

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ МНОГОКАНАЛЬНОГО АВТОКОМПЕНСАТОРА ПОМЕХ

УДК 621.396.98

Аннотация

В статье рассматривается математическая модель многоканального автокомпенсатора шумовых помех с корреляционными обратными связями, реализующего критерий минимума выходной мощности. Модель основана на представлении автокомпенсатора в виде многомерного следящего измерителя весовых коэффициентов. Получены выражения для эквивалентной спектральной плотности возмущающего воздействия и задающего воздействия измерителя.

Введение

В настоящее время широкое распространение получили многоканальные автокомпенсаторы шумовых помех, предназначенные для подавления шумовых помех в радиолокации, навигации и связи. Количественный анализ точностных свойств одноканального автокомпенсатора, содержащий анализ характеристик задающего и возмущающего воздействия контура самонастройки, приведен в [1]. Анализ флуктуационных ошибок самонастройки многоканального автокомпенсатора шумовых помех приведен в [2], однако он не сопровождается анализом характеристик возмущающего и задающего воздействий, что в отличие от работы [1] исключает использование его результатов при проведении синтеза оптимальных алгоритмов самонастройки и ограничивает его возможности по анализу при более общих исходных предположениях. В связи с этим актуальной задачей является разработка математической модели многоканального автокомпенсатора шумовых помех, включающая в себя анализ характеристик его возмущающего и задающих воздействий, что и является целью данной статьи.

Математическая модель многоканального автокомпенсатора в исходном базисе

Система дифференциальных уравнений, описывающая работу многоканального автокомпенсатора шумовой помехи, реализующего критерий минимума выходной мощности, имеет следующий вид (в качестве цепей сглаживания сигнала ошибки для простоты рассмотрения будем использовать идеальный интегратор):

$$\frac{1}{K_n} \frac{dW}{dt} = U_{\text{ос}} - K_n E^{-1} \{E_0(t) + E^T(t) \cdot W\}, \quad (1)$$

где K_n – коэффициент преобразования интегратора по скорости;

K_n – коэффициент передачи цепей корреляционной обратной связи по мощности;

$W = \{W_1, W_2, W_3, \dots, W_N\}^T$ – вектор-столбец комплексных весовых коэффициентов;

$E = \{E_1, E_2, E_3, \dots, E_N\}^T$ – вектор-столбец комплексных амплитуд сигналов, принятых компенсационными каналами;

$U_{\text{ос}}$ – вектор-столбец комплексных сигналов ошибок измерения весовых коэффициентов.

С. М. Костромичский, И. Н. Давыденко, А. А. Дятко,

Республиканское унитарное предприятие «КБ Радар», г. Минск

После усреднения, полагая, что весовые коэффициенты меняются значительно медленнее, чем входные сигналы, можно получить следующее уравнение для средних значений весовых коэффициентов:

$$\frac{1}{K_n} \frac{dW}{dt} = K_n (W_{\text{ос}} - W), \quad (2)$$

где $K_n = K_n$ – матрица крутизны многомерного дискриминатора весовых коэффициентов;

$W_{\text{ос}} = R^{-1} R_0$ – задающее воздействие измерителя;

$R = E E^T$ – корреляционная матрица сигналов, принятых компенсационными каналами;

$R_0 = E_0 E_0^T$ – вектор корреляции сигналов, принятых основными и компенсационными каналами.

С учетом случайной составляющей сигнала ошибки система дифференциальных уравнений относительно вектора весовых коэффициентов примет следующий вид:

$$\frac{1}{K_n} \frac{dW}{dt} = K_n (W_{\text{ос}} - W) + \xi(t), \quad (3)$$

где $\xi(t) = U_{\text{ос}}(t) - \bar{U}_{\text{ос}}(t)$ – вектор случайных составляющих сигнала ошибки.

Пересчитаем случайную составляющую сигнала ошибки $\xi(t)$ на вход дискриминатора [4]:

$$\frac{1}{K_n} \frac{dW}{dt} = K_n (W_{\text{ос}} - W + \eta(t)), \quad (4)$$

где $\eta(t) = K_n^{-1} \xi(t)$ – случайное возмущающее воздействие измерителя.

Таким образом, многоканальный автокомпенсатор может быть представлен многомерной линейной следящей системой, матрица крутизны которой $K_n = K_n R$ с точностью до скалярного множителя определяется корреляционной матрицей сигналов помехи, принятой компенсационными каналами. Задающее воздействие измерителя $W_{\text{ос}} = R^{-1} R_0$ определяется через корреляционную матрицу сигналов помехи R и вектор корреляции R_0 .

