УДК 630.03

В.В. Игнатенко

Белорусский государственный технологический университет

ЛИНЕЙНЫЕ МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ЛЕСОПРОМЫШЛЕННОГО КОМПЛЕКСА

Затронуты проблемы обучения прикладной математике в технических вузах. Рассмотрены вопросы моделирования производственных процессов в лесопромышленном комплексе. Приведен ряд производственных задач, для которых строятся линейные математические модели.

Необходимым условием технического прогресса в лесопромышленном комплексе является широкое использование математического моделирования и принятие на его основе оптимальных решений. Чем более сложными и дорогостоящими являются операции, технологические процессы и оборудование, тем менее допустимы "волевые" решения и тем большее значение приобретают научные методы, позволяющие заранее оценить последствия каждого решения, отбросить недопустимые варианты, принять наиболее удачные. Оптимальными будут те решения, которые по тем или иным признакам имеют предпочтение перед другими.

Заметим, что само принятие решения выходит за рамки математического моделирования и оптимизации лесопромышленных процессов и относится к компетенции ответственного лица, которому предоставлено такое право. При выборе руководитель может учитывать наряду с рекомендациями, вытекающими из математических расчетов, еще ряд соображений количественного и качественного характера.

Многочисленные проблемы выбора решений, которые возникают при управлении технологическими процессами лесопромышленного комплекса, можно сформулировать в виде задач математического программирования, состоящих в минимизации или максимизации функции цели при заданных ограничениях. Чтобы использовать методы математического программирования, нужно для производственной задачи составить ее математическую модель. Математическая модель - это система математических выражений, описывающих характеристики объекта моделирования и взаимосвязи между ними. В состав модели входят соотношения, отражающие специфические условия, которым должно удовлетворять решение данной задачи (так называемая система ограничений), а также целевая функция, в математической форме выражающая поставленную цель с точки зрения выбранного критерия. Если неизвестные пе-

ременные входят в модель только в первой степени, то модель называется линейной, а задача - задачей линейного программирования.

Значительная часть производственных задач, с математической точки зрения, представляет собой задачи линейного программирования. Методы решения задач линейного программирования в настоящее время достаточно хорошо изучены и широко применяются при решении многих народнохозяйственных задач. Для решения задач линейного програм-мирования на ЭВМ имеются пакеты стандартных программ, реализующие многочисленные модификации симплекс-метода и других методов.

В Белорусском государственном технологическом университете для специальностей: "Лесоинженерное дело", "Машины и оборудование Лесного комплекса", ''Технология деревообрабатывающих производств'' читается курс лекций "Высшая математика. Математические методы и модели в расчетах на ЭВМ". В этом курсе большое внимание уделяется задачам лесопромышленного комплекса, решаемым методами линейного программирования. Рассмотрим некоторые из них.

Очень важной задачей лесной промышленности является задача оптимальной раскряжевки хлыстов (хлыст – это ствол спиленного дерева без сучьев) на сортименты (бревна заданной длины и заданного диаметра). От этой операции во многом зависит выход деловой древесины, и, как результат, эффективность производства.

Составим математическую модель данной задачи. Для выделенной породы древесины, например, ели, формируется параметрический ряд диаметров хлыстов, для которых нужно найти оптимальные схемы раскряжевки. Например, принят следующий ряд: 14 – 17,18 – 21,22 – 25, 26 – 29, 30 – 33, 34 – 37, 38 – 41, 42 – 45, 46 – 50 см. Хлыст выбранного диапазона можно распилить на m разных сортиментов. Причем за смену нужно напилить первого сортимента не меньше b_1 м^3, второго сортимента не меньше b_2 м^3, и так далее, m-го сортимента не меньше b_m м^3. Каждый хлыст может быть раскряжеван n способами. При раскряжевке j-м способом получается первого сортимента a_{1j} $м^3$, второго сортимента a_{2j} м^3, и так далее, m-го сортимента a_{mj} м^3 $j = 1,2,\ldots,n$. Прибыль от реализации 1 м^3 первого сортимента равна c_1, второго c_2, и так далее, m-го сортимента c_m ден. ед. Требуется найти, какое количество хлыстов и по какому способу должно быть раскряжевано за смену, чтобы:

а) объемный выход сортиментов был не меньше заданных b_i, $i = 1,2,\ldots,m$;

б) количество раскряжеванных хлыстов, согласно сменному заданию, не превышало N;

в) суммарная прибыль от произведенных сортиментов была максимальной.

