БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

УДК 517.977

Якименко
Андрей Александрович

УПРАВЛЕНИЕ ДИНАМИЧЕСКИМИ СИСТЕМАМИ С ЗАПАЗДЫВАЮЩИМ АРГУМЕНТОМ НЕЙТРАЛЬНОГО ТИПА ВОЗДЕЙСТВИЕМ ЛИНЕЙНОЙ ОБРАТНОЙ СВЯЗИ

Автореферат диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук
по специальности 01.01.02 – дифференциальные уравнения

Минск, 2009

Работа выполнена в Учреждении образования «Белорусский государственный технологический университет».

Научный руководитель – **Марченко Владимир Матвеевич**,
доктор физико-математических наук, профессор, заведующий кафедрой высшей математики УО «Белорусский государственный технологический университет».

Официальные оппоненты: **Борухов Валентин Терентьевич**,
доктор физико-математических наук, главный научный сотрудник отдела математической теории систем ГНУ «Институт математики Национальной академии наук Беларуси»;

Крахотко Валерий Васильевич,
кандидат физико-математических наук, доцент, доцент кафедры методов оптимального управления Белорусского государственного университета.

Оппонирующая организация – Учреждение образования «Гродненский государственный университет имени Я. Купалы»

Защита состоится 22 мая 2009 г. в 12.00 часов на заседании совета по защите диссертаций Д 02.01.07 при Белорусском государственном университете по адресу: 220030, г. Минск, ул. Ленинградская, 8 (корпус юридического факультета), ауд. 407, тел. ученого секретаря: (017) 209-57-09.

С диссертацией можно ознакомиться в Фундаментальной библиотеке Белорусского государственного университета.

Автореферат разослан «10» апреля 2009 г.

Ученый секретарь
совета по защите диссертаций,
доктор физико-математических наук, профессор Н.В. Лазакович

КРАТКОЕ ВВЕДЕНИЕ

Изучение поведения и конструирование систем управления, обладающих требуемыми в приложениях свойствами, является ключевой задачей теории управления движением – интенсивно развивающегося раздела современной прикладной математики.

Настоящая работа посвящена исследованию свойств систем с запаздывающим аргументом нейтрального типа. Реальным объектам присущи многие свойства, определяющиеся эффектом запаздывания, например, классические «транспортные задержки», невозможность мгновенно использовать текущую информацию и т.д. Примерами систем с запаздыванием нейтрального типа могут служить транспортные, коммуникационные системы, модели, описывающие химические процессы и металлургические производства. Широкое использование систем с отклоняющимся аргументом нейтрального типа в различных областях науки и техники привело к резкой интенсификации теоретических исследований их качественных свойств. Однако изучение таких систем сопряжено со значительными затруднениями по сравнению с обыкновенными системами. Наряду с традиционными для конечномерных задач трудностями исследование управляемых систем с запаздыванием нейтрального типа связано и со специфическими, обусловленными прежде всего тем, что фазовое пространство этих систем, как правило, бесконечномерно, причём в отличие от систем запаздывающего типа аналитические свойства решений нейтральных систем со временем в общем случае не улучшаются. Преодоление упомянутых трудностей привело к разработке специальных методов решения задач управления, ориентированных на те или иные классы систем с запаздыванием.

В данной диссертации рассматриваются системы с запаздыванием нейтрального типа с точки зрения их стабилизируемости и модальной управляемости при воздействии линейной обратной связи различных типов, начиная с простейшего разностного регулятора и заканчивая интегральными регуляторами с распределённым запаздыванием.

Проблема стабилизации представляется одной из основных проблем анализа и синтеза систем в качественной теории управления. При её решении возникает необходимость построения регуляторов по типу обратной связи, обеспечивающих одно из важнейших свойств – устойчивость замкнутой системы. Задача модального управления является непосредственным обобщением задачи стабилизации. В ней требуется найти такие регуляторы, которые бы обеспечили замкнутой системе произвольное наперёд заданное расположение спектра, в частности, гарантирующее любую заданную степень устойчивости такой системы. Таким образом, две взаимосвязанные задачи – стабилизации и модального управления – весьма актуальны и представляют интерес для исследования и с теоретической, и с практической точек зрения.

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Связь работы с крупными научными программами (проектами) и темами

Исследования, проведённые диссертантом, связаны с выполнением научных тем ГБ 60-91 «Качественное исследование и оптимизация некоторых краевых задач управления и механики для распределённых систем» (№ гос. регистрации 019100018336), которая входила в список важнейших НИР республиканской программы по развитию фундаментальных и прикладных исследований в области математики и была согласована с Институтом математики НАН РБ; ГБ 96-044 «Разработка некоторых вопросов качественной теории управления в системах с отклоняющимся аргументом, неразрешённых относительно производной» (№ гос. регистрации 1996553), ГБ 98-011 «Исследование математических вопросов теории управления в гибридных системах» (№ гос. регистрации 1998956), которые выполнялись по отдельным проектам Министерства образования РБ; БС 99-097 «Разработка динамических систем управления технологическими процессами термомеханических производств с большими задержками информационных сигналов и размытыми параметрами», выполненной по заказу фонда «Информатизация» Госкомитета по науке и технологиям РБ (№ гос. регистрации 19994514); ГБ 21-036 «Разработка качественной теории управления и наблюдения для дифференциально-разностных систем с импульсными воздействиями», выполненной по гранту Министерства образования РБ (№ гос. регистрации 20011548); ГБ 21-085 «Анализ свойств решений гибридных систем и их приложения» в рамках Государственной программы фундаментальных исследований «Исследование основных математических структур и проблем математического моделирования» (Математические структуры 18) (№ гос. регистрации 20011545); ГБ 26-101 «Качественное исследование управляемых гибридных дифференциально-разностных систем и их приложения» в рамках Государственной программы фундаментальных исследований «Исследование математических моделей и их применение к анализу систем, структур и процессов в природе и обществе» (Математические модели 14.3) (№ гос. регистрации 20062498).

