

И.М.Борковская (Минск, БГУ)
МОДАЛЬНОЕ УПРАВЛЕНИЕ СИСТЕМАМИ
С РАСПРЕДЕЛЕННЫМ ЗАПАЗДЫВАНИЕМ */

Рассматривается система с распределённым запаздыванием по состоянию и управлению

$$\dot{x}(t) = \sum_{j=0}^{\theta_1} (A_j x(t-h_j) + b_j u(t-h_j)) + \int_{-h}^0 A(\tau) x(t+\tau) d\tau + \int_{-h}^0 b(\tau) u(t+\tau) d\tau, \quad t > 0, \quad (1)$$

(A_j) - постоянные $(n \times n)$ -матрицы, b_j - n -векторы, $j=0, 1, \dots, \theta_1$;
 $A(\cdot)$ - кусочно-непрерывная на $[-h, 0]$ $(n \times n)$ -матрица-функция, $b(\cdot)$ - кусочно-непрерывная на $[-h, 0]$ n -вектор-функция, $0 = h_0 < h_1 < \dots < h_{\theta_1} = h$).

Для системы (1) получено достаточное, а также необходимые условия модальной управляемости в специальном классе линейных регуляторов по типу обратной связи

$$u(t) = \sum_{j=0}^{\theta_2} (q_{0j} x(t-\beta_j)) + \sum_{k=1}^{\theta_1} \int_{-h}^0 \dots \int_{-h}^0 q_{kj}(\tau_1, \dots, \tau_k) x(t+\tau_1+\tau_2+\beta_j) d\tau_1 \dots d\tau_k \quad (2)$$

$0 = \beta_0 < \beta_1 < \dots < \beta_{\theta_2}$, $q_{0j} \in \mathbb{R}^n$, $q_{kj}(\tau_1, \dots, \tau_k)$ - кусочно-непрерывные n -вектор-функции, $\tau_\ell \in [-h, 0]$, $\ell=1, \dots, k$, $j=0, 1, \dots, \theta_2$; $k=1, \dots, \theta_1$, штрих (') означает транспонирование.

Теорема 1. Для модальной управляемости системы (1) воздействием регулятора (2) достаточно, чтобы

$$\det W(\lambda) = \det [B(\lambda), A(\lambda)E(\lambda), \dots, A^{n-1}(\lambda)B(\lambda)] = \text{const} \neq 0, \quad \forall \lambda \in \mathbb{C},$$

$$A(\lambda) = \sum_{j=0}^{\theta_1} A_j e^{\lambda h_j} + \int_{-h}^0 A(\tau) e^{\lambda \tau} d\tau, \quad B(\lambda) = \sum_{j=0}^{\theta_1} b_j e^{\lambda h_j} + \int_{-h}^0 b(\tau) e^{\lambda \tau} d\tau, \quad (3)$$

$\mathbb{C}$ - поле комплексных чисел.

Теорема 2. Условие

$$\det W(\lambda) \neq 0, \quad \lambda \in \mathbb{C}, \quad (4)$$

является необходимым для модальной управляемости системы (1) регулятором (2).

Теорема 3. Если система (1), (2) модально управляема, то имеет место соотношение:

$$\text{rank} [\lambda E - A(\lambda), B(\lambda)] = n, \quad \forall \lambda \in \mathbb{C}, \quad (5)$$

где E - единичная $(n \times n)$ -матрица.

*/

Работа финансируется Фондом фундаментальных исследований Республики Беларусь.