Обозначим через x_1 количество хлыстов, раскряжеванных по первому способу, x_2 - по второму способу, и так далее, x_n - по n-му способу. Тогда система ограничений по выходу сортиментов имеет следующий вид:

$$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 + \cdots + a_{1n}x_n \geq b_1,$$
$$a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 + \cdots + a_{2n}x_n \geq b_2,$$
$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$
$$a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + a_{m3}x_3 + \cdots + a_{mn}x_n \geq b_m.$$

Ограничение по числу раскряжеванных хлыстов будет

$$x_1 + x_2 + x_3 + \cdots + x_n \leq N.$$

Кроме того, по условию задачи

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0, \cdots, x_n \geq 0.$$

Целевая функция имеет вид

$$z = c_1x_1 + c_2x_2 + c_3x_3 + \cdots + c_nx_n \to \max.$$

Таким образом, математическая модель данной задачи представляет собой линейную целевую функцию при линейных ограничениях типа неравенств.

Сформулируем еще некоторые задачи лесопромышленного комплекса, которые описываются линейными моделями.

Задача оптимального раскроя материалов. Пусть из стандартных листов фанеры нужно вырезать m видов заготовок в количествах $b_1, b_2, \cdots, b_m$ соответственно. Раскрой производится n способами. Нужно рассчитать, сколько и каким способом нужно раскроить листов, чтобы заказ был выполнен, а суммарные отходы были минимальными.

Задача оптимального использования ресурсов. Пусть на предприятии имеется m видов ресурсов в объемах $b_1, b_2, \cdots, b_m$ соответственно. Используя эти ресурсы, предприятие выпускает ряд сортиментов: пиловочник хвойный, пиловочник лиственный, балансы, фанерный кряж и т. д. От реализации 1 м^3 каждого сортимента предприятие получает различную прибыль. Нужно составить такой план выпуска сортиментов, чтобы при заданных ресурсах прибыль была максимальной.

Задача оптимальной загрузки оборудования. Пусть цех имеет m различных станков и выпускает n видов продукции. Затраты времени

каждого станка на единицу продукции каждого вида и стоимость от реализации единицы продукции каждого вида известны. Нужно составить такой план выпуска продукции, чтобы прибыль была максимальной.

Задача оптимизации грузопотоков древесины (транспортная задача). Пусть в леспромхозе приняты к освоению m лесосек $A_1, A_2, \ldots, A_m$ с объемами древесины $a_1, a_2, \ldots, a_m$ соответственно. Заготавлиемую древесину используют n предприятий $B_1, B_2, \ldots, B_n$ с объемами переработки $b_1, b_2, \cdots, b_m$ соответственно. Известны стоимости перевозки 1 м^3 древесины с каждой лесосеки на каждое предприятие. Нужно составить такую схему перевозок, чтобы вся древесина с лесосек была вывезена, потребности предприятий были удовлетворены, а суммарные транспортные расходы были минимальными.

Методами линейного программирования решается и ряд других задач лесопромышленного комплекса $[1-2]$.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Ігнаценка В.В.,Турлаи І.В.* Мадэляванне і аптымізацыя працэсаў лесанарыхтовак // Вучэбны дапаможнік па аднайменнай дысціпліне для студэнтаў спец. Т.11.03. "Тэхналогія лесапрамысловых вытворчасцей". Мінск.: БДТУ, 1994. 62 с.
2. *Игнатенко В.В., Волк А.М., Яценко А.В.* Математические методы и модели в расчетах на ЭВМ. Учебно-методическое пособие по дисциплине «Высшая математика» для студентов-заочников инженерно-технических и экономических специальностей. Минск: БГТУ, 2003. 85 с.

УДК 530.12;531.51;524.8

В.А. Короткий

Ярославский государственный технический университет

КОСМОЛОГИЯ РАСШИРЯЮЩЕЙСЯ И ВРАЩАЮЩЕЙСЯ ВСЕЛЕННОЙ

Построены несингулярные «открытая» и «закрытая» модели Вселенной с вращением и расширением, без нарушения причинности. При этом существенную роль в эволюции Вселенной играет космологический Λ-член: при Λ<0 реализуется «закрытая космология», а при Λ>0 - «открытая космология». Выявлено хорошее согласование моделей с наблюдательными данными.