Цель и задачи исследования

В диссертационной работе строится «шкала» регуляторов по типу обратной связи, которые позволяют стабилизировать динамическую систему, описываемую дифференциальными уравнениями с запаздывающим аргументом нейтрального типа (или решить задачу модального управления, т.е. обеспечить замкнутой системе требуемый спектр). Целью исследования является получение условий модальной управляемости и стабилизируемости, а также построение соответствующих регуляторов по типу обратной связи для управляемых систем функционально-дифференциальных уравнений при воздействии регуляторов разного типа, начиная с самых простых и удобных дифференциально-разностных регуляторов и заканчивая регуляторами более сложной структуры – интегральными.

Положения, выносимые на защиту

На защиту выносятся следующие результаты:

1. Параметрические необходимые и достаточные условия (не требующие знания характеристических значений) разрешимости задач модального управления и стабилизации для двумерных систем с запаздывающим аргументом нейтрального типа в шкалах регуляторов по типу обратной связи.
2. Конструктивный метод построения дифференциально-разностных и интегральных регуляторов по параметрам исходной системы.
3. Параметрические критерии устойчивости (на основе метода D-разбиений) скалярного уравнения с запаздывающим аргументом нейтрального типа.
4. Разработка эффективных необходимых, достаточных условий модальной управляемости и стабилизации в шкалах регуляторов по типу обратной связи для систем нейтрального типа с распределённым запаздыванием, а также конструктивное построение искомых регуляторов.

Личный вклад соискателя

Работа выполнена соискателем, результаты исследований содержатся в опубликованных статьях, материалах и тезисах конференций. Из совместных работ в диссертацию включены лишь те результаты, которые получены соискателем лично.

Апробация результатов диссертации

Результаты диссертации докладывались на научных конференциях:
- республиканская научно-техническая конференция «Автоматический контроль и управление производственными процессами» (Минск, 1995) [18];
- международная математическая конференция «Еругинские чтения II» (Гродно, 1995) [19];
- 13 конгресс IFAC (Сан Франциско, 1996) [8];
- VII Белорусская математическая конференция (Минск, 1996) [20];
- V межгосударственная научная конференция «Актуальные проблемы информатики: математическое, программное и информационное обеспечение» (Минск, 1996) [9];
- международная научно-техническая конференция «Технические ВУЗы - республике» (Минск, 1997) [11];
- научная конференция «Компьютерная алгебра в фундаментальных и прикладных исследованиях и образовании» (Минск, 1997) [10];
- международная научно-техническая конференция «Автоматический контроль и автоматизация производственных процессов» (Минск, 1998) [12];
- международная конференция «Dynamical Systems: Stability, Control, Optimization» (Минск, 1998) [22];
- международная математическая конференция «Еругинские чтения V» (Могилёв, 1998) [21];
- международная конференция «Діференціальні та інтегральні рівняння» (Одесса, 2000) [23];
- VIII Белорусская математическая конференция (Минск, 2000) [24];
- международная научно-техническая конференция «Информатизация процессов формирования открытых систем (Россия, Вологда, 2001) [13];
- международный семинар «Устойчивость и колебания нелинейных систем управления (Москва, 2002) [25];
- международная математическая конференция «Еругинские чтения IX» (Витебск, 2003) [26];
- международная научно-техническая конференция «Автоматический контроль и автоматизация производственных процессов» (Минск, 2003) [14];
- международная конференция «Общие проблемы управления и их приложения» посвященная 100-летию со дня рождения А.Н. Колмогорова (Тамбов, 2003) [5];
- IX Белорусская математическая конференция (Гродно, 2004) [27];
- Четвертые Богдановские чтения по дифференциальным уравнениям (Минск, 2005) [28];

- международная научно-техническая конференция «Проблемы управления и приложения» (Минск, 2006) [29];
- 12 международная конференция IEEE Inter. Conf. on Methods and Models in Automation and Robotics (Польша, 2006) [17];
- международный научный семинар «Устойчивость, управление и моделирование динамических систем», посвященный 75-летию со дня рождения И.Я. Каца (Екатеринбург, 2006) [15];
- международная научно-техническая конференция «Автоматический контроль и автоматизация производственных процессов» (Минск, 2006) [16];
- международная конференция «Динамические системы: устойчивость, управление, оптимизация» посвященная 90-летию со дня рождения Е.А. Барбашина (Минск, 2008) [30].

Опубликованность результатов диссертации

Основные результаты диссертации опубликованы в 30 научных работах, в том числе 6 статей (общим объёмом 3,14 авторского листа), соответствующих пункту 18 Положения о присуждении учёных степеней и присвоении учёных званий в Республике Беларусь, а также 1 статья в рецензируемом сборнике научных трудов, 10 статей в трудах и материалах международных конференций, 13 тезисов докладов на научных конференциях.

Структура и объем диссертации

Диссертация состоит из введения, общей характеристики работы, четырёх глав, заключения, библиографического списка. Полный объём диссертации составляет 113 страниц. В работе имеется 4 рисунка, занимающих 2 страницы. Количество использованных библиографических источников составляет 145 наименований, включая собственные публикации автора (занимает 12 страниц).

ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ

В **главе 1** дается анализ имеющихся результатов по исследованию качественных свойств обыкновенных динамических систем и систем с запаздывающим аргументом нейтрального типа при воздействии управления, которое формируется по принципу обратной связи. Представлены основные определения и постановки задач стабилизации и модального управления для систем с запаздыванием нейтрального типа. Вводятся регуляторы разных типов, которые используются в дальнейшем при исследовании качественных свойств систем управления.

Вторая глава посвящена исследованию вопросов модального управления, устойчивости и стабилизации двумерных линейных стационарных систем с запаздыванием нейтрального типа.

