Scientific journal
PHYSICAL AND MATHEMATICAL EDUCATION
Has been issued since 2013.

Науковий журнал
ФІЗИКО-МАТЕМАТИЧНА ОСВІТА
Видається з 2013.

ISSN 2413-158X (online)
ISSN 2413-1571 (print)

http://fmo-journal.fizmatsspu.sumy.ua/

Игнатенко В.В., Леонов Е.А. Использование математических моделей при подготовке инженера. Фізико-математична освіта. 2018. Випуск 4(18). С. 55-58.

Ignatenko V.V., Leonov E.A. Use Of Mathematical Models In The Preparation Of Engineer. Physical and Mathematical Education. 2018. Issue 4(18). P. 55-58.

DOI 10.31110/2413-1571-2018-018-4-008
УДК 634.0.30

В.В. Игнатенко[1], Е.А. Леонов[2]
Учреждение образования «Белорусский государственный технологический университет», Республика Беларусь
[1]*ihnatsenko@tut.by*, [2]*debager13@rambler.ru*

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ ПРИ ПОДГОТОВКЕ ИНЖЕНЕРА

Аннотация. *Статья посвящена использованию математических моделей реальных производственных систем при обучении студентов лесотехнического профиля. Современный инженер в свой работе сталкивается с новой высокопроизводительной и сложной техникой. Ему приходится анализировать работу как отдельных узлов машины, так и всей технологической линии. При достаточно широком выборе однотипных машин, очень важно правильно сформировать их в системы. Решение этих проблем практически невозможно без математического моделирования исследуемых объектов. В Белорусском государственном технологическом университете студенты специальностей «Лесоинженерное дело» и «Машины и оборудование лесного комплекса» изучают математические модели лесопромышленных машин и оборудования. В статье представлена математическая модель работы форвардера (машины, предназначенной для сбора и подвозки заготовленной в лесу древесины) с учетом его технических и технологических отказов на различных стадиях работы, используемая при обучении студентов лесотехнического профиля. Показывается, как для конкретного лесопромышленного оборудования строится размеченный граф состояний и по заданному графу для состояний системы записывается система дифференциальных уравнений Колмогорова дпя вероятностей состояний. Для установившегося режима работы тогда вероятности состояний практически постоянны, система дифференциальных уравнений преобразуется в систему линейных алгебраических уравнений. Решая эту систему, находят финальные вероятности состояний, которые зависят от параметров потоков событий, переводящих систему из одного состояния в другое. Далее проводится анализ полученных решений с целью получения наилучших режимов эксплуатации данной техники. На конкретном примере показывается, как в зависимости от финальных вероятностей состояний форвардера определяются оптимальные сроки продолжительности восстановления работоспособности его ходовой части. Разработанная математическая модель базируется на применении теории массового обслуживания и критериев вероятностей состояний.*

Ключевые слова: *модель, форвардер, вероятность, технический отказ, параметры*

Постановка проблемы. Подготовка современного инженера с использованием методов математического моделирования.

Анализ актуальных исследований. В настоящее время методы теории массового обслуживания (ТМО) применяются для анализа работы различных технологических процессов. Однако они носят или общий теоретический характер или применяются к сугубо частной производственной задаче. В частности, применение ТМО в лесной промышленности, рассматривалось в общем виде в работе [1]. Анализ и исследование работы форвардера с помощью математических моделей в литературе нигде не проводились. Поскольку в настоящее время форвардер является одной из основных машин в лесозаготовительном производстве, то статья посвящена анализу его работы с помощью математической модели.

Цель статьи. Учитывая это, целью статьи является обучение студентов построению математических моделей конкретных производственных машин и их анализу для нахождения рациональных режимов работы.

Методы исследования. Графическое описание состояний системы с помощью размеченных графов. Запись дифференциальных уравнений Колмогорова для вероятностных состояний, получение и анализ финальных вероятностей состояний.

Изложение основного материала. Математическая модель для форвардеров разработана с учетом технических отказов. Размеченный граф работы основных узлов машины изображен на рис. 1.

Работа форвардера характеризуется следующими состояниями: S_0 – машина исправна (простаивает или совершает холостой ход с погрузочного пункта на пасеку), но не производит сбор, транспортировку (подвозку), разгрузку и подсортировку сортиментов; S_1 – машина исправна, осуществляет сбор, транспортировку, разгрузку и подсортировку сортиментов; S_{21} – отказ ходовой части; S_{22} – отказ двигателя; S_{23} – отказ технологического оборудования (манипулятора, грейферного захвата); S_{24} – отказ гидравлической системы.

