

ГИПОТЕЗА КОЛЛАТЦА

Гипотеза Коллатца, также известная как проблема $3n + 1$, предложенная в 1937 году Лотаром Коллатцем, продолжает оставаться одной из нерешенных задач в области математики. Суть гипотезы:

Для любого натурального числа n , выполняя последовательность действий: если n чётное, то $n \rightarrow n/2$, если n нечётное, то $n \rightarrow 3n + 1$, последовательность рано или поздно достигает числа 1.

Например, $6 \rightarrow 3 \rightarrow 10 \rightarrow 5 \rightarrow 16 \rightarrow 8 \rightarrow 4 \rightarrow 2 \rightarrow 1$ или
 $42 \rightarrow 21 \rightarrow 64 \rightarrow 32 \rightarrow 16 \rightarrow 8 \rightarrow 4 \rightarrow 2 \rightarrow 1$.

Проанализируем последовательность. Рассмотрим возможность бесконечного роста. Для этого необходимо, чтобы операция $3n + 1$ доминировала над операцией деления на 2, что маловероятно по следующим причинам: операция $3n + 1$ дает только чётные числа, а операция $n/2$ четные и нечетные, в итоге последовательность неизбежно приходит к последовательности степени двойки, которая завершается $4 \rightarrow 2 \rightarrow 1$. Однако строгого математического доказательства до сих пор нет. В 2019 и 2020 годах был проведен вычислительный эксперимент, в рамках которого проверены все числа до 3×10^{20} . В 2019 году математик Теренс Тао предложил доказательство, что «почти все» числа приводят к 1, но его метод основывается на статистических подходах и не является универсальным доказательством.

Рассмотрим другие похожие последовательности.

Если в гипотезе $3n + 1$ взять целые отрицательные числа, то может появиться заикливание: $-5 \rightarrow -14 \rightarrow -7 \rightarrow -20 \rightarrow -10 \rightarrow -5$.

Последовательность $3n - 1$ может привести к более быстрому уменьшению и приводить к 1. Однако может возникнуть цикл: $5 \rightarrow 14 \rightarrow 7 \rightarrow 20 \rightarrow 10 \rightarrow 5$; $17 \rightarrow 50 \rightarrow 25 \rightarrow 74 \rightarrow 37 \rightarrow \dots \rightarrow 68 \rightarrow 34 \rightarrow 17$.

Последовательности $5n + 1$, $5n - 1$ могут привести к бесконечному росту или заикливанию:

$5n + 1$: $26 \rightarrow 13 \rightarrow 66 \rightarrow \dots \rightarrow 26$; $17 \rightarrow 86 \rightarrow 43 \rightarrow \dots \rightarrow 17$;
 $5n - 1$: $3 \rightarrow 14 \rightarrow 7 \rightarrow 34 \rightarrow \dots \rightarrow 1$; $9 \rightarrow 44 \rightarrow 22 \rightarrow \dots \rightarrow \infty$.

Гипотеза Коллатца, несмотря на свою простую формулировку, затрагивает аспекты теории чисел. Её изучение может быть полезным при разработке криптографических систем. Кроме того, аналогии с хаотическими системами позволяют использовать идеи, связанные с гипотезой, в моделировании сложных динамических процессов.