

ТЕХНОЛОГИЯ И ТЕХНИКА ПОЛИГРАФИЧЕСКОГО И УПАКОВОЧНОГО ПРОИЗВОДСТВА

TECHNOLOGY AND EQUIPMENT OF PRINTING AND PACKING MANUFACTURES

*Безумству храбрых поем мы славу!
Безумство храбрых – вот мудрость жизни!*
М. Горький

УДК 621.313.333: 621.317.329

В. П. Беляев

Белорусский государственный технологический университет

МОДЕЛИРОВАНИЕ ДВИЖЕНИЯ МАГНИТНОГО ПОЛЯ АСИНХРОННОГО ЭЛЕКТРОДВИГАТЕЛЯ

В статье обозначена целесообразность приведения цельного написания условий при изложении процессов создания вращающегося магнитного поля асинхронного электродвигателя. Ссылаясь на учебно-техническую литературу, автор указывает на то, что в ней отсутствует четкое разъяснение процесса создания вращения магнитного поля в неподвижном магнитопроводе статора трехфазного асинхронного электродвигателя. Он предлагает детально рассмотреть формирование вращающегося магнитного поля в магнитопроводе статора с демонстрацией этого процесса рисунками на примере трехфазной обмотки, у которой все витки каждой фазы сосредоточены в одной катушке, лежащей в двух диаметрально расположенных пазах. Каждая однофазная обмотка при прохождении по ней синусоидального тока создаст пульсирующее магнитное поле, неподвижное в пространстве и изменяющееся во времени с частотой тока сети. Протекание трехфазных синусоидальных токов в фазных обмотках происходит одновременно. Результатом одновременного их взаимодействия по созданию общего магнитного поля является сумма этих неподвижных магнитных полей в магнитопроводе статора. Подвижность такого магнитного поля возникает по причине того, что результирующая магнитная индукция $B_{рез}$ приобретает определенное временное месторасположение в теле магнитопровода, которое меняется на конкретный угол в цилиндрическом объеме магнитопровода в соответствии с текущими изменениями значений синусоидальных токов в фазных обмотках.

Выполнено моделирование угла поворота вектора результирующей магнитной индукции на основе некоторой математической модели с помощью вычислительной среды *MathCAD*. Итог моделирования показал, что перемещение (вращение) вектора результирующей магнитной индукции то равномерно ускоряется, то равномерно замедляется в течение каждого полупериода колебаний синусоидального тока. Работа иллюстрируется графиками, математическим аппаратом, рисунками, разъясняющими проведение предложенного научного исследования.

Ключевые слова: асинхронный электродвигатель, магнитное поле, моделирование, результирующая магнитная индукция, синусоидальный ток.

Для цитирования: Беляев В. П. Моделирование движения магнитного поля асинхронного электродвигателя // Труды БГТУ. Сер. 4, Принт- и медиатехнологии. 2025. № 1 (291). С. 5–11.
DOI: 10.52065/2520-6729-2025-291-1.

V. P. Belyaev

Belarusian State Technological University

MODELING THE MOVEMENT OF THE MAGNETIC FIELD OF AN ASYNCHRONOUS ELECTRIC MOTOR

The article indicates the expediency of providing an integral description of the conditions when describing the processes of creating a rotating magnetic field of an induction electric motor. References to educational and technical literature indicate that it does not provide a clear explanation of the process of creating the rotation of the magnetic field in the stationary magnetic core of the stator of a three-phase induction motor. A detailed consideration of the formation of a rotating magnetic field in the stator magnetic core is proposed with a demonstration of this process by drawings on the example of a three-phase winding, in which all the turns of each phase are concentrated in one coil lying in two diametrically located grooves. Each single-phase winding, when a sinusoidal current passes through it, will create a pulsating magnetic field that is stationary in space and changes in time with the frequency of the mains current. The flow of three-phase sinusoidal currents in the phase windings occurs simultaneously. The result of their simultaneous interaction to create a common magnetic field is the sum of these stationary magnetic fields in the stator magnetic core. The mobility of this magnetic field arises as a result of the fact that the resulting magnetic induction B_{res} acquires a definite temporal location in the body of the magnetic core. This location changes by a certain angle in the cylindrical volume of the magnetic core in accordance with the current changes in the values of sinusoidal currents in the phase windings. Simulation of the angle of rotation of the vector of the resulting magnetic induction is performed on the basis of a mathematical model using the MathCAD computing environment. The simulation result showed that the displacement (rotation) of the resulting magnetic induction vector either uniformly accelerates or uniformly slows down during each half-cycle of sinusoidal current oscillations. The work is illustrated with graphs, mathematical apparatus, drawings explaining the conduct of the proposed scientific research.

