

проплав. Вопрос о целесообразности его внедрения может быть решен лишь после проведения соответствующих технико-экономических расчетов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Инструкция по проектированию лесосплавных предприятий. ВСН 4-78, — Л.: Ротапринт Гипролестранса, 1979. — 293 с. 2. Водный транспорт леса: Справочник. — М.: Гослесбумиздат, 1963. — 561 с.

УДК 625.7 + 539.376

С.С.МАКАРЕВИЧ, канд. техн. наук (БТИ)

К РАСЧЕТУ СЛОИСТЫХ ВЯЗКОУПРУГИХ ДОРОЖНЫХ ОДЕЖД

В работах [1–3] приводятся основы расчета дорожных одежд из вязкоупругих материалов. Но конкретные аналитические выражения, характеризующие напряжения и перемещения, получены только для однородного вязкоупругого полупространства [3, 4] и для двухслойной конструкции [5]. Дорожные конструкции, состоящие из трех и более слоев имеют очень усложненное решение систем дифференциальных и интегральных уравнений. Применение численных методов на основе ЭВМ оказывается в данном случае тоже недостаточно рациональным. Как показано в работе [6], даже в упругой постановке решение этой задачи с помощью ЭВМ не всегда дает удовлетворительные результаты, так как вычислительный процесс длителен и подчас неустойчив. Поэтому в данной работе рассматривается приведение многослойной дорожной конструкции к двухслойной расчетной модели. Так как толщина верхних слоев дорожной одежды невелика по сравнению с подстилающим полупространством, то их можно заменить одним эквивалентным однородным слоем с переменным по высоте модулем упругости E_r (рис. 1). Найдем зависимость модуля упругости E_r от модулей упругости слоев. Выделим из дорожной конструкции элемент высотой h , соответствующий толщине всех

слоев, лежащих над подстилающим полупространством, и с поперечными размерами, равными единице.

При дальнейших выводах будем полагать, что слои в пачке деформируются согласно наследственной теории Больцмана–Вольтерра. Между ними существует полное сцепление, и они работают совместно без проскальзывания; соблюдается гипотеза плоских сечений (гипотеза Бернулли). Следует отметить, что коэффициенты Пуассона для материалов, применяемых при строительстве дорог, отличаются незначительно, а поэтому стеснением поперечных деформаций можно пренебречь.

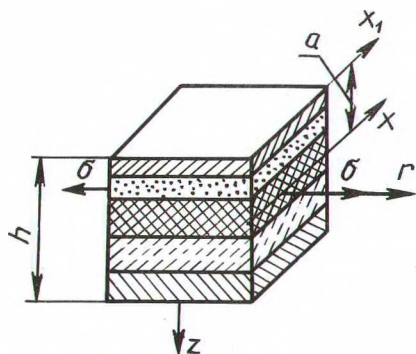


Рис. 1. Расчетная схема слоистой системы.

Выберем начало координат в центре параллелепипеда. Загрузим параллелепипед постоянным напряжением σ , параллельным оси g . Так как слои не симметричны относительно оси g , то грани параллелепипеда под действием напряжения σ будут поворачиваться. Эквивалентный однородный слой должен деформироваться так же, как многослойная конструкция. Исходя из гипотезы плоских сечений естественно предположить, что модуль упругости эквивалентного слоя меняется по линейному закону, т.е.

$$E_r(t) = E_0(t) + zk(t), \quad (1)$$

где $E_0(t)$ — модуль упругости в начале координат; $k(t)$ — коэффициент, не зависящий от z .

Деформация в направлении оси g на произвольном расстоянии z от начала координат будет равна

$$\epsilon(t) = \epsilon_0(t) + zk(t), \quad (2)$$

где $\epsilon_0(t)$ — деформация в начале координат; $\kappa(t)$ — кривизна в начале координат.

Напряжение, согласно закону Гука, с учетом (1) и (2)

$$\sigma(t) = (\epsilon_0(t) + zk(t))(E_0(t) + zk(t)). \quad (3)$$

Запишем уравнения равновесия:

$$\int_A \sigma(t) dA = \sigma A; \quad \int_A \sigma(t) z dA = 0, \quad (4)$$

где A — площадь грани, перпендикулярной оси g .

Подставляя в уравнения (4) $\sigma(t)$, согласно (3), и производя интегрирование, получим:

$$E_0(t)\epsilon_0(t)A + \epsilon_0(t)k(t)S_x + E_0(t)k(t)S_x + k(t)k(t)I_x = \sigma A; \quad (5)$$

$$E_0(t)\epsilon_0(t)S_x + \epsilon_0(t)k(t)I_x + E_0(t)k(t)I_x + k(t)k(t)R_x = 0, \quad (6)$$

где $S_x = \int_A z dA$ — статический момент площади A относительно оси x ; $I_x = \int_A z^2 dA$ — момент инерции; $R_x = \int_A z^3 dA$ — назовем моментом инерции второго порядка.