В такой модели имеют место два типа потоков: потоков сортиментов и потоков отказов оборудования. Приоритетом пользуются потоки отказов, т. к. при их наступлении они «обрабатываются» (производится ремонт) в первую очередь. Из свободного состояния S_0 в рабочее S_1 система переходит с интенсивностью λ_1 подачи рабочего органа к сортименту (штабелю сортиментов). Обратно переход осуществляется посредством погрузки и транспортировки сортиментов с интенсивностью μ_1. При наступлении отказа ходовой части система с интенсивностью λ_{21} перейдет из состояния S_1 в S_{21}. После выполнения ремонта с темпом μ_{21} система вернется в состояние S_0. Отказ двигателя может привести к переходу в положение S_{22}, как из состояния S_0, так и из S_1 с интенсивностью λ_{22}. После ремонта система с темпом μ_{22} перейдет в состояние S_0. Отказ технологического оборудования приведет к переходу в состояние S_{23} из состояния S_1 с интенсивностью λ_{23}. После ремонта система перейдет из состояния S_{23} в S_0 с темпом μ_{23}. Отказ гидросистемы приведет систему из состояния S_1 в S_{24} с интенсивностью λ_{24}. После ремонта система перейдет из состояния S_{24} в S_1 с темпом μ_{24}.

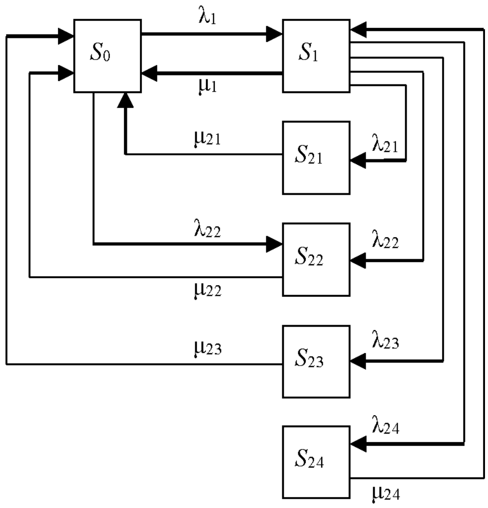

Рис. 1. Граф состояний системы форвардера

Обозначим:

$P_0(t)$ – вероятность того, что в момент времени t система находится в состоянии S_0;

$P_1(t)$ – состоянии S_1;

$P_{2j}(t)$ – в состоянии S_{2j}, j = 1,2,3,4.

Тогда модель функционирования системы (дифференциальные уравнения Колмогорова для вероятностей состояний) будет иметь следующий вид:

$$\begin{cases} \dfrac{dP_0}{dt} = -(\lambda_1 + \lambda_{22}) P_0 + \mu_1 P_1 + \mu_{21} P_{21} + \mu_{22} P_{22} + \mu_{23} P_{23}; \\ \dfrac{dP_1}{dt} = \lambda_1 P_0 - (\mu_1 + \lambda_{21} + \lambda_{22} + \lambda_{23} + \lambda_{24}) P_1 + \mu_{24} P_{24}; \\ \dfrac{dP_{21}}{dt} = \lambda_{21} P_1 - \mu_{21} P_{21}; \\ \dfrac{dP_{22}}{dt} = \lambda_{22} P_0 + \lambda_{22} P_1 - \mu_{22} P_{22}; \\ \dfrac{dP_{23}}{dt} = \lambda_{23} P_1 - \mu_{23} P_{23}; \\ \dfrac{dP_{24}}{dt} = \lambda_{24} P_1 - \mu_{24} P_{24}; \\ P_0 + P_1 + P_{21} + P_{22} + P_{23} + P_{24} = 1 \end{cases} \quad (1)$$

Неизвестные параметры λ_i и μ_i устанавливаются следующим образом: $\lambda_1 = 1/t_п$, где $t_п$ – продолжительность времени подачи рабочего органа к сортименту (штабелю сортиментов); $\mu_1 = 1/t_ц$, где $t_ц$ – продолжительность цикла сбора, транспортировки, разгрузки и подсортировки сортиментов; $\lambda_{21} = 1/t_{21}^{от}$, где $t_{21}^{от}$ – продолжительность времени между отказами шасси; $\mu_{21} = 1/t_{21}^{в}$, где $t_{21}^{в}$ – продолжительность времени восстановления работоспособности шасси; $\lambda_{22} = 1/t_{22}^{от}$, где $t_{22}^{от}$ – продолжительность времени между отказами двигателя; $\mu_{22} = 1/t_{22}^{в}$, где $t_{22}^{в}$ – продолжительность времени восстановления работоспособности двигателя; $\lambda_{23} = 1/t_{23}^{от}$, где $t_{23}^{от}$ – продолжительность времени между отказами технологического оборудования; $\mu_{23} = 1/t_{23}^{в}$, где $t_{23}^{в}$ – продолжительность времени восстановления работоспособности технологического оборудования; $\lambda_{24} = 1/t_{24}^{от}$, где $t_{24}^{от}$ – продолжительность времени между отказами гидравлической системы; $\mu_{24} = 1 / t_{24}^{в}$, где $t_{24}^{в}$ – продолжительность времени восстановления работоспособности гидравлической системы.