Keywords: asynchronous electric motor, magnetic field, modeling, resultant magnetic induction, sinusoidal current.

For citation: Belyaev V. P. Modeling the movement of the magnetic field of an asynchronous electric motor. *Proceedings of BSTU, issue 4, Print- and Mediatechnologies*, 2025, no. 1 (291), pp. 5–11 (In Russian). DOI: 10.52065/2520-6729-2025-291-1.

Введение. В учебно-технической литературе при изложении процессов создания вращающегося магнитного поля трехфазного асинхронного электродвигателя как основного преобразователя электрической энергии в механическую необходимо вначале в целом написании привести **условия** его создания. Оно состоит в том, что оси трехфазных обмоток, уложенных в пазы цилиндрического магнитопровода статора, состоящего из электротехнического железа, сдвинуты в пространстве относительно друг друга на

120 геометрических градусов и питаются симметричными синусоидальными токами, сдвинутыми во времени относительно друг друга на 120 электрических градусов (рис. 1). Это обязательное сочетание пространственного расположения трехфазных обмоток в пазах цилиндрического магнитопровода и временного сдвига фазных симметричных синусоидальных токов в них обуславливает характер вращательного существования магнитного поля в неподвижном магнитопроводе статора.

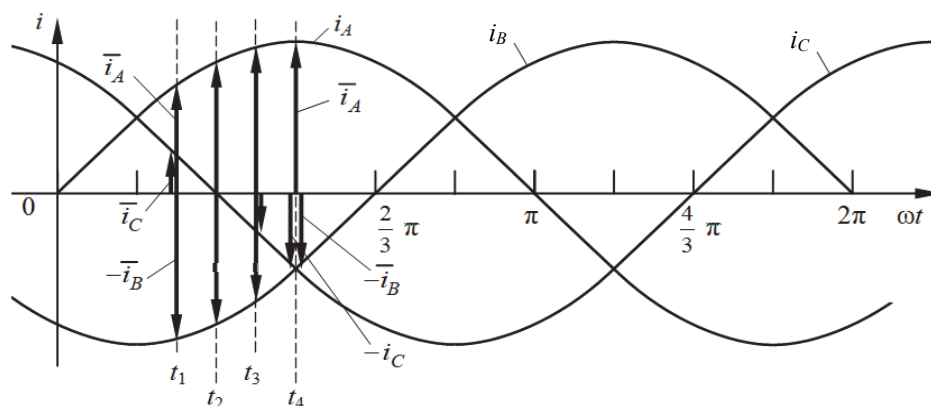


Рис. 1. Система симметричных синусоидальных токов в трехфазной обмотке статора

В основных учебных пособиях [1–8] при рассмотрении образования вращающегося магнитного поля электрической машины уделяется внимание математическому описанию данного процесса и не проясняется конкретное детальное создание его в ее магнитопроводе, в частности, в трехфазном асинхронном электродвигателе. Например, в источнике [9] приводится обобщенное выражение: «При изменении токов во времени происходит вращение поля в воздушном зазоре», но не объясняется, какой технологией это достигается.

Основная часть. Предложим следующее детальное рассмотрение формирования вращающегося магнитного поля в магнитопроводе статора с демонстрацией этого процесса рисунками на примере трехфазной обмотки, у которой все витки каждой фазы сосредоточены в одной катушке, лежащей в двух диаметрально расположенных пазах, как это принято, например в [2, с. 349] (рис. 2). На рисунке продемонстрировано расположение трехфазной обмотки в магнитопроводе асинхронного электродвигателя и векторов магнитной индукции, создаваемых синусоидальными токами, протекающими в этих обмотках. Приведены проекции вектора \vec{B}_B на оси $x - D0$ и на оси $y - 00_1$ и проекции вектора \vec{B}_C на оси $x - F0$ и на оси 00_1 .

Магнитная составляющая электромагнитного поля, образованного током в обмотке фазы, намагничивает магнитопровод статора, создавая в нем **неподвижное** магнитное поле, имеющее однопольный характер по формированию северного N и южного S магнитных полюсов.