Рассматривается линейная система с запаздывающим аргументом нейтрального типа

$$\dot{x}(t) = A_0 x(t) + A_1 x(t-h) + A_2 \dot{x}(t-h) + bu(t),\ t > 0, \tag{1}$$

где $A_i, i = 0,1,2$ – постоянные (2×2)-матрицы, b – ненулевой 2-вектор, $h > 0$ - постоянное запаздывание. Не ограничивая общности, считаем $b' = [0 \ \ 1]$. Присоединим к системе (1) шкалу регуляторов вида

$$u(t) = q'_{00} x(t) + \sum_{i=0}^{L} \sum_{j=1}^{M} q'_{ij} x^{(i)}(t - jh) \tag{2}$$

или

$$u(t) = q'_{00} x(t) + \sum_{i=0}^{L} \sum_{j=1}^{M} q'_{ij} x^{(i)}(t - jh) + \int_{-h}^{0} g'(s) x(t+s)\,ds. \tag{3}$$

Пусть $\mathcal{A}(\lambda) = A_0 + A_1 e^{-\lambda h} + A_2 \lambda e^{-\lambda h}$, $W(\lambda) = [\mathcal{A}(\lambda) b,\ \ b]$, $\lambda \in \mathbb{C}$.

Выделены следующие возможные случаи

1) $\det W(\lambda) \equiv 0$ – вырожденный случай;
2) $\det W(\lambda) \equiv c \neq 0 (c \in \mathbb{R})$ – строго циклический случай;
3) $\det W(\lambda) = c(\gamma_0 + e^{-\lambda h}), (c \neq 0)$ – слабо циклический случай;
4) $\det W(\lambda) = c(\gamma_0 + \gamma_1 e^{-\lambda h} + \lambda e^{-\lambda h}), (c \neq 0)$ – обще циклический случай.

Показано, что в вырожденном случае модальной управляемости нет. В строго циклическом случае система (1) модально управляема регулятором вида (2).

В слабо циклическом случае матрица $\mathcal{A}(\lambda)$ имеет следующий вид:

$$\mathcal{A}(\lambda) = \begin{bmatrix} \beta_0 + \beta_1 e^{-\lambda h} + \beta_2 \lambda e^{-\lambda h} & c(\gamma_0 + e^{-\lambda h}) \\ a_1(\lambda) & a_2(\lambda) \end{bmatrix},$$

где $a_i(\lambda) = a_{i0} + a_{i1}e^{-\lambda h} + a_{i2}\lambda e^{-\lambda h}, a_{ij} \in \mathbb{R},\ \beta_j \in \mathbb{R}; i = 1,2, j = 0,1,2$.

Справедливы

Теорема 2.1. ([4], [26]) В случае $\beta_2\gamma_0 + 1 = 0$ система (1) модально управляема регулятором вида (2) тогда и только тогда, когда $\beta_0 - \beta_1\gamma_0 \neq 0$.

Теорема 2.2. ([4], [26]) Для того, чтобы система (1) в случае $\beta_2\gamma_0 + 1 \neq 0$ была модально управляема регулятором вида (3) необходимо и достаточно выполнения условия $\gamma_0 + \exp\left(-\frac{\beta_0 - \beta_1\gamma_0}{1+\beta_2\gamma_0}h\right) \neq 0$.

В обще циклическом случае матрица $\mathcal{A}(\lambda)$ приводится к виду:

$$\mathcal{A}(\lambda) = \begin{bmatrix} \beta_0 + \beta_1 e^{-\lambda h} & c\left(\gamma_0 + \gamma_1 e^{-\lambda h} + \lambda e^{-\lambda h}\right) \\ a_1(\lambda) & a_2(\lambda) \end{bmatrix}.$$

Теорема 2.3. ([4], [26]) При $\beta_1 = 0$ система (1) модально управляема регулятором вида (3) тогда и только тогда, когда выполнено условие $\gamma_0 + e^{-\beta_0 h} + \beta_0 e^{-\beta_0 h} \neq 0$.

Пусть ξ_1, ξ_2 – корни ($\xi_1, \xi_2 \in \mathbb{C}$) уравнения

$$\lambda^2 + (\gamma_1 - \beta_0)\lambda + \beta_1\gamma_0 - \beta_0\gamma_1 = 0, \quad \lambda \in \mathbb{C}.$$

Теорема 2.4. ([4], [26]) Для разрешимости задачи модального управления при $\beta_1 \neq 0$ и $\xi_1 \neq \xi_2$ необходимо и достаточно выполнения условий: $\delta(\xi_i) \neq 0$, $i = 1, 2$, где $\delta(\xi_i) = \beta_0 + \beta_1 e^{-\xi_i h} - \xi_i, \quad i = 1, 2$.

Теорема 2.5. ([4], [26]) Для разрешимости задачи модального управления в обще циклическом случае при $\beta_1 \neq 0$ и $\xi_1 = \xi_2 = \xi$ необходимо и достаточно выполнения условия $\delta(\xi) \neq 0$, где $\delta(\xi) = \beta_0 + \beta_1 e^{-\xi h} - \xi$.

В случаях, когда условия модальной управляемости не выполнены, рассмотрены вопросы устойчивости и стабилизации системы (1).

В вырожденном случае стабилизация возможна только в случае отрицательности действительных частей корней уравнения

$$\lambda + a_1 + a_2 e^{-\lambda h} + a_3 \lambda e^{-\lambda h} = 0, \tag{4}$$

где $h, a_1, a_2, a_3 \in \mathbb{R}, h > 0, \lambda \in \mathbb{C}$.

Теорема 2.6. ([1], [2]) Уравнение (4) имеет корни только с отрицательными действительными частями в том и только в том случае, когда $|a_3| \leq 1$ и точка

(a_1, a_2, a_3) принадлежит открытой области U_0^* в плоскости коэффициентов (a_1, a_2, a_3), которая определяется следующими условиями:
граница области U_0^* описывается системой

$$\begin{cases} a_1 + a_2 \cos yh + a_3 y \sin yh = 0, \\ y - a_2 \sin yh + a_3 y \cos yh = 0, \end{cases} \quad y \in \left[0, \tfrac{\pi}{h}\right],\ h > 0;$$

область U_0^* содержит луч $a_1 > 0,\ a_2 = 0$.

Непосредственная проверка условий теоремы 2.6 затруднительна, поскольку граница области U_0^* задана параметрически. Явное условие отрицательности действительных частей корней уравнения (4) задает

Теорема 2.7. ([1], [2], [29]) Точка (a_1, a_2, a_3, h), $h > 0$, в пространстве коэффициентов квазиполинома (4) принадлежит области асимптотической устойчивости в том, и только в том случае, когда выполнено одно из условий:

i) $a_1 > |a_2|, |a_3| \leq 1$,

ii) $a_2 > |a_1|, |a_3| < 1,\ h < h^*$,

где $h^* = \sqrt{\dfrac{1 - a_3^2}{a_2^2 - a_1^2}} \cdot \arccos\left(-\dfrac{a_1 + a_2 a_3}{a_2 + a_1 a_3}\right)$.

