест. Во многих случаях процесс смешения является подчиненным, но тем не менее имеющим большое значение для основных технологических процессов и, в конечном счете, часто определяющим качество готовой продукции.

На современном этапе интенсификация процессов перемешивания сухих сыпучих материалов при снижении их энергоёмкости является актуальной задачей для большинства вышеперечисленных производств Республики Беларусь. В большинстве случаев данная задача решается путем реконструкции или модернизации существующего смесительного оборудования, или же путем создания и внедрения новых высокоэффективных энергосберегающих машин и аппаратов.

На основании всестороннего анализа современной научно-технической и патентной литературы, на кафедре "Машины и аппараты химических и силикатных про-

изводств" Белорусского государственного технологического университета была разработана новая энергосберегающая конструкция роторно-центробежного смесителя для перемешивания сухих сыпучих материалов. Описание конструкции и принципа действия данного аппарата были подробно изложены в [1, 2].

Для определения оптимальных конструктивно-технологических параметров роторно-центробежного смесителя (например, угла наклона лопаток, их профиля и т. д.) необходимо провести математическое моделирование процесса перемешивания сухих сыпучих материалов в данном аппарате. При этом большой практический интерес представляет характер движения частиц основного компонента смеси в межлопастном пространстве ротора и в кольцевом зазоре между выходной крошкой лопаток и стенкой цилиндрической обечайки смесителя.

РАСЧЕТ ОПТИМАЛЬНОГО ХАРАКТЕРА ДВИЖЕНИЯ ОДИНОЧНОЙ ЧАСТИЦЫ МАТЕРИАЛА В МЕЖЛОПАСТНОМ ПРОСТРАНСТВЕ СМЕСИТЕЛЯ

Рассмотрим движение одиночной частицы материала по наклонной разгонной лопатке смесителя [3]. Для этого воспользуемся схемой, представленной на рис. 1. Пусть частица находится в произвольной точке (К) на поверхности лопатки (см. рис. 1). На нее действуют: центробежная сила инерции $F_{ц}$, кориолисова сила инерции $F_{к}$, сила трения частицы о поверхность лопатки $F_{тр}$ и реакция опорной поверхности N . С учетом сил, действующих на движущуюся частицу, были приняты следующие допущения. Пренебрегли силой аэродинамического сопротивления вследствие ее малой величины по сравнению с массовыми силами. Так как величина силы тяжести при рабочих частотах вращения ротора смесителя на порядок меньше величины инерционных сил, то силу трения о диск ротора также не учитывали.

С учетом вышесказанного система уравнений движения частицы по наклонной лопатке будет представлена в виде:

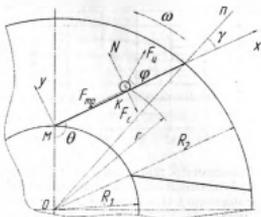


Рис. 1. Движение частицы по наклонной лопатке смесителя

$$\begin{cases} m \frac{d^2 x}{dt^2} = F_n \cos \varphi - F_{\tau} \\ m \frac{d^2 y}{dt^2} = F_n \sin \varphi + N - F_c \end{cases} \quad (1)$$

где y — текущая ордината частицы, м;
 r — текущий радиус движения частицы материала, м.

При этом $F_n = m\omega^2 r$, H , $F_{\tau} = f N$, H ,
 $F_c = 2\omega \cdot (dx/dt)$, H .

Величина угла φ определяется по геометрическим соотношениям при известных углах γ и θ (см. рис. 1), характеризующих наклон лопатки относительно радиального направления.

Так как частица движется вдоль лопатки, то $m \cdot (d^2 y / dt^2) = 0$. Следовательно, опорная реакция лопатки согласно второму выражению системы уравнений (1) будет равна

$$N = 2m\omega \frac{dx}{dt} - m\omega^2 R_1 \sin \theta, \quad (2)$$

где R_1 — внутренний радиус ротора по концам лопаток, м; $R_1 = 0,12$ м.