Характеристики возмущающего воздействия многоканального автокомпенсатора в исходном базисе

Полагая сигналы помех в каналах приема гауссовскими, случайными процессами с нулевыми средними и используя выражения для моментов четвертого порядка [3], получим следующее выражение для матрицы корреляционных функций случайного возмущающего воздействия многомерного измерителя весовых коэффициентов автокомпенсатора:

$$R_{\eta}(t) = \eta^T(t) \cdot \eta^T(t-t) = (K_n)^{-1} \cdot \xi^T(t) \cdot \xi^T(t-t) = (K_n)^{-1} \cdot R_0 \cdot 2\sigma_{\xi}^2 \cdot r^T(t) \cdot (K_n)^{-1}, \quad (5)$$

где $r(t)$ – нормированная корреляционная функция помехи;

$2\sigma_{\Sigma}^2 = \overline{[E_{\Sigma}(t)]^2} = \overline{[E_0(t) + W^1 E(t)]^2}$ – удвоенная мощность остатков компенсации помехи.

Соответственно матрица эквивалентной спектральной плотности случайного возмущающего воздействия [4] описывается выражением:

$$\begin{aligned} S_{\Sigma\Sigma} &= S_{\Sigma\Sigma}(\omega) \Big|_{\omega=0} = \int R_{\Sigma\Sigma}(\tau) d\tau = \\ &= K_n^{-1} 2\sigma_{\Sigma}^2 (K^1)^{-1} \int r^2(\tau) d\tau = \frac{K_n^{-1} 2\sigma_{\Sigma}^2}{\beta} (K^1)^{-1}, \end{aligned} \quad (6)$$

где $\Delta f_{\omega} = \left(\int r(\tau) d\tau \right)^{-1}$ – ширина спектра помехи;
 $\beta = \frac{\int r(\tau) d\tau}{\int r^2(\tau) d\tau}$ – постоянный коэффициент, зависящий

от формы корреляционной функции помехи.

Математическая модель многоканального автокомпенсатора в эквивалентном базисе

Анализ характеристик (быстродействие, флуктуационные и динамические ошибки) многомерной следящей системы вида (4) является сложным по той причине, что в общем случае матрица K_n является недиагональной. Для преодоления этой трудности проводится матричное преобразование над исходными векторными переменными (W, E, η), при котором отдельные контуры самонастройки для преобразованных весовых коэффициентов W' являются независимыми [2]. Так как матрица K_n является положительно определенной эрмитовой матрицей, она может быть представлена через диагональную матрицу собственных чисел и унитарную матрицу, составленную из нормированных собственных векторов [3]:

$$K_n = K_n^* R = K_n^* U \cdot A \cdot U^*, \quad (7)$$

где $U = [G_{n1}, G_{n2}, \dots, G_{nn}]$ – квадратная матрица, столбцами которой являются нормированные собственные векторы матрицы R ;

$A = \text{diag}(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n)$ – диагональная матрица с элементами на главной диагонали, равными собственным значениям матрицы R ;

U^* – эрмитово-сопряженная матрица U .

Произведем преобразования над системой дифференциальных уравнений (4). Заменяем матрицу K_n ее разложением через диагональную матрицу собственных значений:

$$\begin{aligned} \frac{1}{K_n} \frac{dW}{dt} &= K_n^{-1} U \cdot A \cdot U^* \cdot (W_{\Sigma\Sigma} + \eta(t) - W) = \\ &= K_n^{-1} U \cdot A \cdot (U^* W_{\Sigma\Sigma} + U^* \eta(t) - U^* W). \end{aligned} \quad (8)$$

Умножим полученное выражение слева на матрицу U^* :

$$\begin{aligned} \frac{1}{K_n^*} \frac{dU^* W}{dt} &= K_n^* U^* \cdot A \cdot \\ &\cdot (U^* W_{\Sigma\Sigma} + U^* \eta(t) - U^* W). \end{aligned} \quad (9)$$

С учетом свойств унитарной матрицы ($U^* U = E$) окончательно получим:

$$\frac{1}{K_n^*} \frac{dW'}{dt} = K_n^* A \cdot (W'_{\Sigma\Sigma} + \eta'(t) - W'), \quad (10)$$

где $W' = U^* W$;

$\eta' = U^* \eta$.

Таким образом, исходная система дифференциальных уравнений свелась к набору не связанных между собой дифференциальных линейных уравнений 1-го порядка

$$\frac{1}{K_n^*} \frac{dW'_i}{dt} = K_n^* \lambda_{i1} \cdot (W'_{\Sigma\Sigma i+1} + \eta'_i(t) - W'_i), \quad (11)$$

где $W'_i = G_n^* W$;

G_n^* – эрмитово-сопряженный k -й нормированный собственный вектор матрицы R .