Для системы (1) в качестве точки (a_1, a_2, a_3, h) нужно взять точку $(-\beta_0, -\beta_1, -\beta_2, h)$.

Во всех случаях, когда возможно модальное управление и стабилизация, построены соответствующие регуляторы.

Третья глава посвящена проблеме модального управления для систем нейтрального типа с распределённым запаздыванием вида

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) = A_0 x(t) + \sum_{j=1}^{l} \left(A_j x(t - h_j) + D_j \dot{x}(t - h_j) \right) + \\ + \int_{-h}^{0} A(s) x(t+s) ds + \sum_{j=0}^{l} b_j u(t - h_j) + \int_{-h}^{0} b(s) u(t+s) ds, \end{aligned} \tag{5}$$

где D_j, A_j – постоянные $(n \times n)$-матрицы ($D_0 = 0$), b_j – n-векторы, $j = 0, 1, \dots, l$; $A(\cdot)$ – кусочно-непрерывная на $[-h, 0]$ $(n \times n)$-матрица-функция, $b(\cdot)$ – кусочно-непрерывная на $[-h,0]$ n-вектор-функция, $0=h_0<h_1<\cdots<h_l=h$, $x(t)$ – n-вектор состояния, $u(t)$ – скалярное управление ($t>0$).

К системе (5) присоединяется регулятор вида

$$
\begin{gathered}
u(t)=q'_{000}x(t)+\sum_{i=0}^{\Theta_1}\sum_{j=1}^{\Theta_2}\Big(q'_{ij0}x^{(i)}(t-\beta_j)+ \\
+\sum_{k=1}^{\Theta_3}\int_{-h}^{0}\cdots\int_{-h}^{0}q'_{ijk}(\tau_1,\dots,\tau_k)x^{(i)}(t+\tau_1+\cdots+\tau_k-\beta_j)d\tau_1\cdots d\tau_k\Big),
\end{gathered}
\tag{6}
$$

где $0=\beta_0<\cdots<\beta_{\Theta_2}$, $q_{ij0}\in\mathbb{R}^n$, $q_{ijk}(\tau_1,\dots,\tau_k)$ – кусочно-непрерывные n-вектор-функции, $\tau_l\in[-h,0]$, $l=1,\dots,k$, $i=0,1,\dots,\Theta_1$, $j=0,1,\dots,\Theta_2$, $k=1,2,\dots,\Theta_3$; Θ_1, Θ_2, Θ_3 - целые неотрицательные числа.

Пусть

$$
\begin{aligned}
&\mathcal{A}(\lambda)=A_0+\sum_{j=1}^{l}(A_j+\lambda D_j)e^{-\lambda h}+\int_{-h}^{0}A(s)e^{\lambda s}ds \\
&\mathcal{B}(\lambda)=\sum_{j=0}^{l}b_je^{-\lambda h_j}+\int_{-h}^{0}b(s)e^{\lambda s}ds, \\
&\Delta(\lambda)=\lambda I_n-\mathcal{A}(\lambda), \\
&W(\lambda)=\left[\mathcal{B}(\lambda),\mathcal{A}(\lambda)\mathcal{B}(\lambda),\dots,\mathcal{A}^{n-1}(\lambda)\mathcal{B}(\lambda)\right],\ \lambda\in\mathbb{C}.
\end{aligned}
$$

Теорема 3.1. [3] Условие $\det W(\lambda)\neq 0$, $\lambda\in\mathbb{C}$ является необходимым для модальной управляемости системы (5) регулятором вида (6).

Теорема 3.2. [3] Если система (5) модально управляема регулятором (6), то имеет место соотношение

$$
rank\left[\Delta(\lambda),\ \mathcal{B}(\lambda)\right]=n,\quad \forall\lambda\in\mathbb{C}. \tag{7}
$$

Теорема 3.3. [3] Условие (7) не может быть выполнено, если $\det W(\lambda)\equiv 0$, $\forall\lambda\in\mathbb{C}$. Если же $\det W(\lambda_1)\neq 0$, то $rank\left[\Delta(\lambda_1),\ \mathcal{B}(\lambda_1)\right]=n$.

Теорема 3.4. [3] Для модальной управляемости системы (5) воздействием регулятора (6) достаточно, чтобы

$$
\det W(\lambda)\equiv const\neq 0,\quad \lambda\in\mathbb{C}.
$$

В четвертой главе для многовходных систем нейтрального типа со многими соизмеримыми запаздываниями приводятся эффективные конструктивные условия разрешимости задачи стабилизации и модального управления. Для решения задачи стабилизации расширяется класс искомых стабилизирующих регуляторов путём введения запаздываний не только по состоянию, но и по управлению. При решении задачи модального управления предлагается новый более общий в сравнении с известными выбор базисных столбцов в «матрице управляемости» системы.

Рассматривается линейная стационарная управляемая система нейтрального типа с соизмеримыми запаздываниями:

$$\dot{x}(t)-\sum_{j=1}^{N} D_j\dot{x}(t-jh)=\sum_{j=0}^{N}\left(A_jx(t-jh)+B_ju(t-jh)\right),\quad t>0, \tag{8}$$

$\left(D_j\in\mathbb{R}^{n\times n};\ A_j\in\mathbb{R}^{n\times n};\ B_j\in\mathbb{R}^{n\times r},\ j=0,1,\ldots,N;\ N\in\mathbb{N},\ h>0\right)$,

или в операторной форме

$$\left(I_n-\mathcal{D}\left(e^{-ph}\right)\right)\dot{x}(t)=\mathcal{A}\left(e^{-ph}\right)x(t)+\mathcal{B}\left(e^{-ph}\right)u(t),\quad t>0, \tag{9}$$

где e^{-ph} – оператор сдвига $\left(e^{-ph}x(t)\equiv x(t-h)\right)$; $\mathcal{D}\left(e^{-ph}\right)\in\mathbb{R}^{n\times n}\left[e^{-ph}\right]$, $\mathcal{A}\left(e^{-ph}\right)\in\mathbb{R}^{n\times n}\left[e^{-ph}\right]$, $\mathcal{B}\left(e^{-ph}\right)\in\mathbb{R}^{n\times r}\left[e^{-ph}\right]$; элементы $(s\times q)$-матрицы-функции из $\mathbb{R}^{s\times q}[m]$ есть многочлены степени не выше N, $D(0)=0$.