С учетом выражения (1) уравнение движения частицы примет вид

$$\begin{aligned} \frac{d^2 x}{dt^2} = & \omega^2 \sqrt{R_1^2 \cdot \cos^2 \theta + x^2} - 2R_1 \cdot x \cdot \cos \theta - \\ & - f(2\omega \frac{dx}{dt} - \omega^2 R_1 \sin \theta), \end{aligned} \quad (3)$$

где $dx/dt = V_r$ — радиальная скорость движения частицы материала в межлопастном пространстве смесителя;
 t — время движения частицы материала в межлопастном пространстве, с;
 θ — угол наклона лопатки (см. рис. 1);
 f — коэффициент трения материала частицы о стенку смесителя.

Тангенциальная скорость v_t движения частицы материала в межлопастном пространстве смесителя определяется по формуле

$$v_t = r \cdot \omega. \quad (4)$$

Тогда абсолютная скорость v_a движения частицы материала в межлопастном пространстве смесителя и на выходе из него будет равна

$$v_a = \sqrt{v_t^2 + v_r^2}. \quad (5)$$

Чтобы частицы материала приближались к стенке цилиндрической обечайки смесителя по касательной траектории, угол (см. рис. 1) должен быть минимальным.

Треугольник скоростей движущейся частицы материала при ее вылете из ротора смесителя представлен на рис. 2.

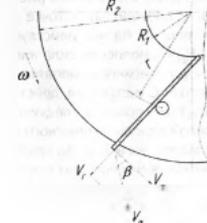


Рис. 2. Треугольник скоростей движущейся частицы материала при ее вылете из ротора смесителя

Направление вектора полной скорости движения частицы материала на выходе из ротора смесителя определяется углом вылета β [4]

$$\beta = \arctg \frac{v_r}{v_t}. \quad (6)$$

Расчет тангенциальной, радиальной и абсолютной скоростей движения одиночной частицы материала в межлопастном пространстве и угла вылета β осуществляли численными методами при помощи ЭВМ. Результаты расчета представлены на рис. 3.

Как видно из рис. 3 с увеличением текущего радиуса лопатки скорость движения частицы материала также возрастает.

РАСЧЕТ СКОРОСТИ ДВИЖЕНИЯ ОДИНОЧНОЙ ЧАСТИЦЫ МАТЕРИАЛА

Рассмотрим расчет скорости движения одиночной частицы материала в кольцевом зазоре между выходной кромкой лопаток и цилиндрической стенкой смесителя. Треугольники скоростей воздушного потока и одиночной частицы материала, движущихся в кольцевом зазоре, представлены на рис. 4.

Расчет производили по методике [4]. Тангенциальная скорость воздуха C_{2t} на выходе из ротора смесителя направлена перпендикулярно радиусу вращения колеса и определяется по формуле

$$C_{2t} = R_2 \cdot \omega, \quad (7)$$

где R_2 — наружный радиус лопаток роторного колеса, м, $R_2 = 0,28$ м.

Радиальная скорость воздуха C_{2r} на выходе из ротора смесителя направлена по радиусу колеса от центра, а ее значение определяется по формуле

$$C_{2r} = \frac{G_w}{(2\pi R_2 - z_s) h} \quad (8)$$

Абсолютная скорость воздуха C_{2a} на выходе из ротора смесителя равна

$$C_{2a} = \sqrt{C_{2t}^2 + C_{2r}^2}. \quad (9)$$

Направление вектора абсолютной скорости воздушного потока C_{2a} на выходе его из ротора смесителя определяется углом γ_2 (см. рис. 4)

$$\gamma_2 = \arctg \frac{C_{2r}}{C_{2t}}. \quad (10)$$

Расчет абсолютной скорости воздушного потока на выходе из ротора смесителя и угла γ_2 осуществляли при помощи ЭВМ.