При исследовании работы форвардера на протяжении длительного промежутка времени месяц, год и т.д. (установившийся режим работы), можно считать, что P_0 = const, P_1 = const, P_{21} = const, P_{22} = const, P_{23} = const, P_{24} = const, P_{25} = const (финальные вероятности состояния). Ошибка при принятии данного допущения не превышает 8% [2, 3].

В этом случае система дифференциальных уравнений (1) преобразуется в систему линейных алгебраических уравнений:

$$\begin{cases} 0 = -\left(\lambda_1 + \lambda_{22}\right)P_0 + \mu_1 P_1 + \mu_{21}P_{21} + \mu_{22}P_{22} + \mu_{23}P_{23}; \\ 0 = \lambda_1 P_0 - (\mu_1 + \lambda_{21} + \lambda_{22} + \lambda_{23} + \lambda_{24})P_1 + \mu_{24}P_{24}; \\ 0 = \lambda_{21}P_1 - \mu_{21}P_{21}; \\ 0 = \lambda_{22}P_0 + \lambda_{22}P_1 - \mu_{22}P_{22}; \\ 0 = \lambda_{23}P_1 - \mu_{23}P_{23}; \\ 0 = \lambda_{24}P_1 - \mu_{24}P_{24}; \\ P_0 + P_1 + P_{21} + P_{22} + P_{23} + P_{24} = 1 \end{cases} \quad (2)$$

Решая систему уравнений относительно вероятностей состояний P_0, P_1, P_{21}, P_{22}, P_{23}, P_{24}, получим выражения для расчета режимов работы форвардера:

$$P_1 = \frac{\lambda_1}{\mu_1 + \lambda_{21} + \lambda_{22} + \lambda_{23}} P_0; \quad (3)$$

$$P_{21} = \frac{\lambda_{21}\lambda_1}{\mu_{21}(\mu_1 + \lambda_{21} + \lambda_{22} + \lambda_{23})} P_0; \quad (4)$$

$$P_{22} = \frac{\lambda_{22}}{\mu_{22}}\left(1 + \frac{\lambda_1}{\mu_1 + \lambda_{21} + \lambda_{22} + \lambda_{23}}\right) P_0; \quad (5)$$

$$P_{23} = \frac{\lambda_{23}\lambda_1}{\mu_{23}(\mu_1 + \lambda_{21} + \lambda_{22} + \lambda_{23})} P_0; \quad (6)$$

$$P_{24} = \frac{\lambda_{24}\lambda_1}{\mu_{24}(\mu_1 + \lambda_{21} + \lambda_{22} + \lambda_{23})} P_0. \quad (7)$$

Примем, что:

$$\frac{\lambda_{21}}{\mu_{21}} = \rho_{21}; \frac{\lambda_{22}}{\mu_{22}} = \rho_{22}; \frac{\lambda_{23}}{\mu_{23}} = \rho_{23}; \frac{\lambda_{24}}{\mu_{24}} = \rho_{24}; \quad \frac{\lambda_1}{\mu_1 + \lambda_{21} + \lambda_{22} + \lambda_{23}} = \varphi.$$

Тогда получим уравнение для расчета вероятности состояния P_0:

$$P_0 = \left[1 + \rho_{22} + \varphi(1 + \rho_{21} + \rho_{22} + \rho_{23} + \rho_{24})\right]^{-1}. \quad (8)$$

Подставив в выражения (3)–(7) значения вероятности P_0, найдем значения вероятностей P_1, P_{21}, P_{22}, P_{23}, P_{24}.

Полученные зависимости вероятностей состояний форвардера позволяют установить рациональные значения параметров машины. Технология работы с зависимостями следующая. На основе технических характеристик принимается ряд параметров, например, μ_1, λ_{21}, λ_{22}, λ_{23}, λ_{24} и из построенных зависимостей устанавливаются искомые параметры. Например, λ_1, μ_{21}, μ_{22}, μ_{23}либо μ_{24} [2, 3, 4].

На рис. 2 приведен пример установления одного из названных параметров.