К системе (8) присоединяется линейный разностный регулятор со многими запаздываниями по состоянию и управлению:

$$\sum_{j=0}^{\Theta}\varphi_ju(t-jh)=\sum_{j=0}^{\Theta}Q_jx(t-jh), \tag{10}$$

$\left(\varphi_j\in\mathbb{R},\ Q_j\in\mathbb{R}^{r\times n},\ j=0,1,\ldots,\Theta;\varphi_0\neq0,\ u(t)\equiv0,\ x(t)\equiv0,\ t<0\right)$.

Умножив слева обе части системы (9) на матрицу $\Pi\left(e^{-ph}\right)$ – матрицу алгебраических дополнений для матрицы $I_n-\mathcal{D}\left(e^{-ph}\right)$, систему (9) можно переписать в виде

$$\psi\left(e^{-ph}\right)\dot{x}(t)=\tilde{\mathcal{A}}\left(e^{-ph}\right)x(t)+\tilde{\mathcal{B}}\left(e^{-ph}\right)u(t),$$

где $\tilde{\mathcal{A}}(m) = \Pi(m)\mathcal{A}(m)$, $\tilde{\mathcal{B}}(m) = \Pi(m)\mathcal{B}(m)$, $m \in \mathbb{C}$.
Рассмотрим систему векторов

$$K(m) = \left[\tilde{\mathcal{B}}_1(m), \ldots, \tilde{\mathcal{A}}^{k_1-1}(m)\tilde{\mathcal{B}}_1(m), \ldots, \tilde{\mathcal{B}}_\eta(m), \ldots, \tilde{\mathcal{A}}^{k_\eta-1}(m)\tilde{\mathcal{B}}_\eta(m)\right],$$

где $k_1 + k_2 + \cdots + k_\eta = n$, $\eta \le r$, k_i – наибольшее натуральное число, при котором система векторов $\tilde{\mathcal{B}}_1(m), \ldots, \tilde{\mathcal{A}}^{k_1-1}(m)\tilde{\mathcal{B}}_1(m), \ldots, \tilde{\mathcal{B}}_i(m), \ldots, \tilde{\mathcal{A}}^{k_i-1}(m)\tilde{\mathcal{B}}_i(m)$ линейно независимы хотя бы при одном $m \in \mathbb{C}$. Справедлива
Теорема 4.1. ([6]) Для стабилизируемости системы (8) регулятором (10) достаточно, чтобы все корни уравнения

$$\det K(m) \stackrel{def}{\equiv} \phi(m) = 0,\ m \in \mathbb{C},$$

лежали вне круга $|m| \le 1$.

Далее получено достаточное условие модальной управляемости системы (8) регулятором вида

$$u(t) = Q_{00}x(t) + \sum_{i=0}^{\Theta_1}\sum_{j=1}^{\Theta_2} Q_{ij}x^{(i)}(t - jh), \tag{11}$$

где Q_{00}, Q_{ij}, $i = 0, 1, \ldots, \Theta_1$, $j = 1, 2, \ldots, \Theta_2$ – постоянные $(r \times n)$-матрицы.
Введём матрицы $\mathcal{A}(m, \lambda) \in \mathbb{R}^{n\times n}[m, \lambda]$, $\mathcal{B}(m) \in \mathbb{R}^{n\times r}[m]$

$$\mathcal{A}(m, \lambda) = \sum_{j=0}^{N}\left(m^j A_j + \lambda m^j D_j\right),\ (D_0 = 0),$$

$$\mathcal{B}(m) = \sum_{j=0}^{N} m^j B_j,$$

$$\mathcal{B}(m) = \left[b_1(m), b_2(m), \ldots, b_r(m)\right].$$

Теорема 4.2. ([7]) Для того, чтобы система (8), (11) была модально управляема, достаточно, чтобы нашлись числа $k_i \in \mathbb{N}$, $i = 1, 2, \ldots, \eta$, $\eta \le r$, а также векторы $b_{s_1}(m), b_{s_2}(m), \ldots, b_{s_\eta}(m)$, $s_i \in \{1, 2, \ldots, r\}$, $i = 1, 2, \ldots, \eta$, такие, что

$\det W(m, \lambda) =$

$$= \det\Big[b_{s_1}(m),\, \mathcal{A}(m,\lambda)b_{s_1}(m),\ldots,\, \mathcal{A}(m,\lambda)^{k_1-1}b_{s_1}(m),\, b_{s_2}(m),\, \mathcal{A}(m,\lambda)b_{s_2}(m),\,\ldots,$$

$$\mathcal{A}(m,\lambda)^{k_2-1}b_{s_2}(m),\ldots,b_{s_\eta}(m),\, \mathcal{A}(m,\lambda)b_{s_\eta}(m),\ldots,\, \mathcal{A}(m,\lambda)^{k_\eta-1}b_{s_\eta}(m)\Big] \equiv const \neq 0.$$

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Основные научные результаты диссертации

В диссертации получены следующие научные результаты:

1. Параметрические необходимые и достаточные условия (не требующие знания характеристических значений) разрешимости задач модального управления и стабилизации для двумерных систем с запаздывающим аргументом нейтрального типа в шкалах регуляторов по типу обратной связи [1, 2, 4, 9, 11, 19].

2. Конструктивный метод построения дифференциально-разностных и интегральных регуляторов для двумерных систем с запаздывающим аргументом нейтрального типа по параметрам исходной системы [1, 2, 4, 10, 12, 13, 14, 22, 26].

