

НЕКОТОРЫЕ ВОПРОСЫ УПРАВЛЯЕМОСТИ ДЕСКРИПТОРНЫХ СИСТЕМ

В.В. Игнатенко
(БГТУ, г. Минск)

Рассмотрим дескрипторную систему с запаздыванием:

$$\begin{aligned} M_0 \dot{z}(t) &= Mz(t) + M_1 z(t-h) + bw(t), t \geq 0 \\ z_0(\cdot) &= \{z(t) = \Psi(t), t \in [-h, 0], z(0) = z_0\} \end{aligned} \quad (1)$$

где z — вектор, M_0, M, M_1 — $l \times l$ — матрица, b — вектор, $w(t)$ — управление, h ($h > 1$) — натуральное число, $\det M_0 = 0$.

Пусть $\det T \neq 0$ и

$$TM_0 T^{-1} = \begin{bmatrix} E & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, TMT^{-1} = \begin{bmatrix} S & 0 \\ 0 & -A_0 \end{bmatrix}, TM_1 T^{-1} = \begin{bmatrix} S_1 & 0 \\ 0 & A \end{bmatrix},$$

где E, S, S_1 — матрицы размерности $m \times m$, A_0, A — размерности $n \times n$, $\det A_0 = 0$ и пусть $z' = \{y', x'\}$, где y — m — вектор, x — n — вектор. Тогда систему (1) можно представить в виде двух систем:

$$\dot{y}(t) = Sy(t) + Sy(t-h) + b_1 v(t), \quad (2)$$

$$A_0 x(t+1) = Ax(t-h_1) + b_2 u(t), h_1 = h+1 \quad (3)$$

Систему (2) будем решать при начальных условиях:

$$y_0(\cdot) = \{y(t) = \varphi(t), t \in [-h, 0], y(0) = y_0\} \quad (4)$$

Систему (3) будем рассматривать как дискретную дескрипторную систему при $t = 0, 1, 2, \dots$ с начальным условием:

$$x_0(\cdot) = \{x(\tau) = q(\tau), \tau \in -h_1, -h_1 + 1, \dots, -1\} \quad (5)$$

Решение системы (2) записывается в терминах определяющих уравнений [1].

$$Y_{\xi,1}(2h) = SY_{\xi}(zh) + S_1 Y_{\xi}((z-1)h),$$

$$Y_1(0) = b, Y_{\xi}(2h) = 0, z \neq 0; Y_{\xi}(zh) = 0, \xi \leq 0, z < 0$$

Решение системы (3) записывается в терминах решений определяющих уравнений [2]:

$$X_{t+1}^1 = A_0^D A X_{t-h_1}^1 + A_0^D b_2 u_t,$$

$$A_0^D A_0 (E - A_0^D A_0) X_{t+1}^2 = X_{t-h_1}^2 A^D (E - A_0^D A_0) b_2 u_t,$$

которые решаются при начальных условиях:

$$u_0 = E, u_t = 0, t \neq 0; X_t^1 = 0, t \leq 0; X_t^2 = 0, t \geq 0.$$

Система (3) имеет единственное решение, удовлетворяющее начальному условию $x_0(\cdot) = \Omega$, где

$$\Omega = \{x(\tau) = q(\tau) = (A_0^D A)^{d_t+1} q(t - (d_t + 1)(h_1 + 1)) - \\ (E - A_0^D A_0) \sum_{j=0}^{k_0} (A_0^D A_0)^j A^D b u(T + jh), \tau \in [-h; 0]\}$$

A_0^D – обратная матрица Дробизина к матрице

$$A_0, d_t = \left[\frac{t-1}{h_1+1} \right] + 1 \quad [2].$$

Определение. Системы (2) и (3) называются условно управляемыми, если для любых начальных условий (4) и $x(\cdot) \in \Omega$, и любых $C_1 \in R^m$ и $C_2 \in R^n$ существует момент времени $t_1 > (k_0 - 1)h_1$ и управление $v(t)$, ($v(t)$ – кусочно-непрерывная функция) и $u(t)$, $t = (k_0 - 1)h_1 + 1, (k_0 - 1)h_1 + 2, \dots, t_1 + (k_0 + 1)h_1$, такие, что решение удовлетворяет условию $y(t_1) = C_1, x(t_1) = C_2$.

Для условия управляемости необходимо и достаточно, чтобы:

$$\text{rank}\{Y_\xi(zh), \xi \in [0, m], z \in [0, m-1]\} = m,$$

$$\text{rank}\{X_s^1, s = 1, 2, \dots, d_{t_1} - d_{k_0 h_1 + 1}; X_{-j}^2, j = 0, 1, \dots, k_0 - 1\} = n$$

ЛИТЕРАТУРА

1. Гибасов Р., Кириллова Ф.М. Качественная теория оптимальных процессов. М.: Наука, 1971.

2. Игнатенко В.В., Крихотко В.В. К управляемости линейных дискретных дескрипторных систем с запаздыванием. // Вестник БГУ.- 1993. Сер. 1 физ.-мат.мех, №3.-С.70-73.