Можно получить, что задающее воздействие в этом случае описывается выражением:

$$W'_{\Sigma\Sigma i} = G_n^* W_{\Sigma\Sigma} = -G_n^* R^{-1} R_0 = -G_n^* G_n^* G_n^* R_0 = -\frac{1}{\lambda_{i1}} G_n^* R_0. \quad (12)$$

Методика анализа одноканального контура самонастройки известна [1]. При необходимости вернуться к исходным векторам W, η можно воспользоваться обратными преобразованиями:

$$W = U \cdot W' \quad (13)$$

$$\eta = U \cdot \eta'$$

Переход к новым преобразованным входным сигналам E' и весовым коэффициентам W' не приведет к изменению выходного коэффициента автокомпенсатора [2], что дает основание при анализе результирующей эффективности автокомпенсатора не производить трудоемкий обратный пересчет (13):

$$W'^1 E' = W^1 U^1 E = W^1 E. \quad (14)$$

Представление матрицы R через унитарную и диагональную матрицы эквивалентно некоторому преобразованию над вектором входных сигналов E , в результате чего составляющие нового вектора E' не коррелированы между собой и имеют удвоенные мощности, равные соответствующим собственным значениям матрицы R . В самом деле в соответствии с выражением (7) можно получить [2]:

$$A = U^* R \cdot U = U^* E^* E^T \cdot U = E'^* E'^T = R' \quad (15)$$

или

$$E' = U^1 \cdot E. \quad (16)$$

Мощность остатков компенсации многоканального автокомпенсатора

Удвоенная мощность остатков помехи на выходе автокомпенсатора с учетом ошибок самонастройки ($W = W_{\Sigma\Sigma} + \Delta W$) описывается выражением [2]:

$$\begin{aligned} 2\sigma_{\Sigma}^2 &= \overline{[E_0 + (W_{\Sigma\Sigma}^1 + \Delta W_{\Sigma\Sigma}^1) E]} \overline{[E_0 + E^1 (W_{\Sigma\Sigma} + \Delta W_{\Sigma\Sigma})]} \\ &= 2\sigma_{\Sigma}^2 + 2\sigma_{\Sigma\Delta W}^2, \end{aligned} \quad (17)$$

где $2\sigma_{\Sigma}^2 = 2\sigma_{\Sigma 0}^2 = R_0^* R^{-1} R_0$ – минимальная удвоенная мощность остатков помехи на выходе автокомпенсатора;

$2\sigma_{\Sigma\Delta W}^2 = \Delta W^* R \Delta W$ – составляющая удвоенной мощности остатков помехи на выходе автокомпенсатора, обусловленная ошибками самонастройки.

Для удобства анализа эффективности многоканального автокомпенсатора следует представить составляющую мощности остатков помехи на выходе автокомпенсатора, обусловленную ошибками самонастройки, в эквивалентном базисе. В этом случае с учетом выражений (14), (15) можно получить:

$$2\sigma_{\text{эл}}^2 = \Delta W^2 \cdot R \cdot \Delta W = \Delta W^{2 \cdot 3}, \quad (18)$$

$$\Delta W = \sum_{i=1}^N \lambda_i \cdot \Delta W_i^{1/2}.$$

В соответствии с выражением (18) мощность остатков помехи, обусловленная ошибками самонастройки, равна сумме отдельных слагаемых, каждое из которых равно произведению удвоенной мощности сигнала (собственного значения) на квадрат модуля ошибки соответствующего весового коэффициента.

Характеристики возмущающего воздействия многоканального автокомпенсатора в эквивалентном базисе

Определим выражение для матрицы корреляционных функций возмущающего воздействия многомерного измерителя в новом базисе:

$$R_{\eta}(\tau) = \eta^T(t) \cdot \eta^T(t - \tau) = \quad (19)$$

$$= U^T \cdot \eta(t) \cdot \eta^T(t - \tau) \cdot U = 2\sigma_{\text{эл}}^2 \cdot r^T(\tau) \cdot A^{-1}.$$

Соответственно матрица спектральной плотности возмущающего воздействия описывается выражением:

$$S'_{\text{эл}} = S'_{\eta} = \frac{2\sigma_{\text{эл}}^2}{\beta \cdot \Delta f_{\text{ш}}} \cdot A^{-1}. \quad (20)$$

Заметим, что проведенное преобразование привело матрицу спектральной плотности возмущающего воздействия к диагональному виду: составляющие вектора задающего воздействия η^T независимы между собой, а их мощности обратно пропорциональны соответствующим собственным значениям и прямо пропорциональны мощности остатков компенсации.

Заключение

Использована математическая модель многоканального автокомпенсатора помех в виде многомерного линейного следящего измерителя весовых коэффициентов.