3. Параметрические критерии устойчивости (на основе метода D-разбиений) скалярного уравнения с запаздывающим аргументом нейтрального типа [1, 2, 4, 8, 13, 15, 18, 20, 21, 23, 25, 27, 28, 29].

4. Эффективные необходимые, достаточные условия модальной управляемости и стабилизации в шкалах регуляторов по типу обратной связи для систем нейтрального типа с распределённым запаздыванием, а также конструктивное построение искомых регуляторов [3, 6, 7, 5, 16, 17, 24, 30].

Рекомендации по практическому использованию результатов

Предложенные в диссертации конструктивные методы построения регуляторов могут быть использованы для эффективного синтеза систем управления технологическими, экономическими, биологическими, механическими и другими процессами, математические модели которых описываются линейными стационарными системами с запаздыванием нейтрального типа.

Описанные в данной работе методы могут использоваться для дальнейшего развития теории управления системами с запаздыванием нейтрального типа.

СПИСОК ПУБЛИКАЦИЙ СОИСКАТЕЛЯ ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ

Статьи

1. Марченко, В. М. К вопросу о распределении корней квазиполиномов / В. М. Марченко, А. А. Якименко // Доклады Акад. Наук Беларуси. – 1996. – Т. 40, № 3. – С. 36 – 41.

2. Марченко, В. М. Об устойчивости одного запаздывающего уравнения нейтрального типа / В. М. Марченко, А. А. Якименко // Труды Белорус. гос. техн. универ. Сер. IV, Физ.-мат. науки. – 1996. – Вып. 3. – С. 13 – 21.

3. Марченко, В. М. Модальное управление в системах с распределённым запаздыванием нейтрального типа / В. М. Марченко, А. А. Якименко // Проблемы управления и информатики. – 2002. – №5. – С. 45 – 51.

4. Марченко, В. М. К вопросу о стабилизации систем нейтрального типа / В. М. Марченко, А. А. Якименко // Кибернетика и вычислительная техника. – 2002. – Вып. 134. – С. 76 – 92.

5. Марченко, В. М. К вопросу о модальном управлении системами с распределённым запаздыванием в условиях неполной информации / В. М. Марченко, А. А. Якименко // Вестник Тамбовского универ. Сер. Естеств. и тех. науки. – 2003. –Том 8, вып. 3. – С. 409 – 410.

6. Марченко, В. М. О построении конструктивных стабилизирующих регуляторов для систем с запаздывающим аргументом нейтрального типа / В. М. Марченко, А. А. Якименко // Дифференциальные уравнения. – 2007. – Т.43, № 11. – С. 1480 – 1486.

7. Марченко, В. М. О модальном управлении многовходных систем с запаздывающим аргументом нейтрального типа / В. М. Марченко, А. А. Якименко // Дифференциальные уравнения. – 2008. – Т.44, № 11. – С. 1534 – 1543.

Материалы научных конференций

8. Marchenko, V. M. Linear state-feedback for after-effect systems: stabilization and modal control / V. M. Marchenko, I. M. Borkovskaya, A. A. Yakimenko // 13th World Congress of IFAC: Preprints, San Francisco, 30 June – 5 July 1996: in 4 Vol. / Intern. Fed. of Aut. Contr.; ed.: J.J. Gertler [et al.]. – San Francisco, 1996. – Vol D. – P. 441 – 446.

9. Якименко, А. А. К вопросу о стабилизации линейных систем нейтрального типа / А. А. Якименко // Актуальные проблемы информатики: математическое, программное и информационное обеспечение: материалы V межгосударственной научн. конф., Минск, 14–18 мая 1996 г. / Белорус. госуд. ун-т,

факульт. прикл. матем. и инф.; редкол.: А.И. Лесникович [и др.]. – Минск, 1996. – С.201.

10. Асмыкович, И. К. Применение средств компьютерной алгебры для синтеза регуляторов в дескрипторных системах / И. К. Асмыкович, А. А. Якименко // Компьютерная алгебра в фундаментальных и прикладных исследованиях и образовании: материалы научной конференции, Минск, 8–11 декабря 1997 г. / Бел. гос. ун-т; редкол.: Ю.И. Воротницкий [и др.]. – Минск, 1997. – С. 55 – 57.

11. Якименко, А. А. Стабилизация линейных систем нейтрального типа / А. А. Якименко // Технические ВУЗы – республике: материалы межд. науч.-техн. конф., Минск, 3 – 5 окт. 1997 г.: в 7 ч./ Белорус. гос. политехн. акад.; редкол.: Л.Э. Ляшенко [и др.]. – Минск, 1997. – Ч. 4. – С. 182.

12. Якименко, А. А. Построение явных стабилизирующих регуляторов для систем нейтрального типа / А. А. Якименко // Автоматический контроль и автомат. произв. процессов: материалы междун. науч.-техн. конф., Минск, 22–25 сен. 1998 г. / Белор. гос. техн. ун-т; редкол.: И.Ф. Кузьмицкий [и др.]. – Минск, 1998. – С. 118.

13. Марченко, В. М. Применение средств компьютерной алгебры к решению уравнений над кольцом целых функций / В. М. Марченко, А. А. Якименко // Информатизация процессов формирования открытых систем: материалы межд. науч.-тех. конф., Вологда, 26–28 июня 2001 г. / Вологодский гос. тех. ун-т; редкол.: В.В. Мухин [и др.]. – Вологда, 2001. – С. 312 – 317.

14. Якименко, А. А. К вопросу о модальном управлении системами нейтрального типа дифференциально-разностными регуляторами / А. А. Якименко // Автоматический контроль и автомат. произв. процессов: материалы междун. науч.-техн. конф., Минск, 22–24 окт. 2003 г. / Белор. гос. техн. ун-т; редкол.: И. Ф. Кузьмицкий [и др.]. – Минск, 2003. – С. 230.

15. Марченко, В. М. Об устойчивости уравнений с запаздывающим аргументом нейтрального типа / В. М. Марченко, А. А. Якименко // Устойчивость, управление и моделирование динамических систем: материалы международного научного семинара, посвященного 75-летию со дня рождения И. Я. Каца, Екатеринбург, 15–17 ноября 2006 г. / Уральский государственный университет путей сообщения; редкол.: В.М. Сай [и др.]. – Екатеринбург, 2006. – С 13 – 14.