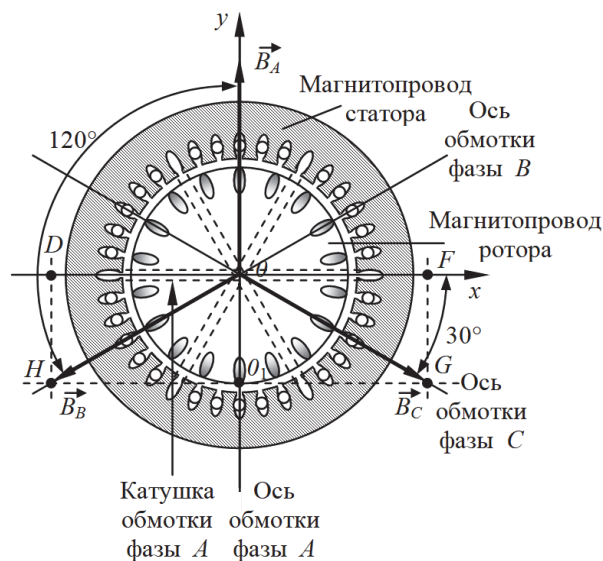


Рис. 2. Расположение трехфазной обмотки

Общий характер создания магнитного поля в магнитопроводе статора проиллюстрируем на примере фазы A (рис. 3).

Это же оговорено в источнике [5, § 19.2]: «Однофазная обмотка при прохождении по ней переменного тока создаст **пульсирующее** магнитное поле, **неподвижное** в пространстве и изменяющееся во времени с частотой тока сети». Иллюстрация распределения магнитного поля на рис. 3 показана в соответствии с текущими значениями положительного полупериода синусоидального тока и известным приемом указания направления протекания тока в обмотке и определения направления линий электромагнитного поля правилом буравчика.

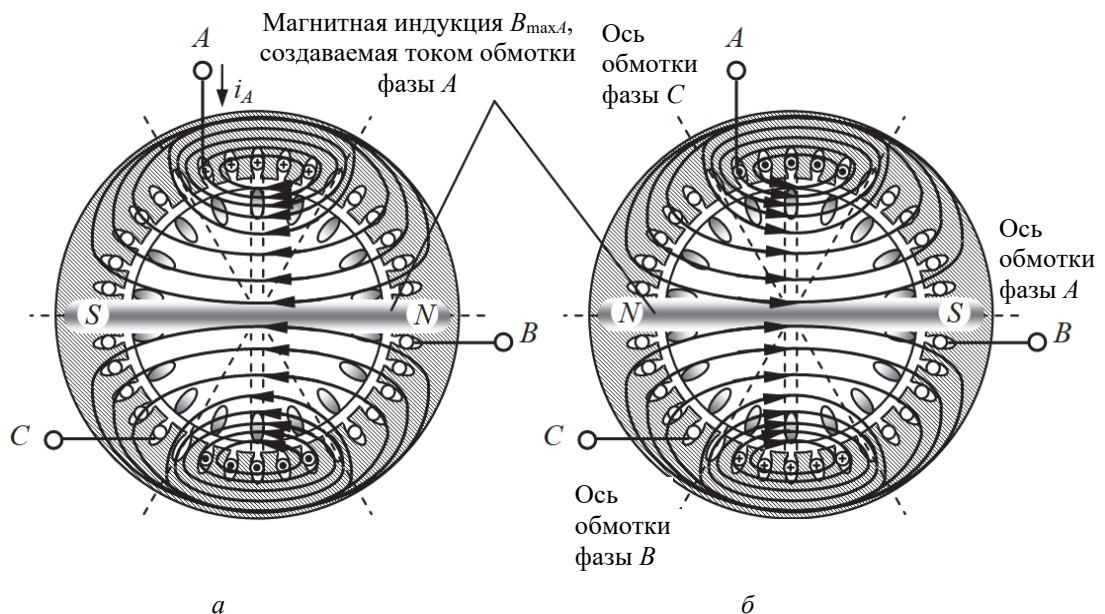


Рис. 3. Расположение полюсов магнитного поля, созданного значениями синусоидального тока в обмотке фазы A :
 а – положительного полупериода; б – отрицательного полупериода

Аналогичная картина формирования магнитного поля имеется и при отрицательном полупериоде синусоидального тока. При намагничивании магнитопровода статора магнитная индукция B_A увеличивается, достигает максимального значения $B_{\max A}$ (амплитудного), а затем уменьшается до нулевого значения и начинает увеличиваться в соответствии с текущими значениями синусоидального тока в отрицательный его полупериод. Это процесс перемагничивания магнитопровода. Таким образом, магнитная индукция изменяется по значению (по модулю) и знаку в соответствии с изменением синусоидального тока в этой обмотке.

