

ными данными для регрессионного анализа явились упругие характеристики модифицированной древесины, полученные при разных плотностях исходной древесины ρ и различной концентрации фенолоспиртов в пропиточном растворе k . Для определения упругих характеристик модифицированной древесины используем следующие регрессионные уравнения:

$$E_{ij}, \mu_{ij} = a'_0 + a_1 \rho + a_2 k + a_3 \rho^2 + a_4 \rho k + a_5 k^2 + a_6 \rho^3 + a_7 \rho^2 k + a_8 \rho k^2 + a_9 k^3 + a_{10} \rho^4 + a_{11} k^4 + a_{12} \rho^5 + a_{13} k^5; \quad (2)$$

$$i, j = (a, r, t).$$

Регрессионные коэффициенты a_n , входящие в уравнение (2), вычислены на ЭВМ по методу Ефроимсона с применением программы EREFF (табл. 3,4).

Упругие постоянные натуральной древесины при различных плотностях ρ можно найти из уравнения (2) при $k = 0$.

Для проверки полученных расчетных зависимостей были использованы опытные значения упругих характеристик натуральной и модифицированной древесины [4]. Отклонения между экспериментальными и теоретическими значениями не превысили 10 %. Учитывая природную изменчивость механических свойств древесины, полученный результат можно считать удовлетворительным.

ЛИТЕРАТУРА

1. Дорожко А.В., Макаревич С.С., Вихров Ю.В. О моделях древесины натуральной и модифицированной полимерами, проникающими в клеточные стенки (в данной книге). — С. 65—72.
2. Pierre D.A., Lowe M.J. Mathematical programming via augmented Lagrangians. — Reading, Mass.: Addison-Wesley. — 1975. — P. 326.
3. Efron M., Tibshirani R. Multiple regression analysis, mathematical methods for Digital Computer / Ed. A. Ralston, Wiley. — New York, 1960. — P. 124.
4. Дорожко А.В., Макаревич С.С. Упругие свойства модифицированной древесины при растяжении // Механическая технология древесины. — Минск: Выш. шк., 1983. — Вып. 13. — С. 64—66.

УДК 674.048.5:539.37

А.В. ДОРОЖКО, С.С. МАКАРЕВИЧ,
Ю.В. ВИХРОВ

О МОДЕЛЯХ ДРЕВЕСИНЫ НАТУРАЛЬНОЙ И МОДИФИЦИРОВАННОЙ ПОЛИМЕРАМИ, ПРОНИКАЮЩИМИ В КЛЕТОЧНЫЕ СТЕНКИ

Для прогнозирования упругих свойств модифицированной древесины необходимо знать свойства структурных элементов натуральной древесины. Непосредственно определять механические характеристики клеточной стенки древесины пока невозможно из-за технических трудностей. Гораздо легче изучить эффект модифицирования клеточной стенки древесины на идеализированной модели строения древесины. Ранее предложенные модели учитывают строение древесины только на одном или двух структурных уровнях. Кроме

того, не всегда конфигурация элементов модели выбрана так, чтобы они при действии внешних сил испытывали деформации, наиболее близкие деформациям их прототипов в реальной древесине. Так, в моделях, предлагаемых в работах [1,2], при действии сжимающих или растягивающих внешних сил происходит только растяжение или сжатие в элементах, тогда как в реальной древесине стенки клеток, кроме растяжения или сжатия, испытывают изгиб.

Как показали проведенные нами исследования микросрезов древесины березы и ольхи, большинство клеток либриформа, образующих основную массу древесины, имеют сравнительно правильную шестиугольную форму. Это дает возможность идеализировать микроструктуру основного объема механических тканей древесины в виде сотовой конструкции с трубообразными полостями, ориентированными вдоль ствола дерева. Около 3—5 % объема механических тканей занимает узкая полоска приграничной зоны годового слоя, состоящая из двух-трех рядов толстостенных волокон либриформа и ориентированная в тангенциальном направлении. Идеализируем ее в виде слоя, состоящего из ячеек с прямоугольными трубообразными полостями. Кроме того, сотовая конструкция чередуется со слоями, представляющими собой сердцевинные лучи и ориентированными в радиальном направлении. Сердцевинный луч моделируется несколькими рядами пустотелых прямоугольных ячеек, симметричных относительно продольной оси. Ячейки идеализируют паренхимные клетки сердцевинного луча.

Из сотовой конструкции выделим единичный объем плоскостями, совпадающими с радиальным, тангенциальным и аксиальным направлениями (рис. 1).

Зависимость между основными геометрическими параметрами δ и l сотовой конструкции и ее пористостью

$$k_1 = \frac{\delta}{l} = \sqrt{3} (1 - \kappa), \quad (1)$$

где

$$\kappa = 1 - \rho_1 / \rho_m.$$

ρ_1 — плотность сотовой конструкции как квазисплошного материала; ρ_m — плотность материала, из которого состоит сотовая конструкция (принята равной плотности древесинного вещества); δ — толщина стенки шестиугольной ячейки; l — половина длины стороны шестиугольной ячейки.

