$$rank\{Y_{\xi}(zh),\ \xi\in[0,m],\ z\in[0,\ m\text{-}1]\}=m,$$

$$rank\{X^1_s,\ s=1,2,\ldots,\mathrm{d}t_1\text{-}\mathrm{d}_{k_0h_1+1};\ X^2_{-j},\ \mathrm{j}=0,1,\ldots,k_0\text{-}1\}=\mathrm{n}.$$

Учитывая специфику начальных условий для систем (3), можно рассматривать и другие виды управляемости.

ЛИТЕРАТУРА

1. Габасов Р., Кириллова Ф.М. Качественная теория оптимальных процессов. М.: Наука, 1971.

2. Игнатенко В.В., Крахотко В.В. К управляемости линейных дискретных дескрипторных систем с запаздыванием// Вести. БГУ. – 1993. – Сер.1. Физ. – Мат. Мех. №3. – С.70-73.

УДК 519.624

И.Ф. Соловьева

(БГТУ, г. Минск)

МЕТОД МНОЖЕСТВЕННОЙ ДВУСТОРОННЕЙ ПРИСТРЕЛКИ ДЛЯ РЕШЕНИЯ НЕЛИНЕЙНЫХ ГРАНИЧНЫХ ЗАДАЧ

Нелинейные граничные задачи с малым параметром при старшей производной и пограничными слоями очень сложны в вычислительном отношении. Разработка новых численных методов и приложений к их численному решению требует достаточно полного анализа и информации о поведении решения задачи, его свойствах и т.д. Только в этом случае гарантировано успешное применение практически всех вычислительных алгоритмов. Если такой анализ и информацию не удастся обеспечить априорно или их нельзя получить достаточно полными, то проблема численного решения нелинейных задач существенно осложняется. В связи с этим все более важное значение приобретает построение и исследование таких вычислительных алгоритмов, которые обладали бы способностью адаптироваться и гибко использовать численную информацию, которую получают в ходе выполнения вычислительного эксперимента [1].

Рассмотрим систему нелинейных дифференциальных уравнений первого порядка с малым параметром при старшей производной, приведенную к виду

$$y'=f(t,y,\varepsilon),\qquad a\le t\le b, \tag{1}$$

где $y:[a,b]\to R^n$, $\quad f:[a,b]\times R^n\to R^n$, $\quad \varepsilon>0$.

Предположим, что зависимость f от ε такова, что в граничных задачах, которые мы будем дальше рассматривать, могут возникать пограничные либо внутренние переходные слои. Роль ε естественным образом транслируется через решение граничной задачи. Далее для компактности записей вместо $f(t,y,\varepsilon)$ будем писать $f\ (t\ \ ,y\ \ )$.

Присоединим к уравнению (1) двухточечное граничное условие наиболее общего вида:

$$g\ (y\ (a\ ), y\ (b\ )) = 0\ , \qquad (2)$$

где $g: R^n \times R^n \to R$. Отметим, что в условие (2) может входить также параметр ε. Предположим, что отображения f и g и отрезок $[a,b]$ таковы, что задача (1,2) имеет единственное решение и обладает необходимой гладкостью.

Для самых сложных случаев , когда решение характеризуется внутренними переходными слоями, резкими перепадами, а часто и разрывами первого рода, алгоритм метода решения задачи следует строить таким образом, чтобы он мог адаптироваться к выявленным в процессе вычислительного эксперимента свойствам решения. Итак, для решения таких задач предлагается метод множественной двусторонней пристрелки [2], который представим следующими формулами:

$$\begin{cases} u' = f(t,u), t \in j_{2j-1}^{(+)} = \{t_{2j-1} \le t \le t_{2j}\}, \\ u(t, y_{2j-1})/_{t=t_{2j-1}} = y_{2j-1}, y_{2j-1} \in R^n \end{cases} \qquad (3)$$

$$\begin{cases} v' = f(t,v), t \in J_{2j-1}^{(-)} = \{t_{2j-1} \ge t \ge t_{2j-2}\}, \\ v(t, y_{2j-1})/_{t=t_{2j-1}} = y_{2j-1}, j = 1,m \end{cases} \qquad (4)$$

$$a = t_0 < t_1 < \ldots < t_{2j} = b\ ,$$

где t_{2j-1} – точки пристрелки; t_{2j}-точки сшива решений; y_{2j-1} – параметры пристрелки. Замыкающую систему уравнений запишем в виде

$$\begin{cases} u(t_{2j}, y_{2j-1}) - v(t_{2j}, y_{2j+1}) = 0, j = \overline{1, m-1}, \\ g(v(t_0, y_1), u(t_{2m}, y_{2m-1})) = 0 \end{cases} \qquad (5)$$

или $H(z) = 0$,

где $H: R^N \to R^N, N = m \times n, \qquad z = (y_1^T, y_3^T, \ldots, y_{2m-1}^T)^T$.

В этом случае искомое решение граничной задачи (1,2) может быть представлено в виде

$$y(t)=\begin{cases} v(t,y^*_{2j-1}), t\in J^{(-)}_{2j-1}, \\ u(t,y^*_{2j-1}), t\in J^{(+)}_{2j-1}, j=\overline{1,m}. \end{cases}$$

Для решения замыкающей системы вида (5) будем использовать модифицированный метод Ньютона.

Практическая реализация метода множественной двусторонней пристрелки и его качества зависят главным образом от того, какие имеются возможности влияния на следующих основных этапах: 1) выбор числа подынтервалов пристрелки; 2) определение длин положительных и отрицательных подынтервалов пристрелки; 3) выбор точек сшива решений; 4) регулировка свойств замыкающей системы уравнений и ее оптимизация по числу уравнений; 5) определение пристрелочных траекторий; 6) организация итерационных процессов и их оптимизация.

ЛИТЕРАТУРА

1. Дулан Э., Миллер Д., Шилдерс У. Равномерные численные методы решения задач с пограничным слоем. – М.: Мир, 1983.

2. Монастырный П. И., Кулешова И.Ф.К теории метода множественной двусторонней пристрелки для линейных граничных задач с пограничным слоем // Журн. ДАН БССР. – 1989. – Т.33. – С.106-109.

УДК 517.977

В. В. Горячкин, В.В. Крахотко

(БГУ, г. Минск)

ПРЕДСТАВЛЕНИЕ РЕШЕНИЯ ОДНОЙ ДИСКРЕТНОЙ СИСТЕМЫ

Рассмотрим дискретную систему вида

$$\begin{aligned} x(t+e_1) &= A_1x(t) + B_1y(t) + D_1u(t), \\ x(t+e_2) &= A_2x(t) + B_2y(t) + D_2u(t), \\ x(t+e_3) &= A_3x(t) + B_3y(t) + D_3u(t),\ t\ge 0, \end{aligned} \tag{1}$$

где $x\in R^n$, $y\in R^m$, $u\in R^r$, $t\in Z^3_+$, $A_i, B_i, D_i, i=\overline{1,3}$ - постоянные матрицы соответствующих размеров, $e_1=(1,0,0)$, $e_2=(0,1,0)$, $e_3=(0,0,1)$.

Заметим, что система (1) имееет не одно решение, а целое семейство решений. Для выделения какого-либо одного решения из этого семейства зададим начальные условия

$$x(0,0,t_3)=\alpha(t_3), \tag{2}$$

$$y(t_1,t_2,0)=\beta(t_1,t_2)$$