При этом полюса магнитного поля меняют свое взаимное положение относительно друг друга в магнитопроводе с частотой синусоидального тока [10].

Аналогичны процессы создания **неподвижных** магнитных полей в магнитопроводе статора синусоидальными токами в обмотках фаз B и C . Поскольку протекание трехфазных синусоидальных токов происходит одновременно, то результатом их одновременного взаимодействия по созданию общего магнитного поля является сумма этих **неподвижных** магнитных полей в магнитопроводе статора. Сформированное результирующее **неподвижное** магнитное поле характеризуется результирующей магнитной индукцией $B_{\text{рез}}$, равной трем вторым максимального значения магнитной индукции, например фазы A ($B_{\text{рез}} = 1,5B_{\max A}$), и тем, что его магнитные полюса **не меняют** своего взаимного расположения относительно друг друга. Данное состояние магнитного поля, кроме всего прочего, привело к пересмотру процесса перемагничивания материала магнитопровода. В явном виде этот процесс не просматривается, поскольку магнитные полюса при данном их создании не меняются местами.

В силу того, что трехфазные синусоидальные токи имеют временной характер существования (рис. 1), они **ежемгновенно** изменяют свои текущие значения и **ежемгновенно** создают результирующее намагничивание магнитопровода статора. При этом результирующая магнитная индукция $B_{\text{рез}}$ также приобретает определенное временное месторасположение в теле магнитопровода, изменяя это месторасположение на конкретный угол в цилиндрическом объеме магнитопровода в соответствии с текущими изменениями значений синусоидальных токов в фазных обмотках. Скорость такого углового перемещения (вращения) составляет $\omega_0 = 2\pi f_1$, где f_1 – частота синусоидального тока в фазной обмотке. Указанный выше процесс перемещения вектора результирующей магнитной индукции продемонстрирован как суммирование векторов магнитной индукции всех фаз для определенных моментов времени в соответствии с рис. 1 [10].

Проведем моделирование рассмотренного процесса перемещения вектора результирующей магнитной индукции с помощью одного из вариантов математического описания, суть которого состоит в том, что векторы магнитной индукции, создаваемые синусоидальными токами в фазных обмотках и сдвинутые в пространстве относительно друг друга на 120 геометрических градусов, переносятся в ортогональную систему координат своими проекциями на эти оси [11]. Причем вектор магнитной индукции фазы A располагают по оси y , а вектора магнитной индукции других фаз переносятся своими проекциями на обе оси (рис. 2). Мгновенные значения магнитной индукции фазных обмоток имеют следующие выражения:

$$B_A = B_m \sin \omega t; \quad B_B = B_m \sin(\omega t - 120^\circ);$$

$$B_C = B_m \sin(\omega t + 120^\circ).$$

Пространственно расположенные векторы магнитной индукции обмоток фаз B и C проецируются на ортогональные оси следующими выражениями согласно рис. 2:

$$\begin{aligned} B_x &= B_C \cos 30^\circ - B_B \cos 30^\circ = \\ &= \frac{\sqrt{3}}{2} (B_C - B_B); \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} B_y &= B_A - B_B \sin 30^\circ - B_C \sin 30^\circ = \\ &= B_A - \frac{1}{2} (B_B + B_C). \end{aligned}$$

С учетом гармонической сущности векторов имеем

$$\begin{aligned} B_x &= \frac{\sqrt{3}}{2} B_m [\sin(\omega t + 120^\circ) - \sin(\omega t - 120^\circ)] = \\ &= \frac{\sqrt{3}}{2} B_m 2 \cos \omega t \sin \frac{2\pi}{3} = \frac{3}{2} B_m \cos \omega t; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} B_y &= B_m \sin \omega t - \frac{1}{2} B_m \left[\sin(\omega t - 120^\circ) + \right. \\ &= B_m \sin \omega t - \frac{1}{2} B_m 2 \sin \omega t \cos \frac{2\pi}{3} = \frac{3}{2} B_m \sin \omega t. \end{aligned}$$