Если ось x проходит через центр тяжести площади A , то $S_x = 0$ и $R_x = 0$, и уравнения (5) и (6) переписуются так:

$$E_0(t)\epsilon_0(t)A + k(t)k(t)I_x = \sigma A; \quad (7)$$

$$\epsilon_0(t)k(t) + E_0(t)k(t) = 0. \quad (8)$$

Решая совместно уравнения (7) и (8), получим:

$$\epsilon_0(t) = - \frac{A\sigma E_0(t)}{k^2(t) I_x - E_0^2(t) A}; \quad (9)$$

$$\kappa(t) = \frac{A\sigma k(t)}{k^2(t) I_x - E_0^2(t) A}. \quad (10)$$

Теперь рассмотрим слоистый параллелепипед.

Согласно наследственной теории Больцмана–Вольтерра напряжение в i -м слое будет равно

$$\sigma_i(t) = E_i \left[\epsilon(t) - \int_0^t R_i(t-\tau) \epsilon(\tau) d\tau \right],$$

где $R_i(t-\tau)$ — резольвента интегрального уравнения.

Подставляя $\epsilon(t)$ согласно (2), получим

$$\sigma_i(t) = E_i \left[\epsilon_0(t) + z\kappa(t) - \int_0^t R_i(t-\tau) (\epsilon_0(\tau) + z\kappa(\tau)) d\tau \right]. \quad (11)$$

Запишем уравнения равновесия:

$$\sum_{i=1}^n \int_{A_i} \sigma_i(t) dA_i = \sigma A, \quad \sum_{i=1}^n \int_{A_i} \sigma_i(t) z dA_i = 0.$$

Подставляя в уравнения равновесия $\sigma_i(t)$ согласно (11) и интегрируя по площади, получим:

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^n E_i [A_i \epsilon_0(t) + S_i \kappa(t) - A_i \int_0^t R_i(t-\tau) \epsilon_0(\tau) d\tau - S_i \int_0^t R_i(t-\tau) \kappa(\tau) d\tau] = \\ = \sigma A; \end{aligned} \quad (12)$$

$$\sum_{i=1}^n E_i [S_i \epsilon_0(t) + I_i \kappa(t) - S_i \int_0^t R_i(t-\tau) \epsilon_0(\tau) d\tau - I_i \int_0^t R_i(t-\tau) \kappa(\tau) d\tau] = 0 \quad (13)$$

Для определения из уравнений (12) и (13) $\epsilon_0(t)$ и $\kappa(t)$ воспользуемся преобразованием Лапласа.

Произведем преобразование уравнений (12) и (13) по Лапласу:

$$\sum_{i=1}^n E_i [A_i \epsilon_0(p) + S_i \kappa(p) - A_i R_i(p) \epsilon_0(p) - S_i R_i(p) \kappa(p)] = \sigma A/p. \quad (14)$$

$$\sum_{i=1}^n E_i [S_i \epsilon_0(p) + I_i \kappa(p) - S_i R_i(p) \epsilon_0(p) - I_i R_i(p) \kappa(p)] = 0, \quad (15)$$

где p — параметр преобразования.

Из уравнений (14) и (15) найдем:

$$\epsilon_0(p) = - \frac{\sigma A \sum_{i=1}^n E_i I_i (1 - R_i(p))}{p \left[\left(\sum_{i=1}^n E_i S_i (1 - R_i(p)) \right)^2 - \sum_{i=1}^n E_i A_i (1 - R_i(p)) \sum_{i=1}^n E_i I_i (1 - R_i(p)) \right]}; \quad (16)$$

$$\kappa(p) = \frac{\sigma A \sum_{i=1}^n E_i S_i (1 - R_i(p))}{p \left[\left(\sum_{i=1}^n E_i S_i (1 - R_i(p)) \right)^2 - \sum_{i=1}^n E_i A_i (1 - R_i(p)) \sum_{i=1}^n E_i I_i (1 - R_i(p)) \right]}. \quad (17)$$

В работе [7] показано, что для материалов, применяемых в дорожном строительстве, в качестве ядра ползучести можно принять экспоненту

$$K_i(t) = L_i e^{-\alpha_i t}, \quad (18)$$

где L_i и α_i — константы материала, определяемые из экспериментов на ползучесть.

Резольвентой ядра (18) будет

$$R_i(t) = L_i e^{-\beta_i t}, \quad (19)$$

где $\beta_i = L_i + \alpha_i$.

