Студ. Н.Д. Кислый, П.А. Яцук Науч. рук. доц. И.М. Борковская (кафедра высшей математики, БГТУ)

ЛОГАРИФМИЧЕСКАЯ СПИРАЛЬ – ИСТОРИЯ, СВОЙСТВА, ПРИМЕНЕНИЕ

В математике линии могут описываться в декартовой прямоугольной системе координат алгебраическими уравнениями первой, второй и некоторых высших степеней. Часто линии удобно задавать параметрическими уравнениями либо уравнениями в полярной системе координат. Рассмотрим кривую, которая в силу своих свойств получила известность.

Логарифмическая спираль — это линия, определяемая в полярных координатах уравнением $r=a^{\varphi}, a>0, a\neq 1$. Из уравнения следует, что если a>1, то при неограниченном возрастании φ неограниченно возрастает и r. Спираль развертывается против хода часовой стрелки, делая бесконечное множество витков вокруг полюса. Каждая логарифмическая спираль пересекает все полярные радиусы своих точек под

одним и тем же углом. Так как $tg\mu = \frac{r}{r'}$, $r' = a^{\varphi} \ln a$, то для логарифми-

ческой спирали
$$r=a^{\phi}$$
 имеем: $tg\mu=\frac{a^{\phi}}{a^{\phi}\ln a}=\frac{1}{\ln a}=const$.

Линия широко используется в технике: по ней выполняются профили вращающихся ножей и фриз, зубчатых передач. Угол резания, т.е. угол между лезвием ножа и направлением скорости его вращения, остается неизменным, поэтому лезвие ножа стачивает равномерно.

В природе по логарифмической спирали очерчены некоторые раковины улиток и моллюсков. По дугам, близким к логарифмической спирали, расположены семечки в подсолнухе, чешуйки в шишках, морские коньки, папоротники, рога некоторых млекопитающих.

Впервые о логарифмической спирали говорится в одном из писем Декарта (1638 г.). Декарт был первым, кто описал логарифмическую спираль. Однако подробное изучение свойств логарифмической спирали было проведено Якобом Бернулли в конце 17-го века. Он полностью исследовал эту линию, называя логарифмическую спираль удивительной спиралью (spira mirabilis).

Логарифмическая спираль была предметом многочисленных исследований, которые продолжаются и в наше время. Рассмотренная кривая в числе других замечательных кривых представляет собой интереснейший объект для изучения.