Полученные результаты позволяют сделать вывод о гармоническом изменении значения составляющих модуля вектора результирующей магнитной индукции. Математическое вычисление этого модуля подтверждает сведения из всей научно-технической литературы о его постоянстве и равенстве трем вторым максимального значения магнитной индукции, например фазы A :

$$B_{\text{рез}} = \sqrt{B_x^2 + B_y^2} = \frac{3}{2} B_m = \text{const}.$$

Вектор результирующей магнитной индукции составляет с осью x угол α , для определения которого можно записать следующее выражение как тангенс угла α :

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{B_y}{B_x} = \frac{1,5B_m \sin \omega t}{1,5B_m \cos \omega t} = \operatorname{tg}\omega t.$$

Из этого выражения вытекает, что угол $\alpha = \omega_0 t = 2\pi f_1 t$. Выполним моделирование угла поворота вектора результирующей магнитной индукции на основе предложенной математической модели, используя вычислительную среду *MathCAD*. Для упрощения при математических действиях с составляющими модуля этого вектора их амплитудные значения приняты **единичными**. Моделирование проводится за один период гармонических колебаний $\omega t = 2\pi$ (рис. 4).

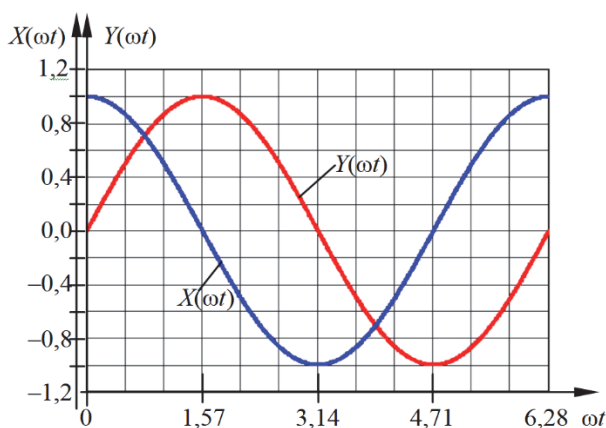


Рис. 4. Зависимости модулей составляющих вектора результирующей магнитной индукции:
 $X(\omega t) = 1,5B_{\max} \cos \omega t$ и $Y(\omega t) = 1,5B_{\max} \sin \omega t$

При вычислениях в среде *MathCAD* формула тангенса угла имеет вид

$$\tan(\omega t) = \frac{Y(\omega t)}{X(\omega t)},$$

где переменная ωt изменяется от 0 с шагом 0,005 до 6,28 электрических радиан.

Для рассматриваемого случая значения тангенса располагаются в четырех квадрантах ортогональных осей, имея положительные и отрицательные значения, поскольку это гармоническая функция. Здесь следует обращать внимание на изменение тангенса угла при переходе вектора результирующей магнитной индукции из одного квадранта в другой. Отрицательные значения угла поворота модуля в рассматриваемом случае физически не имеют смысла, значит, следует вычислять его через функцию арктангенса из абсолютной величины тангенса: $\operatorname{atan} = |\tan|$. Результат моделирования приведен на рис. 5.

Зависимость, представленная на рис. 5, указывает на равномерное увеличение угла перемещения вектора в течение первой четверти периода

синусоидального тока до максимального значения угла $\alpha = 1,57$ с последующим его равномерным уменьшением до минимального значения угла $\alpha = 0$ во время второй четверти периода синусоидального тока. Другими словами, перемещение вектора результирующей магнитной индукции то равномерно ускоряется, то равномерно замедляется с частотой $f = 100$ Гц в течение периода колебаний синусоидального тока.

