УДК 681.3

К ВОПРОСУ О МОДАЛЬНОМ УПРАВЛЕНИИ СИСТЕМАМИ НЕЙТРАЛЬНОГО ТИПА ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНО-РАЗНОСТНЫМИ РЕГУЛЯТОРАМИ

А.А. Якименко
(БГТУ, г.Минск)

Рассмотрим следующую линейную систему нейтрального типа

$$\dot{x}(t) = A_0 x(t) + A_1 x(t-h) + A_2 \dot{x}(t-h) + bu(t),\ t > 0, \tag{1}$$

где $A_i, i = 0,1,2$ - постоянные (2×2)-матрицы, b- ненулевой 2-вектор, $h > 0$-постоянное запаздывание. Не ограничивая общности, считаем $b' = [0,\ 1]$ ($(\cdot)$ означает транспонирование).

Присоединим к системе (1) регулятор

$$u(x) = q'_{00} x(t) + \sum_{i=0}^{L}\sum_{j=1}^{M} q'_{ij} x^{(i)}(t - jh) \tag{2}$$

где q_{ij}, $i = 0,\ldots,L, j = 0,\ldots,M$ -2-векторы;

$$x^{(j)}(t) \overset{def}{=} \frac{d^j}{dt^j} x(t),\ x^{(0)}(t) \equiv x(t).$$

В частотной области регулятор (2) имеет вид:

$$U(\lambda) = q'_{00} + \sum_{i=0}^{L}\sum_{j=1}^{M} q'_{ij} \lambda^i e^{-j\lambda h}, \tag{3}$$

Запишем характеристическое уравнение системы (1):

$$\det\left[A_0 + A_1 e^{-\lambda h} + A_2 \lambda e^{-\lambda h} - \lambda I_2\right] \equiv \sum_{i=0}^{2}\sum_{j=0}^{2} \tilde{\alpha}_{ij} \lambda^i e^{-j\lambda h} = 0, \tag{4}$$

где I_2 — единичная матрица второго порядка, числа α_{ij} — вычисляются как функции матриц $A_i, i = 0, 1, 2$, в частности, $\alpha_{00} = \det A_0$, $\alpha_{20} = 1$, $\alpha_{22} = \det A_2$.

Определение. Говорят, что система (1) модально управляема регулятором вида (2) , если для любых наперёд заданных чисел $\alpha_{ij}, i = 0, 1, 2,\ j = 0, 1, 2,\ \alpha_{2,0} = 1$, найдётся регулятор (2), такой, что характеристическое уравнение замкнутой этим регулятором системы (1), (2) имеет вид (ср. с (4)):

$$\det\left[A_0 + A_1 e^{-\lambda h} + A_2 \lambda e^{-\lambda h} - \lambda I_2 + bU(\lambda)\right] =$$

$$\equiv \sum_{i=0}^{2} \sum_{j=0}^{2} \alpha_{ij} \lambda^{i} e^{-j\lambda h} = 0,$$

где $U(\lambda)$ определено в (3).

В частотной области систему (1) с нулевым управлением можно представить как

$$\lambda X(\lambda) = \mathrm{A}(\lambda) X(\lambda),$$

где

$$A(\lambda) = A_0 + A_1 e^{-\lambda h} + A_2 \lambda e^{-\lambda h}.$$

В общем случае, матрица $\mathrm{A}(\lambda)$ имеет вид:

$$A(\lambda) = \begin{bmatrix} \beta_0 + \beta_1 e^{-\lambda h} + \beta_2 \lambda e^{-\lambda h} & \gamma_0 + \gamma_1 e^{-\lambda h} + \gamma_2 \lambda e^{-\lambda h} \\ a_1(\lambda) & a_2(\lambda) \end{bmatrix},$$

где $a_1(\lambda)$, $a_2(\lambda)$ - некоторые квазиполиномы:

$$a_i(\lambda) = a_{i0} + a_{i1} e^{-\lambda h} + a_{i2} \lambda e^{-\lambda h}, a_{ij} \in \square,\ \gamma_j, \beta_j \in \square;\ i = 1,2,\ j = 0,1,2.$$

Справедлива следующая

Теорема. Для того, чтобы система (1) была модально управляема регулятором вида (2) необходимо и достаточно выполнения одного из двух групп условий:

$$\text{i) } \gamma_1 = \gamma_2 = 0, \gamma_0 \neq 0;$$

$$\text{ii) } \gamma_2 = 0, \beta_2 \gamma_0 + 1 = 0, \beta_0 - \beta_1 \gamma_0 \neq 0.$$

ЛИТЕРАТУРА

1. Марченко В.М., Якименко А.А. Модальное управление в системах с распределённым запаздыванием нейтрального типа // Проблемы управления и информатики. – 2002. - №5. – С. 45 - 51.

2. Марченко В.М., Якименко А.А. К вопросу о стабилизации систем нейтрального типа // Кибернетика и вычислительная техника. – 2002. – Вып. 134.- С. 76 – 92.