16. Якименко, А. А. К вопросу о разложении векторов над кольцом целых функций / А. А. Якименко // Автоматический контроль и автоматизация производственных процессов: материалы междун. науч.-техн. конф., Минск, 6–8 июня 2006г. / Белор. гос. техн. ун-т; редкол.: И.Ф. Кузьмицкий [и др.]. – Минск, 2006. – С. 16 – 17.

17. Marchenko, V. M. Modal Control for Linear Neutral-Type Systems with Distributed Delays / V. M. Marchenko, A. A. Yakimenka // 12th IEEE Inter. Conf. on Methods and Models in Automation and Robotics: Papers, Miedzyzdroje, Poland, 28–31 August 2006 / Szczecin University of Technology; ed.: S. Domek [et al.]. – Miedzyzdroje, 2006. – P. 231 – 236.

Тезисы научных конференций

18. Марченко, В. М. К устойчивости уравнений с запаздывающим аргументом нейтрального типа / В. М. Марченко, А. А. Якименко // Автоматический контроль и управление производственными процессами: тез. докл. респ. научн.-техн. конф. / Белорус. гос. техн. ун-т; редкол.: И. М. Жарский [и др.]. – Минск, 1995. – С. 49.

19. Марченко, В. М. Об устойчивости и стабилизируемости систем дифференциально-разностных уравнений / В. М. Марченко, И. М. Борковская, А. А. Якименко // Еругинские чтения II: тезисы докл. мат. конф., Гродно, 11 – 13 мая 1995 г. / Гродненский гос. ун-т им. Янки Купалы; редкол.: А. П. Садовский [и др.]. – Гродно, 1995. – С. 78.

20. Марченко, В. М. К вопросу о стабилизации линейных дескрипторных систем с запаздыванием // В. М. Марченко, И. М. Борковская, А. А. Якименко / VII Белорус. математ. конф.: тезисы докл., Минск, 18 – 22 ноября 1996 г.: в 2 ч./ Белорус. госуд. ун-т.; редкол.: И. В. Гайшун [и др.]. – Минск, 1996. – Ч. 2.– С. 175.

21. Марченко, В. М. К вопросу об устойчивости дифференциальных уравнений с запаздывающим аргументом нейтрального типа / В. М. Марченко, А. А. Якименко // Еругинские чтения V: тезисы докл. межд. мат. конф., Могилев, 26–28 мая 1998 г.: в 2ч. / Могилёвский гос. ун-т. им. А.А. Кулешова; редкол.: Н. П. Морозов [и др.]. – Могилёв, 1998. – Ч. 2. – С. 131.

22. Якименко, А. А. К вопросу о построении стабилизирующих регуляторов для линейных систем нейтрального типа / А. А. Якименко // Dynamical Systems: Stability, Control, Optimization: Abstracts of International Conference, Minsk, 29 sept. – 4 oct. 1998: in 2 Vol. / Inst. of Math. Nat. Acad. Science; ed.: T. Kopeikina [et al.]. – Minsk, 1998. – Vol. 2. – P. 291.

23. Марченко, В. М. Робастная устойчивость линейных дифференциально-разностных уравнений нейтрального типа / В. М. Марченко, А. А. Якименко // Диференціальні та інтегральні рівняння: тези доповід. міжнар. конф., Одеса, 12–14 вересня 2000 р. / Одес. дяр. ун-т; редкол.: А. М. Самойленко [и др.]. – Одеса, 2000. – С. 184 – 185.

24. Якименко, А. А. Построение регуляторов для решения задачи модального управления в системах нейтрального типа / А. А. Якименко // VIII Бе-

лорус. математ. конф.: тезисы докл., Минск, 19–24 июня 2000 г.: в 4 ч. / Ин-т математики НАН РБ; редкол.: И.В. Гайшун [и др.]. – Минск, 2000. – Ч. 4. – С. 93.

25. Марченко, В. М. К вопросу об устойчивости систем нейтрального типа / В. М. Марченко, А. А. Якименко // Устойчивость и колебания нелинейных систем управления: тезисы докл. межд. семинара, Москва, 22–24 мая 2002 г. / Инст. пробл. управл. им. В.А.Трапезникова; редкол.: Е.С. Пятницкий [и др.]. – Москва, 2002. – С. 5 - 6.

26. Марченко, В. М. К вопросу о построении регуляторов для решения задачи модального управления линейными системами нейтрального типа / В. М. Марченко, А. А. Якименко // Еругинские чтения IX: тезисы докл. межд. мат. конф., Витебск, 20–22 мая 2003 г. / Витебский гос. ун-т им. П.М. Машерова; редкол.: И.В. Гайшун [и др.]. – Витебск, 2003. – С. 117.

27. Марченко, В. М. К вопросу об устойчивости и стабилизации гибридных систем / В. М. Марченко, А. А. Якименко // IX Белорус. математ. конф.: тезисы докл., Гродно, 3–6 ноября 2004 г.: в 3 ч./ Гродн. госуд. ун-т им. Я. Купалы; редкол.: Ф.М. Кириллова [и др.]. – Гродно, 2004. – Ч. 3. – С. 125 – 126.

28. Марченко, В. М. К вопросу об устойчивости двумерных дескрипторных систем с запаздывающим аргументом нейтрального типа / В. М. Марченко, А. А. Якименко // Четвертые Богдановские чтения по обыкновенным дифференциальным уравнениям: тезисы докл., Минск, 7–10 декабря 2005 г. / Бел. гос. ун-т; редкол.: И.В. Гайшун [и др.]. – Минск, 2005. – С. 107 – 108.

29. Якименко, А. А. Устойчивость одного линейного уравнения нейтрального типа/ А. А. Якименко // Проблемы управления и приложения (техника, производство, экономика): тезисы докл. междун. науч.-техн. конф., Минск, 16–20 мая 2005 г. / БНТУ; редкол.: Р.Ф. Габасов [и др.]. – Минск, 2006. – С. 105 – 106.