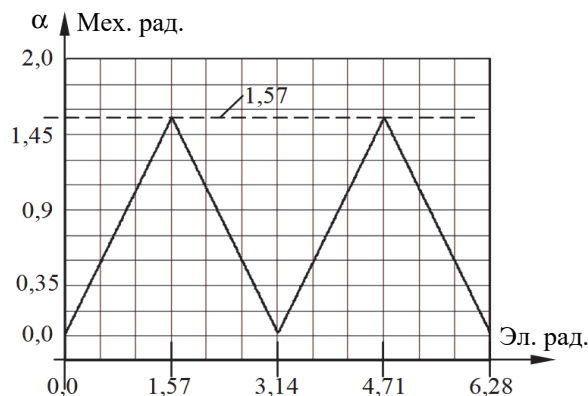


Рис. 5. Зависимость угла поворота вектора результирующей магнитной индукции в функции синусоидального тока фазы за период его колебания

Для наглядности продемонстрируем движение конца вектора результирующей магнитной индукции в рассматриваемой системе координат $x-y$ (рис. 2) графическими средствами *MathCAD* (рис. 6).

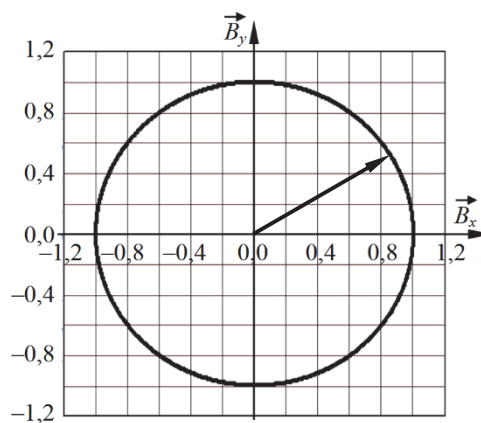


Рис. 6. Траектория вращения конца вектора результирующей магнитной индукции

Изложенную выше технологию объяснения вращения вектора результирующей магнитной индукции в магнитопроводе статора можно подтвердить приемами векторной алгебры над векторами магнитной индукции, создаваемыми синусоидальным током каждой фазы, которые расположены в плоскости $B_A - B_B - B_C$ (рис. 2). Для рассмотренных на рис. 1 моментов времени t_1, t_2, t_3 и t_4 синусоидального тока в фазных обмотках выполнено суммирование фазных векторов магнитной индукции с соответствующими модулями и углами их расположения в пространстве (рис. 7).