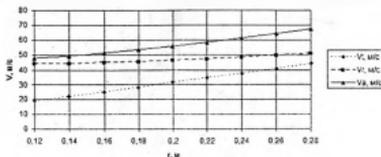


Рис. 3. Зависимость тангенциальной, радиальной и абсолютной скоростей движения частицы материала в межлопастном пространстве смесителя от текущего радиуса лопатки (при $n = 1500$ об/мин)

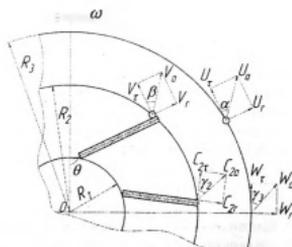


Рис. 4. Треугольники скоростей воздушного потока и одиночной частицы материала, движущейся в кольцевом зазоре ротора смесителя

Рассмотрим теперь движение воздушного потока в кольцевом зазоре роторно-центробежного смесителя, которое носит сложный неустановившийся характер и может считаться турбулентным. Как известно, характерной особенностью турбулентного движения потока является неупорядоченное изменение скорости в каждой его точке по значению и направлению. Поэтому воспользуемся средним значением радиальной и тангенциальной скоростей движения воздушного потока W_r^{cp} и W_t^{cp} .

Тангенциальная скорость движения воздушного потока W_t в кольцевом зазоре с учетом постоянства момента скорости (поскольку влияние сил трения о стенку не учитывается) определяли по формуле

$$W_t = C_{21} \frac{R_2}{R}, \quad (11)$$

где R — текущий радиус движения частицы материала и воздушного потока в кольцевом зазоре смесителя ($R = R_2 - R_1$), м;
 R_2 — радиус цилиндрической обечайки смесителя, м, $R_1 = 0,3$ м.

С учетом выражения (7) уравнение (11) примет вид

$$W_t = \omega \frac{R_2^2}{R}. \quad (12)$$

Радиальная скорость движения воздуха W_r в кольцевом зазоре определяется из условия неразрывности воздушного потока на выходе из ротора смесителя

$$W_r = C_{22} \frac{R_2}{R}, \quad (13)$$

или

$$W_r = \frac{G_0 R_2}{(2\pi R_2 - z s) h R}. \quad (14)$$

Полная абсолютная скорость воздушного потока W_a определяется по формуле

$$W_a = C_{23} \frac{R_2}{R}, \quad (15)$$

Направление вектора абсолютной скорости воздушного потока W_a при его движении в кольцевом зазоре смесителя определяется углом γ_3 (см. рис. 4)

$$\gamma_3 = \arctg \frac{W_t}{W_r}. \quad (16)$$

Средние значения радиальной и тангенциальной скоростей движения воздушного потока W_r^{cp} и W_t^{cp} при

его движении в кольцевом зазоре можно вычислить как среднее арифметическое по формуле

$$W_{cp}^{cp} = \frac{\sum_{i=1}^m W_{i,r} W_{i,t}}{m}, \quad (17)$$

где m — количество численных значений тангенциальной и радиальной скоростей воздуха при различных значениях текущего радиуса R .

Расчет абсолютной скорости воздушного потока в кольцевом зазоре и угла γ_3 осуществляли при помощи ЭВМ.

Рассмотрим движение одиночной частицы материала в кольцевом зазоре роторно-центробежного смесителя [5]. На одиночную частицу материала (рис. 5), движущуюся во взвешенном состоянии в кольцевом зазоре смесителя, действует целый комплекс внешних сил. В первую очередь это: движущая сила инерции F_a , сила аэродинамического сопротивления воздуха F_a , сила Магнуса, подъемная сила, сила Архимеда, сила турбулентного массопереноса. Кроме вышеперечисленных сил определенное влияние оказывают также: сила тяжести G , электростатические силы, силы молекулярного взаимодействия.

Тогда, в общем виде уравнение движения частицы материала в кольцевом зазоре смесителя может быть представлено следующим образом:

$$m \frac{d\vec{U}}{dt} = \sum_{i=1}^n \vec{F}_i, \quad (18)$$

где \vec{U} — вектор скорости движения частицы в кольцевом зазоре, м/с;
 t — время движения частицы в кольцевом зазоре от внешней кромки рабочих лопастей до стенки цилиндрической обечайки смесителя, с;
 q — количество внешних сил, действующих на частицу материала при ее движении в кольцевом зазоре, шт.