Для обеспечения независимости отдельных контуров самонастройки по известной методике осуществлен переход к эквивалентному многомерному измерителю весовых коэффициентов, контуры самонастройки которого действуют независимо друг от друга. Для моделей измерителей в обоих базисах выделены выражения, соответствующие задающим воздействиям измерителей, и полученные выражения для матрицы эквивалентной спектральной плотности возмущающего воздействия. Показано, что для эквивалентного измерителя матрица спектральной плотности возмущающего воздействия носит диагональный характер, диагональные элементы которой обратно пропорциональны соответствующим собственным значениям и прямо пропорциональны мощности остатков компенсации. Предложено выражение для оценки влияния ошибок самонастройки на мощность остатков компенсации помехи, представленное в скалярном виде в виде вкладов отдельных контуров самонастройки эквивалентного измерителя.

Литература:

1. Охрименко, А. Е., Слейников, О. А. Теоретические основы радиополосы МВЗЗРУ. – Минск. – 1976. – 606 с.
2. Монин, Р. А., Миллер, Т. У. Адаптивные антенные решетки. – М.: Радио и связь, 1986. – 446 с.
3. Корн, Г., Корн, Т. Справочник по математике. – М.: Наука, 1974. – 832 с.
4. Бакут, П. А., Большаков, И. А. и др. Вопросы статистической теории радиополосы. Т. 2. Под ред. Г. П. Тартаковского. – М.: Советское радио, 1964. – 1079 с.

Abstract

The model are proposed of a multi-channel canceller, which implements the criterion of the output power minimum. The report consists of canceller mathematical model as a multi-channel meter of weighting factors. The expression obtained for equivalent spectral density of self-canceller's weighting factors multi-channel meter perturbation action.

ТРЕБОВАНИЯ К НАУЧНЫМ СТАТЬЯМ, ПУБЛИКУЕМЫМ В РАЗДЕЛЕ «РЕЦЕНЗИРУЕМЫЕ НАУЧНЫЕ СТАТЬИ»

1. Научная статья – законченное и логически цельное произведение по рассуждаемой теме – должна соответствовать одному из следующих научных направлений: информационные технологии и системы, оптоэлектроника, микро- и наноэлектроника, приборостроение.
2. Объем научной статьи не должен превышать 0,35 авторского листа (14 тысяч печатных знаков, включая пробелы между словами, знаки препинания, цифры и другие), что соответствует 8 страницам текста, напечатанного через 2 интервала между строками (5,5 строки в случае печати через 1,5 интервала).
3. Статьи в редакцию предоставляются в двух экземплярах на бумаге формата А4 (220х15, с. Минск, пр. Пушкина, 256), а также в электронном виде (e-mail: sadov@vnu.by). К статье прилагается сопроводительное письмо организации за подписью руководителя и акт экспертизы. Статья должна быть подписана всеми авторами. Статьи принимаются в формате doc, rtf, pdf. Каждая иллюстрация (фотографии, рисунки, графики, таблицы и др.) должна быть представлена отдельным файлом и названа таким образом, чтобы была понята последовательность ее размещения. Фотографии принимаются в форматах tif или jpg (300 dpi). Рисунки, графики, диаграммы принимаются в форматах tif, obj, eps или jpg (300 dpi, текст в кривых). Таблицы принимаются в форматах doc, rtf или Excel.
4. Научные статьи должны включать следующие элементы: аннотацию; фамилию и инициалы автора (авторов) статьи, ее название; введение; основную часть, включающую графики и другой иллюстративный материал (при их наличии); заключение; список цитируемых источников; индекс УДК.

- аннотацию на английском языке.
5. Название статьи должно отражать основную идею выполненного исследования, быть по возможности кратким, содержать ключевые слова, позволяющие индексировать данную статью.
6. Аннотация (100-150 слов) должна ясно излагать содержание статьи и быть пригодной для опубликования в аннотациях к журналам отдельно от статьи.
- В разделе «Введение» должны быть дан краткий обзор литературы по данной проблеме, указаны не решенные ранее вопросы, сформулированы и обоснованы цели работы.
- Основная часть статьи должна содержать описание методики, аппаратуры, объектов исследования и подробно описать содержание исследований. Полученные результаты должны быть обоснованы с точки зрения их научной новизны и сопоставлены с соответствующими известными данными. Основная часть статьи может делиться на подразделы (с разнотипными заголовками).
- Иллюстрации, формулы, уравнения и списки, встречающиеся в статье, должны быть пронумерованы в соответствии с порядком цитирования в тексте.
- В разделе «Заключение» должны быть в сжатом виде сформулированы основные полученные результаты с указанием их новизны, преимуществ и возможности применения.
- Список цитируемых источников располагается в конце текста, ссылки нумеруются согласно порядку цитирования в тексте. Порядковые номера ссылок должны быть написаны внутри квадратных скобок (например: [1], [2]).
- В соответствии с рекомендациями ВАК Республики Беларусь от 29.12.2007г. №29/13/15 научные статьи аспирантов последнего года обучения публикуются вне очереди при условии их полного соответствия требованиям, предъявляемым к рецензируемым научным публикациям.