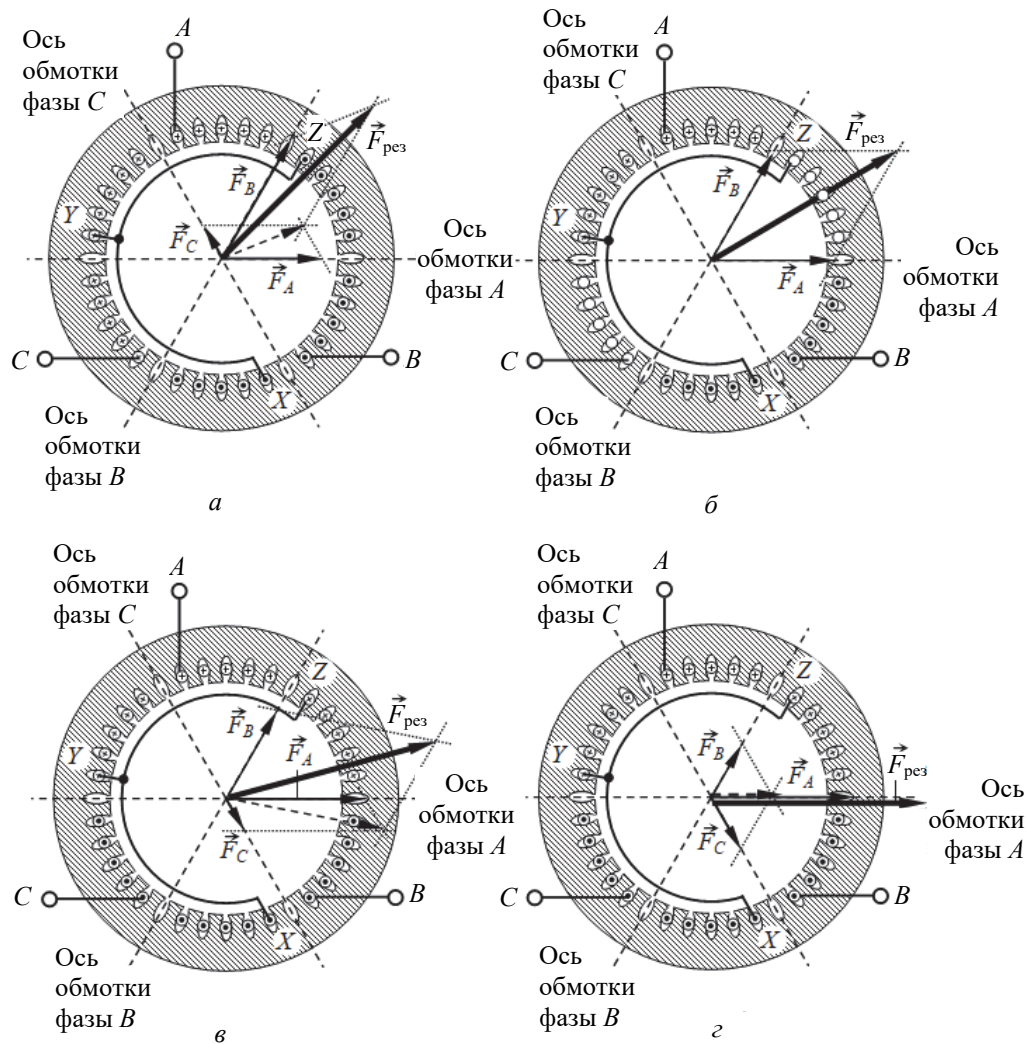


Рис. 7. Иллюстрация технологии движения результирующего вектора магнитной индукции в магнитопроводе: при t_1 (а); при t_2 (б); при t_3 (в); при t_4 (г)

Содержание предложенного материала имеет определенное согласование с высказыванием Д. А. Бута о том, что «Выражение «бегущее магнитное поле» является нестрогим и не применяется в классической физике, хотя и укоренилось в технической литературе. Правильнее говорить о бегущей волне поля или бегущем магнитном потоке.» [12, с. 13]. А правильнее говорить о вращающейся результирующей магнитной индукции или ее вектора.

Заключение. Магнитное поле, полученное в неподвижном магнитопроводе статора суммированием процессов его намагничивания симметричными синусоидальными токами трехфазных обмоток, имеет однонаправленное и однозначное формирование своих северного и южного магнитных полюсов. Независимо от комбинаций положительных и отрицательных своих значений трехфазные симметричные синусоидальные токи однонаправлено и однозначно создают результирующее неподвижное магнитное поле, благодаря тому, что фазные обмотки, в которых они протекают,

сдвинуты в расточке магнитопровода статора на 120 геометрических градусов.

Вращательное существование этого поля обусловлено ежемгновенным перемещением результирующей магнитной индукции (намагничивающей силы) на угол, соответствующий частоте указанных синусоидальных токов. Северный и южный полюса магнитного поля не меняют своего взаимного расположения относительно друг друга при перемещении (вращении) и перемещаются совместно с результирующей магнитной индукцией (с ее вектором). Направление вращения вектора результирующей магнитной индукции в магнитопроводе определяется положением в пространстве той фазной обмотки, в которой текущее значение синусоидального тока в течение положительного полупериода его колебания увеличивается к максимальному значению (к амплитуде синусоидального тока). Вращение (перемещение) вектора результирующей магнитной индукции то равномерно ускоряется, то равномерно замедляется в течение каждого полупериода колебаний синусоидального тока.

Список литературы

1. Костенко М. П., Пиотровский Л. М. Электрические машины: в 2 ч. Л.: Энергия, 1958. Ч. 2: Машины переменного тока. 648 с.
2. Вольдек А. И. Электрические машины. Л.: Энергия, 1966. 782 с.
3. Беспалов В. Я., Котеленец Н. Ф. Электрические машины. М.: Академия, 2006. 320 с.
4. Вольдек А. И. Электрические машины: учебник. 3-е изд., перераб. Л.: Энергия, 1978. 832 с.
5. Китаев В. Е., Корхов Ю. М., Свиринов В. К. Электрические машины: учеб. пособие для техникумов: в 2 ч. М.: Высш. шк., 1978. Ч. II: Машины переменного тока. 184 с.
6. Кацман М. М. Электрические машины и трансформаторы: учебник. М.: Высш. шк., 1971. 416 с.
7. Радин В. И., Брускин Д. Э., Зорохович А. Е. Электрические машины: Асинхронные машины: учеб. для электромех. специальностей. М.: Высш. шк., 1988. 328 с.
8. Брускин Д. Э., Зорохович А. Е., Хвостов В. С. Электрические машины и микромашины: учеб. для электромех. специальностей. М.: Высш. шк., 1990. 528 с.
9. Копылов И. П. Электрические машины: учеб. для вузов: в 2 т. 2-е изд., испр. и доп. М.: Юрайт, 2020. Т. 2. 267 с.
10. Беляев В. П. О магнитном поле асинхронного электродвигателя // Новая наука: современное состояние и пути развития: материалы Междунар. науч.-практ. конф., Нефтекамск, 20 июня 2024 г. Нефтекамск, 2024. С. 11–20.
11. Вращающееся магнитное поле. Принцип действия асинхронного и синхронного двигателей. URL: https://www.ups-info.ru/for_partners/library/teoreticheskie_osnove_elektrotehniki_dlya_ibp_ups_/vrashchayushcheesya_magnitnoe_pole_printsip_deystv (дата обращения: 10.03.2024).
12. Бут Д. А. Основы электромеханики: учеб. пособие. М.: МАИ, 1996. 468 с.