Основное влияние на движение частицы материала в зазоре оказывает сила аэродинамического сопротивления воздуха F_a , вектор которой определяется по формуле

$$\vec{F}_a = \frac{1}{8} k_0 \cdot c \cdot \rho_a \cdot \pi \cdot d^2 \cdot |\vec{W} - \vec{U}| \cdot (\vec{W} - \vec{U}), \quad (19)$$

где \vec{W} — вектор скорости движения воздушного потока в кольцевом зазоре, м/с.

Коэффициент аэродинамического сопротивления c определяли по формуле

$$c = \frac{24}{Re} + \frac{4}{Re} + \frac{24}{Re} (1 + 0,17 \cdot Re^{0,2}). \quad (20)$$

Критерий Рейнольдса (Re) в рассматриваемом случае определяли как

$$Re = \frac{d |\vec{W} - \vec{U}|}{\nu_a}, \quad (21)$$

Ввиду того, что диаметр d частиц исходного материала достаточно мал ($< 5 \cdot 10^{-3}$ м), а $\rho_a \ll \rho_m$, то силой тяжести G и силой Архимеда при рассмотрении движения частицы в воздушном потоке можно пренебречь.

Для частиц материала диаметром $d = 10^{-2} - 10^{-1}$ м сила Магнуса и подъемная сила на несколько порядков меньше F_a ,

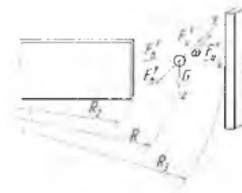


Рис. 5. Силы, действующие на одиночную частицу при ее движении в кольцевом зазоре ротора смесителя

Таким образом, ограничившись учетом только движущей силы инерции F_n и силы аэродинамического сопротивления воздуха F_a , после проекции их на горизонтальную плоскость XY (см. рис. 5), получим следующую систему дифференциальных уравнений движения одиночной частицы материала в кольцевом зазоре в цилиндрической системе координат:

$$\begin{cases} m \left(\frac{dU}{dt} - \frac{U^2}{R} \right) = F_a' \\ m \left(\frac{dU}{dt} - \frac{U \cdot U_\phi}{R} \right) = F_a' \\ \frac{dR}{dt} = U_\phi \\ \frac{d\varphi}{dt} = R = U_\phi \end{cases} \quad (22)$$

Подставляя в систему дифференциальных уравнений (22) выражения (19)–(21) и выполнив соответствующее преобразование, окончательно получим:

$$\begin{cases} \frac{dU}{dt} = 18 \frac{k}{d^2} \frac{P_a}{P_a} (W_{\text{ср}} - U) \left[1 + 0,17 \left(\frac{d(W_{\text{ср}} - U)}{v_a} \right)^{1/2} \right] v_a + \frac{U^2}{R} \\ \frac{dU}{dt} = 18 \frac{k}{d^2} \frac{P_a}{P_a} (W_{\text{ср}} - U) \left[1 + 0,17 \left(\frac{d(W_{\text{ср}} - U)}{v_a} \right)^{1/2} \right] v_a + \frac{U \cdot U_\phi}{R} \\ \frac{dR}{dt} = U_\phi \\ \frac{d\varphi}{dt} = \frac{U}{R} \end{cases} \quad (23)$$

где U , (U_ϕ) — относительная (переносная) скорость движения частицы материала в кольцевом зазоре смесителя, м/с;
 $W_{\text{ср}}$ ($W_{\text{ср}}^{\text{ср}}$) — среднее значение относительной (переносной) скорости движения воздушного потока в кольцевом зазоре мельницы, м/с;
 R — текущий радиус движения частицы в кольцевом зазоре ($R = R_2 - R_1$), м;
 φ — угол поворота рабочего колеса, рад.

Получить аналитическое решение системы дифференциальных уравнений (23) с учетом формул (12), (14) и (17) не представляется возможным. Поэтому расчет системы уравнений (23) осуществляли с использованием ЭВМ. При этом за начальные условия принимали следующие: $t = 0$; $\varphi = 0$; $R = R_2$; $U = v_a$ и $U_\phi = v_a$.