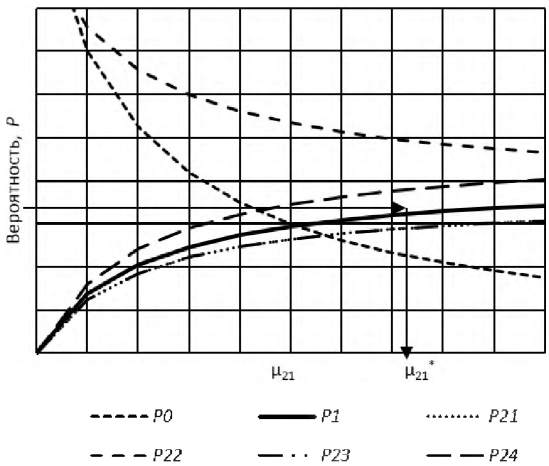

Рис. 2. Зависимости вероятностей состояний систем форвардера

Определенное оптимального значение μ^*_{21} позволяет определить рациональную, в данном случае, продолжительность восстановления ходовой части:

$$t^*_{21} = \frac{1}{\mu^*_{21}}.$$

При этом обеспечивается надлежащая производительность машины, т. к. достигается практически максимальная ее величина P_1^* (вероятность работы).

Выводы. Разработанная модель обучает студентов определять рациональные режимы работы и ремонта технологического оборудования форвардера в случае технических отказов при заданных характеристиках. Это приведет к росту производительности оборудования без существенных финансовых затрат.

Список использованных источников

1. Игнатенко В. В., И. В. Турлай И. В., Федоренчик А. С. Моделирование и оптимизация процессов лесозаготовок. Минск: БГТУ, 2004. 178 с.
2. Игнатенко В. В., Леонов Е. А. Установление рациональных параметров многооперационных машин в лесозаготовительной промышленности. Актуальные направления научных исследований XXI века: теория и практика. 2015. Т. 3. № 5–4. С. 291–295.
3. Леонов Е. А., Игнатенко В. В., Клоков Д. В. Математическая модель работы рубильной машины с учетом ее технических отказов. Труды БГТУ. 2016. № 2: Лесная и деревообр. пром-сть. С. 40–44.
4. Федоренчик А. С., Клоков Д. В., Леонов Е. А. Технология и оборудование лесосечных и лесоскладских работ. Минск: БГТУ, 2016. 204 с.

References

1. Ignatenko V. V., Turlay I. V., Fedorenchik A. S. Modelirovanie i optimizacija processov lesozagotovok [Modeling and optimization of logging processes]. Minsk, BGTU Publ., 2004. 178 p (In Russian).
2. Ignatenko V. V., Leonov E. A. Establishment of rational parameters of multi-operation machines in the timber industry. Aktual'nyye napravleniya nauchnykh issledovaniy XXI veka: teoriya i praktika [Actual directions of scientific research of the XXI century: theory and practice], 2015, no. 5–4, pp. 291–295 (In Russian).
3. Leonov E. A., Ignatenko V. V., Klokov D. V. The mathematical model of chipper work given its technical failures. Trudy BGTU [Proceedings of BSTU], 2016, no. 2: Forest and Woodworking Industry, pp. 40–44 (In Russian).
4. Fedorenchik A. S., Klokov D. V., Leonov E. A. Tekhnologiya i oborudovaniye lesosechnykh i lesoskladskikh rabot [Energy use of wood biomass. Practical work]. Minsk, BGTU Publ., 2016. 204 p (In Russian).

USE OF MATHEMATICAL MODELS IN THE PREPARATION OF ENGINEER

Ignatenko V. V.

Belarusian State Technological University, Republic of Belarus

Leonov E. A.

Belarusian State Technological University, Republic of Belarus

Abstract. *The article is devoted to the use of mathematical models of real production systems in teaching forestry students. A modern engineer in his work is faced with a new high-performance and complex technology. He has to analyze the work of both individual units of the machine, and the entire process line. With a fairly wide of choice of the same type of machines, it is very important to correctly combine them into system. The solution of these problems is almost impossible without mathematical modeling. At the Belarusian State Technological University, students of the specialties "Forest Engineering" and "Machines and Equipment for the Forestry Complex" study mathematical models of forestry machinery and equipment. The article presents a mathematical model of the work of the forwarder (a machine designed for collecting and hauling timber harvested in the forest), and takes into account its technical and technological failures at various stages of work, which machine is used to train forest engineering students. It is shown how a marked state graph is constructed for a specific forestry equipment and a system of Kolmogorov differential equations of state probabilities is written according to a given graph for system states. For steady-state operation, when the probabilities of states are almost constant, the system of differential equations is transformed into a system of linear algebraic equations. By solving this system, we find the final probability of the states, which depends on the parameters of the event streams that transfer the system from one state to another. Next, an analysis of the obtained solutions is carried out in order to obtain the best operating conditions for this equipment. On a concrete example we show dependence of the final probabilitiy from the states of the forwarder and determine the optimal terms of the restoration of the running gear performance duration . The developed mathematical model is based on the application of queuing theory and state probability criteria.*

Keywords: *model, forwarder, probability, technical denial, parameters.*