

РБ, Минск, Белорусский государственный технологический университет
 СТАТИСТИЧЕСКАЯ ОЦЕНКА ПАРАМЕТРОВ ОБОБЩЕННОГО Г-РАСПРЕДЕЛЕНИЯ

Определение. Обобщенным Г-распределением назовем распределение непрерывной неотрицательной случайной величины ξ с функцией плотности при $p+c>0$

$$f(x; \theta, p, c) = \frac{c!}{\theta \Gamma(\frac{p}{c})} \left(\frac{x}{\theta}\right)^{p-1} e^{-\left(\frac{x}{\theta}\right)^c} \quad (1)$$

Распределение (1) обобщает Г-распределение ($c=1$), распределения Радея ($p=2, c=2$), Вейбулла-Гнеденко ($p=1$), Максвелла ($p=3, c=2$), которые применяются в статистических методах исследования физических процессов, в теории надежности, для описания дисперсного состава частиц дробления.

Теорема 1. Для распределения (1) определены начальные моменты порядка ν , удовлетворяющего условию $p + \nu > 0$, причем

$$d_\nu = \theta^\nu \Gamma\left(\frac{p+\nu}{c}\right) / \Gamma\left(\frac{p}{c}\right).$$

Теорема 2. Распределение (1) имеет характеристическую функцию

$$\psi(t) = \frac{1}{\Gamma(\frac{p}{c})} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{\Gamma(\frac{p+k}{c})}{k!} (it\theta)^k.$$

аналитическую при $\sigma < 0$ или $\sigma > 1$.

Получены уравнения правдоподобия для статистической оценки параметров распределения по выборке $X=(x_1, x_2, \dots, x_n)$:

$$\frac{p}{c} - \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left(\frac{x_i}{\theta}\right)^c = 0; \quad \psi\left(\frac{p}{c}\right) - \frac{c}{n} \sum_{i=1}^n \ln \frac{x_i}{\theta} = 0;$$

$$\frac{1}{c} + \frac{p}{c^2} \psi\left(\frac{p}{c}\right) - \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left(\frac{x_i}{\theta}\right)^c \ln \frac{x_i}{\theta} = 0.$$

Решение этих уравнений дает статистическую оценку параметров распределения (1) при выполнении условия максимума функции правдоподобия.