Изображение резольвенты (19) равно:

$$R_i(p) = \frac{L_i}{p + \beta_i}. \quad (20)$$

Подставляя (20) в выражения (16) и (17) и производя обратное преобразование, получим:

$$\epsilon_0(t) = - \frac{\sigma A}{D} \left(\frac{F_1(0)}{F(0)} + \sum_{i=1}^m \frac{F_1(r_i)}{r_i F'(r_i)} e^{r_i t} \right); \quad (21)$$

$$\kappa(t) = \frac{\sigma A}{D} \left(\frac{F_2(0)}{F(0)} + \sum_{i=1}^m \frac{F_2(r_i)}{r_i F'(r_i)} e^{r_i t} \right). \quad (22)$$

Здесь $D = \left(\sum_{i=1}^n E_i S_i \right)^2 - \sum_{i=1}^n E_i A_i \sum_{i=1}^n E_i I_i$;

$$F_1(p) = \left[\prod_{i=1}^n (p + \beta_i) \right]^2 \sum_{i=1}^n E_i I_i \frac{p + \alpha_i}{p + \beta_i}.$$

$$F_2(p) = \left[\prod_{i=1}^n (p + \beta_i) \right]^2 \sum_{i=1}^n E_i S_i \frac{p + \alpha_i}{p + \beta_i};$$

$$F(p) = \frac{1}{D} \left[\prod_{i=1}^n (p + \beta_i) \right]^2 \left(\sum_{i=1}^n E_i S_i \frac{p + \alpha_i}{p + \beta_i} \right)^2 - \\ - \sum_{i=1}^n E_i A_i \frac{p + \alpha_i}{p + \beta_i} \sum_{i=1}^n E_i I_i \frac{p + \alpha_i}{p + \beta_i},$$

где r_i — корни уравнения $F(p) = 0$; $F_1(0)$, $F_2(0)$ и $F(0)$ — значения $F_1(p)$, $F_2(p)$ и $F(p)$ при $p = 0$; $F_1(r_i)$, $F_2(r_i)$ — значения $F_1(p)$ и $F_2(p)$ при $p = r_i$; $F'(r_i)$ — значения производной $\frac{dF(p)}{dp}$ при $p = r_i$.

Учитывая, что эквивалентный однородный слой и многослойная конструкция должны деформироваться одинаково, а поэтому приравнивая правые части уравнений (9) и (21), (10) и (22), найдем:

$$\lambda(t) = \frac{E_0(t)}{k(t)} = \frac{\frac{F_1(0)}{F(0)} + \sum_{i=1}^m \frac{F_1(r_i)}{r_i F'(r_i)} e^{r_i t}}{\frac{F_2(0)}{F(0)} + \sum_{i=1}^m \frac{F_2(r_i)}{r_i F'(r_i)} e^{r_i t}}; \quad (23)$$

$$k(t) = \frac{D}{(I_x - A\lambda^2(t)) \left(\frac{F_2(0)}{F(0)} + \sum_{i=1}^m \frac{F_2(r_i)}{r_i F'(r_i)} e^{r_i t} \right)}; \quad (24)$$

$$E_0(t) = k(t)\lambda(t). \quad (25)$$

Подставляя (24) и (25) в выражение (1), получим модуль упругости $E_r(t)$ для эквивалентного однородного слоя.

Как видно из уравнения (1), значение $k(t)$ не зависит от выбора начала координат. Поэтому величина $k(t)$, определенная по формулам (23) и (24), когда начало координат выбрано в центре слоистой конструкции, будет оставаться такой же, если начало координат перенести в верхнюю точку. $\lambda(t)$ имеет размерность длины, а поэтому относительно произвольной оси x_1 , параллельной оси x и отстоящей от нее на расстоянии a , будет равна

$$\lambda_1(t) = \lambda(t) + a$$

Тогда $E_0(t)$ относительно произвольной оси x_1 определится формулой (25), но с заменой $\lambda(t)$ на $\lambda_1(t)$, т.е.

$$E_0(t) = k(t)\lambda_1(t).$$

Нагрузим теперь выделенный параллелепипед (рис. 1) постоянным напряжением в направлении оси z . Деформация i -го слоя запишется уравнением

$$\epsilon_i(t) = \frac{1}{E_i} \left[\sigma_i(t) + \int_0^t K_i(t-\tau) \sigma(\tau) d\tau \right]. \quad (26)$$

Деформация в целом слоистого параллелепипеда в направлении оси z будет равна

$$\epsilon(t) = \sum_{i=1}^n \eta_i \epsilon_i(t), \quad (27)$$

где $\eta_i = A_i/A$.