При этом абсолютная скорость движения одиночной частицы материала U_a в кольцевом зазоре определяли по формуле

$$U_a = \sqrt{U^2 + U_\phi^2}. \quad (24)$$

Тангенциальную U , и радиальную U_r скорости движения частицы материала в кольцевом зазоре определяли из системы уравнений (23).

Направление вектора абсолютной скорости движения одиночной частицы материала в кольцевом зазоре смесителя определяется углом атаки α (см. рис. 4)

$$\alpha = \arctg \frac{U_r}{U}. \quad (25)$$

Расчет тангенциальной, радиальной и абсолютной скоростей движения частицы материала в кольцевом зазоре и угла атаки α осуществляли численными методами с использованием ЭВМ. Результаты расчетов представлены на рис. 6–9.

Как видно из рис. 6, с увеличением текущего радиуса кольцевого зазора скорость движения частицы материала изменяется незначительно, что можно объяснить небольшой величиной самого кольцевого зазора ($R = 0,02$ м) и высокой скоростью движения частицы материала.

На рис. 7 представлена зависимость абсолютной скорости движения частицы материала от текущего радиуса смесителя при различных частотах вращения ротора. Как показали результаты расчетов, с ростом частоты вращения ротора смесителя скорость движения частицы материала в рабочей камере также возрастает.

На рис. 8 представлена траектория движения частицы материала в кольцевом зазоре смесителя при различных частотах вращения ротора.

Согласно рис. 9 с увеличением угла наклона разгонной лопатки смесителя угол атаки частицы материала уменьшается. Как показали теоретические исследования, характер данной кривой никак не зависит от частоты вращения ротора смесителя. Минимальный угол атаки частицы материала наблюдается при угле наклона лопаток 182° .

АЭРОДИНАМИЧЕСКИЙ РАСЧЕТ СМЕСИТЕЛЯ В ПРОГРАММНОЙ СРЕДЕ COSMOS FLO WORKS

Для проверки адекватности разработанной выше математической модели, в среде программного продукта Solid Works была разработана трехмерная твердотельная модель роторно-центробежного смесителя [1, 2] и при помощи модуля COSMOS Flo Works проведен комплексный аэродинамический анализ процесса перемешивания сухих сыпучих материалов в данном аппарате. Основные результаты аэродинамического расчета смесителя в программной среде COSMOS Flo Works представлены на рис. 10–12.

Расхождение результатов аэродинамического расчета смесителя от приведенных ранее на рис. 3, 6–9 составило 3%–5%.

Таким образом, разработанная автором математическая модель является вполне пригодной для оценки характера протекания процесса перемешивания сухих сыпучих материалов в роторно-центробежном смесителе [1, 2] и инженерного расчета его оптимальных конструктивно-технологических параметров.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В результате комплексного математического моделирования процесса перемешивания сухих сыпучих материалов в роторно-центробежном смесителе:

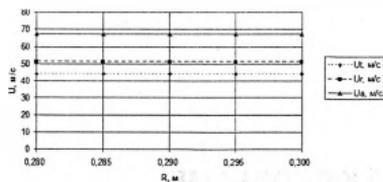


Рис. 6. Зависимость тангенциальной, радиальной и абсолютной скорости движения частицы материала в кольцевом зазоре смесителя от текущего радиуса зазора

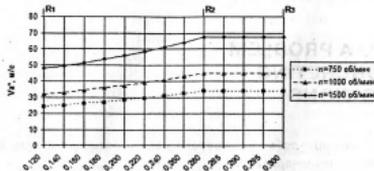


Рис. 7. Зависимость абсолютной скорости движения частицы материала в межлопастном пространстве и в кольцевом зазоре смесителя от его текущего радиуса

— получено уравнение движения частицы основного компонента смеси в межлопастном пространстве ротора (см. (3));