30. Марченко, В. М. О экспоненциальной стабилизации систем с запаздывающим аргументом нейтрального типа / В. М. Марченко, А. А. Якименко // Динамические системы: устойчивость, управление, оптимизация: тезисы докл. международной конференции посвященной 90-летию со дня рождения Е. А. Барбашина, Минск, 29 сент. – 4 окт. 2008 г./ Институт математики НАН Беларуси; редкол.: И.В. Гайшун [и др.]. – Минск, 2008. – С.114 – 116.

РЕЗЮМЕ

Якименко Андрей Александрович

Управление динамическими системами с запаздывающим аргументом нейтрального типа воздействием линейной обратной связи

Ключевые слова: системы нейтрального типа, обратная связь, устойчивость, стабилизация, модальное управление.

Объект исследования - динамические системы с запаздывающим аргументом нейтрального типа. Предметом изучения является обеспечение посредством линейной обратной связи таких свойств замкнутой системы, как устойчивость, произвольное наперед заданное расположение спектра.

Цель работы - получение условий модальной управляемости и стабилизируемости, а также построение соответствующих регуляторов по типу обратной связи для управляемых систем функционально-дифференциальных уравнений при воздействии регуляторов разного типа.

Основные результаты, полученные в диссертации:

- Параметрические необходимые и достаточные условия (не требующие знания характеристических значений) разрешимости задач модального управления и стабилизации для двумерных систем с запаздывающим аргументом нейтрального типа в шкалах регуляторов по типу обратной связи.
- Конструктивный метод построения дифференциально-разностных и интегральных регуляторов для двумерных систем с запаздывающим аргументом нейтрального типа по параметрам исходной системы.
- Параметрические критерии устойчивости (на основе метода D-разбиений) скалярного уравнения с запаздывающим аргументом нейтрального типа.
- Эффективные необходимые, достаточные условия модальной управляемости и стабилизации в шкалах регуляторов по типу обратной связи для систем нейтрального типа с распределённым запаздыванием, а также конструктивное построение искомых регуляторов.

Все результаты, полученные в диссертации, являются новыми. Они могут быть использованы для эффективного синтеза систем управления технологическими, экономическими, биологическими, механическими и другими процессами, математические модели которых описываются линейными стационарными системами с запаздывающим аргументом нейтрального типа.

РЭЗЮМЭ

Якіменка Андрэй Аляксандравіч

Кіраванне дынамічнымі сістэмамі са спазняльным аргументам нейтральнага тыпа ўздзеяннем лінейнай зваротнай сувязі

Ключавыя словы: сістэмы нейтральнага тыпа, зваротная сувязь, устойлівасць, стабілізацыя, мадальнае кіраванне.

Аб'ект даследвання – дынамічные сістэмы са спазняльным аргументам нейтральнага тыпа. Прадметам вывучання з'яўляецца забяспячэнне за кошт лінейнай зваротнай сувязі такіх уласцівасцяў замкненай сістэмы, як устойлівасць, адвольнае наперад зададзенае распалажэнне спектра.

Мэта работы – атрыманне умоў мадальнай кіруемасці і стабілізіуемасці, а таксама пабудова адпаведных рэгулятараў па тыпу зваротнай сувязі для кіруемых сістэм функцыянальна-дыферэнцыяльных ураўненняў пры ўздзеянні рэгулятараў рознага тыпу.

Асноўныя рэзультаты, атрыманыя ў дысертацыі:

- Параметрычныя неабходныя і дастатковыя ўмовы (не патрабуючыя ведання характэрыстычных значэнняў) развязальнасці задач мадальнага кіравання і стабілізацыі для двухмерных сістэм са спазняльным аргументам нейтральнага тыпа ў шкалах рэгулятараў па тыпу зваротнай сувязі.
- Канструктыўны метад пабудавання дыферэнцыяльна-розніцавых і інтэгральных рэгулятараў для двухмерных сістэм са спазняльным аргументам нейтральнага тыпа па параметрах зыходнай сістэмы.
- Параметрычныя крытэрыі ўстойлівасці (на аснове метада D-разбіенняў) скалярнага ўраўнення са спазняльным аргументам нейтральнага тыпа.
- Эфектыўныя неабходныя, дастатковыя ўмовы мадальнай кіруемасці і стабілізацыі ў шкалах рэгулятараў па тыпу зваротнай сувязі для сістэм нейтральнага тыпа з размеркаваным спазненнем, а таксама канструктыўнае пабудаванне шуканых рэгулятараў.

Усе рэзультаты, атрыманыя ў дысертацыі, з'яўляюцца новымі. Яны могуць быць выкарыстаны для эфектыўнага сінтэза сістэм кіравання тэхналагічнымі, эканамічнымі, біялагічнымі, механічнымі і другімі працэсамі, матэматычныя мадэлі якіх апісваюцца лінейнымі стацыянарнымі сістэмамі са спазняльным аргументам нейтральнага тыпа.

SUMMARY

Andrei A. Yakimenka

Feedback control for delayed dynamical systems of neutral type

Keywords: time-delay, neutral-type, feedback, stability, stabilization, modal control.

The thesis deals with delayed dynamical systems of neutral type. A subject under consideration providing the systems with a linear feedback of such properties of the closed-loop system, as stability, the any arbitrary set arrangement of a spectrum.

The purpose of the work is to obtain conditions for modal controllability and stabilization with constructing corresponding feedback scale regulators for various classes of neutral time-delay systems.

The main results obtained are the following:

- The methods for solving solution of a problem of modal control for two-dimensional neutral type retarded argument systems by acting differential-difference and integrate regulators.
- Parametric criterion for stability of scalar time-delay equations of neutral type.
- Methods for solving a problem of stabilization for system of neutral type with delay in a two-dimensional case under action of differential-difference and integrate regulators.
- Methods for solving a problem of modal control for neutral type distributed delay systems.
- Methods for solving a problem of modal control for multi-input systems of neutral type with commensurate delays.
- Methods for solving a problem of exponential stabilization for multi-input systems of neutral type with commensurate delays.

All the results obtained are new. They can be used for effective analysis and synthesis of technological, economic, biological, mechanical control systems and other practical processes, which mathematical models are described by linear stationary time-delay systems of neutral type.