Для эквивалентного слоя

$$\epsilon(t) = \frac{\sigma}{E_z(t)}, \quad (28)$$

где $E_z(t)$ — модуль упругости эквивалентного слоя в направлении оси z .

Из условия равновесия напряжение в i -м слое равно напряжению, приложенному к параллелепипеду, т.е.

$$\sigma_i(t) = \sigma. \quad (29)$$

Приравнявая правые части уравнений (27) и (28) и учитывая (26) и (29), получим

$$\frac{1}{E_z(t)} = \sum_{i=1}^n \frac{\eta_i}{E_i} \left[1 + \int_0^t K_i(t-\tau) d\tau \right]. \quad (30)$$

Решение уравнения (30) при ядре ползучести (18) дает возможность определить податливость в направлении оси z , а следовательно, и

$$\frac{1}{E_z(t)} = \sum_{i=1}^n \frac{\eta_i}{E_i} \left[1 + \frac{L_i}{\alpha_i} (1 - e^{-\alpha_i t}) \right].$$

Иногда при расчете конструкций из вязкоупругих материалов с экспоненциальным ядром ползучести пользуются не постоянными L и α , а мгновенным модулем упругости E , длительным H и временем релаксации N , которые связаны зависимостями:

$$L = \frac{E-H}{EN}, \quad \alpha = \frac{H}{EN}.$$

Полагая в формулах (23)–(25) и (31) $t=0$, $t \rightarrow \infty$ и $t = \frac{EN}{H}$, можно определить для эквивалентного слоя константы E , H и N как в направлении x , так и в направлении z .

Таким образом, многослойную дорожную конструкцию можно рассчитывать как двухслойную, состоящую из подстилающего полупространства и эквивалентного слоя.

ЛИТЕРАТУРА

1. Пеонович И.И., Макаревич С.С., Лашенко А.П. Применение реологических моделей к расчету дорожных одежд. — Минск, 1971. — 183 с.
2. Пеонович И.И., Макаревич С.С. Напряжения и деформации дорожных одежд с учетом их реологических свойств. — Вестник БГУ, сер. 1, 1976, № 1, с. 25–31.
3. Радовский Б.С. Поведение дорожной конструкции как слоистой вязкоупругой среды под действием подвижной нагрузки. — Изв. вузов: Строительство и архитектура, 1975, № 4, с. 141–146.
4. Пеонович И.И., Макаревич С.С. Задача Буссинеска для однородного упруговязкого полупространства. — Изв. АН БССР. Сер. физ.-техн. наук, 1972, № 3, с. 5–10.
5. Макаревич С.С. Расчет дорожных одежд с учетом упруговязких деформаций. — В кн.: Механизация лесоразработок и транспорт леса. Минск: Выш. шк., 1976, вып. 6, с. 88–94.
6. Конструирование и расчет нежестких дорожных одежд/Под ред. Н.Н.Иванова. — М.: Транспорт, 1973. — 328 с.
7. Лашенко А.П. Решение задачи определения напряжений и деформаций дорожных одежд и земляного полотна с учетом реологических свойств материалов: Автореф. дис. ... канд. техн. наук. — М., 1983. — 16 с.

УДК 630*839—493.001.2

А.В.ТИМОШЕНКО, А.П.МАТВЕЙКО,
канд. техн. наук (БТИ)

ПОКАЗАТЕЛИ ЭФФЕКТИВНОСТИ ПРОЦЕССА СЕПАРАЦИИ ЩЕПЫ В РУБИЛЬНЫХ УСТАНОВКАХ

Вырабатываемая из отходов лесозаготовок и тонкомерных деревьев “зеленая” щепа для производства древесных плит требует ее очистки от примесей древесной зелени (ДЗ), гнили, мелочи, минеральных частиц. В то же время древесная зелень является ценным сырьем для лесохимических производств. В этой связи сепарация “зеленой” щепы на кондиционную щепу для плитных производств и древесную зелень для лесохимических производств приобретает актуальное значение в деле полного и комплексного использования древесного сырья.

Существующий в настоящее время технологический процесс производства щепы связан с дальнейшей ее сортировкой, что требует дополнительных транспортно-переместительных операций и специального оборудования.

Анализ существующего и разрабатываемого оборудования для производства щепы и ее сортировки показывает, что одним из эффективных направлений является использование рубильных установок, обеспечивающих одновременно и сортировку щепы. При работе таких установок осуществляется сепарация измельченного материала на две и более фракций в процессе выработки щепы. При этом эффективность и качество процесса сепарации в установках различных конструкций будут разные. В связи с этим при оценке рубильных установок с сепарированием щепы (рубильно-сепарирующие установки) целесообразно пользоваться показателями эффективности процесса сепарации.