References

1. Kostenko M. P., Piotrovskiy L. M. *Elektricheskiye mashiny* [Electrical machines], part 2, Alternating current machines. Leningrad, Energiya Publ., 1958. 648 p. (In Russian).
2. Voldek A. I. *Elektricheskiye mashiny* [Electrical machines]. Leningrad, Energiya Publ., 1966. 782 p. (In Russian).
3. Bespalov V. Ya., Kotelenets N. F. *Elektricheskiye mashiny* [Electrical machines]. Moscow, Akademiya Publ., 2006. 320 p. (In Russian).
4. Voldek A. I. *Elektricheskiye mashiny* [Electrical machines]. Leningrad, Energiya Publ., 1978. 832 p. (In Russian).
5. Kitayev V. Ye., Korkhov Yu. M., Svirin V. K. *Elektricheskiye mashiny* [Electrical machines], part II, Alternating current machines, Moscow, Vysshaya shkola Publ., 1978. 184 p. (In Russian).
6. Katsman M. M. *Elektricheskiye mashiny i transformatory* [Electrical machines and transformers]. Moscow, Vysshaya shkola Publ., 1971. 416 p. (In Russian).
7. Radin V. I., Bruskin D. E., Zorokhovich A. Ye. *Elektricheskiye mashiny. Asinkhronnyye mashiny* [Electrical Machines. Asynchronous Machines]. Moscow, Vysshaya shkola Publ., 1988. 328 p. (In Russian).
8. Bruskin D. E., Zorokhovich A. Ye., Khvostov V. S. *Elektricheskiye mashiny i mikromashiny* [Electrical machines and micromachines]. Moscow, Vysshaya shkola Publ., 1990. 528 p. (In Russian).
9. Kopylov I. P. *Elektricheskiye mashiny* [Electrical machines]. Moscow, Yurayt Publ., 2020. 267 p. (In Russian).
10. Belyaev V. P. About the magnetic field of an asynchronous electric. *Novaya nauka: sovremennoye sostoyaniye i puti razvitiya: materialy Mezhdunarodnoy nauchno-prakticheskoy konferentsii* [New science: current state and development paths: materials of the International scientific and practical conference]. Neftekamsk, 2024, pp. 11–20 (In Russian).
11. Rotating magnetic field. Operating principle of asynchronous and synchronous motors. Available at: https://www.upsinfo.ru/for_partners/library/teoreticheskie_osnove_elektrotehniki_dlya_ibp_ups_/vrashchayushcheesya_magnitnoe_pole_printsip_deystv (accessed 10.03.2024) (In Russian).
12. But D. A. *Osnovy elektromekhaniki* [Fundamentals of Electromechanics]. Moscow, MAI Publ., 1996. 468 p. (In Russian).

Информация об авторе

Беляев Валерий Павлович – кандидат технических наук, доцент, доцент кафедры полиграфического оборудования и систем обработки информации. Белорусский государственный технологический университет (ул. Свердлова, 13а, 220006, г. Минск, Республика Беларусь). Email: beliaev@belstu.by

Information about the author

Belyaev Valeri Pavlovich – PhD (Engineering), Associate Professor, Assistant Professor, the Department of Printing Equipment and Information Processing Systems. Belarusian State Technological University (13a Sverdlova str., 220006, Minsk, Republic of Belarus). Email: beliaev@belstu.by

Поступила 15.11.2024