— получена система дифференциальных уравнений движения частицы основного компонента смеси в кольцевом зазоре между выходной кромкой лопаток и стенкой цилиндрической обечайки аппарата (см. (23));

— выявлен характер движения частицы основного компонента смеси в межлопастном пространстве ротора и в кольцевом зазоре между выходной кромкой лопа-

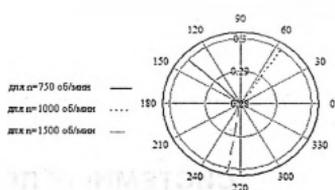


Рис. 8. Траектория движения частицы материала в кольцевом зазоре смесителя

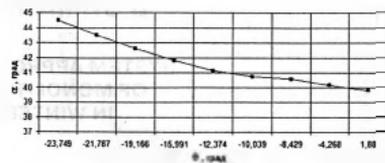


Рис. 9. Зависимость угла атаки от угла наклона разгонной лопатки смесителя

ток и стенкой цилиндрической обечайки аппарата (см. рис. 3, 6, 7);

— определена траектория движения частицы основного компонента смеси в кольцевом зазоре между выходной кромкой лопаток и стенкой цилиндрической обечайки аппарата (см. рис. 8);

— определена оптимальная величина угла наклона лопаток ($\theta = 182^\circ$), при которой угол атаки α частиц основного компонента смеси относительно стенки цилиндрической обечайки аппарата будет минимальным (см. рис. 9);

— подтверждена адекватность разработанной математической модели при помощи аэродинамического расчета смесителя в программной среде COSMOS Flo Works.

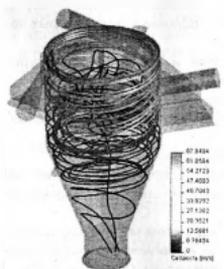


Рис. 10. Схема движения потока материала через тангенциальный патрубок смесителя при $n = 1500$ об/мин

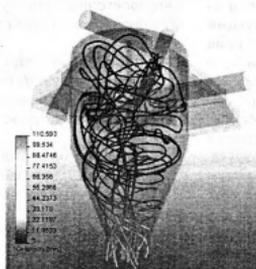


Рис. 11. Схема движения потока материала через центральный патрубок смесителя при $n = 1500$ об/мин

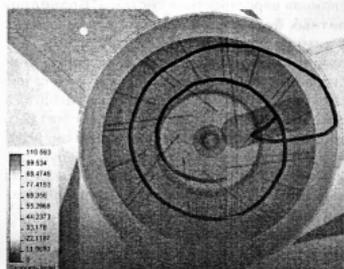


Рис. 12. Траектория движения одиночной частицы материала в межлопастном пространстве ротора и в кольцевом зазоре между лопатками и корпусом смесителя при $n = 1500$ об/мин

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Гарабажи, А. А. Интенсификация процессов перемешивания сухих сыпучих материалов в современных конструкциях смесителей / А. А. Гарабажи // Строительная наука и техника. — 2010. — № 4. — С. 27–42.
2. Роторно-центробежный смеситель: пат. 14933 ВУ, С1 МПК В 01F 3/18, В 01F 7/26 / А. А. Гарабажи, Э. И. Левандский, заявл. 09.01.09, опубл. 30.08.10 // Изобретения. — 2010. — № 38.
3. Левандский, Э. И. Некоторые пути совершенствования процесса измельчения и классификации сыпучих материалов в роторно-центробежной мельнице / А. А. Гарабажи // Химическая промышленность. — 2003. — Т. 80, № 6. — С. 21–25.
4. Гарабажи, А. А. Математическое моделирование процессов измельчения и классификации сыпучих материалов в роторно-центробежной мельнице / А. А. Гарабажи // Химическая промышленность. — 2003. — Т. 80, № 6. — С. 21–25.
5. Гарабажи, А. А. Разработка и исследование вихревой мельницы с непрерывной проточной классификацией отового продукта: дис. ... канд. техн. наук: 15.07.08 / А. А. Гарабажи. — Минск, 2000. — 206 с.

Статья поступила в редакцию 26.06.2012.