Выразим упругие характеристики сотовой конструкции через характеристики материала, т.е. через характеристики клеточных стенок древесины, считая их трансверсально-изотропными.

Упругие постоянные сотовой конструкции в направлении продольной оси a описываются очевидными уравнениями:

$$E_a^A = E_1 (1 - \kappa); \quad \mu_{ar}^A = \mu_{at}^A = \mu_{12}; \quad \mu_{ra}^A = \mu_{ta}^A = \mu_{21}, \quad (2)$$

где E_a^A — модуль упругости сотовой конструкции в направлении оси a ; E_1 — модуль упругости материала стенки сотовой конструкции в направлении оси a ; μ — коэффициент Пуассона. (Здесь и далее индекс A относится к сотовой

конструкции; индексы 1 и 2 — к материалу стенки, причем направление 1 совпадает с направлением a , а направление 2 перпендикулярно оси a .)

Для определения упругих постоянных в поперечных направлениях выделим из конструкции элементарную ячейку $abcd$, повторением которой образован сотовый массив (рис. 2). В результате симметрии сотовой конструкции при нагружении в радиальном и тангенциальном направлениях изгибающие моменты посередине сторон шестиугольников будут равны нулю, поскольку середины сторон будут точками перегиба. Следовательно, $M_1 = M_2 = M_3 = M_4 = 0$. Значение оставшихся сил (рис. 2) определяем из условия равновесия. Так, при нагружении в радиальном направлении получим $F_{1r} = F_{3r}$, а остальные силы равны нулю. При нагружении в тангенциальном направлении $F_{2t} = F_{4t}$, $F_{1t} = F_{3t}$, $F_{2t} = 2F_{1t}$, остальные силы равны нулю.

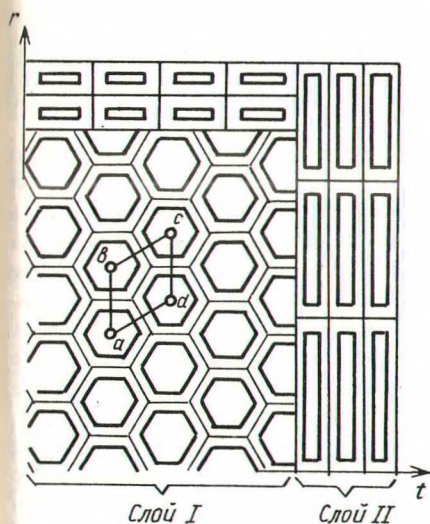


Рис. 1. Структурная модель древесины.

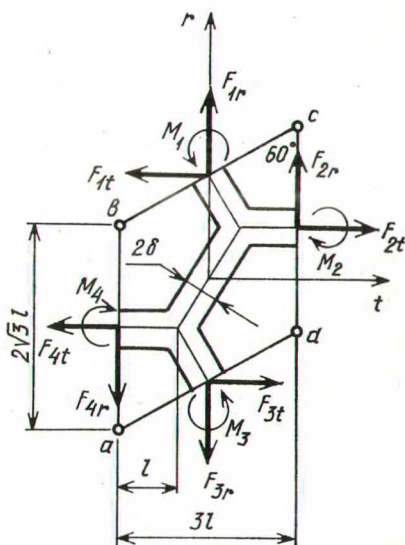


Рис. 2. Расчетный элемент сотовой конструкции.

С помощью интеграла Мора можно определить перемещение границ ячейки при нагружении сотовой конструкции в радиальном и тангенциальном направлениях. Отнеся перемещение к размерам ячейки, получаем относительные деформации, а по ним модули упругости и коэффициенты Пуассона сотовой конструкции. Так, учитывая продольные силы и изгибающие моменты и проводя вычисления по интегралу Мора, будем иметь

$$\Delta_{rr} = \frac{F_{1r} l}{E_2} \left(\frac{3}{A} + \frac{l^2}{3l} \right); \Delta_{tt} = -\frac{3F_{2t} l}{4E_2} \left(\frac{3}{A} + \frac{l^2}{3l} \right);$$

$$\Delta_{rt} = \frac{F_{2t} l \sqrt{3}}{2E_2} \left(\frac{1}{A} - \frac{l^2}{3l} \right); \Delta_{tr} = \frac{F_{1r} l \sqrt{3}}{2E_2} \left(\frac{1}{A} - \frac{l^2}{3l} \right),$$

где Δ — перемещение (первый индекс у Δ указывает направление определяемого перемещения, второй — направление действия напряжения); A — площадь сечения стенки ($A = 2\delta$); I — момент инерции сечения стенки ($I = \frac{2}{3}\delta^3$).

Учитывая, что

$$\epsilon_{rr} = \frac{\Delta_{rr}}{2l\sqrt{3}}; \epsilon_{tr} = \frac{\Delta_{tr}}{3l}; \epsilon_{rt} = \frac{\Delta_{rt}}{2l\sqrt{3}}; \epsilon_{tt} = \frac{\Delta_{tt}}{3l};$$

$$F_{1r} = \sigma_r 3l; F_{2r} = 2\sqrt{3}\sigma_t l,$$

а также обозначение (1), находим модули упругости и коэффициенты Пуассона сотовой конструкции:

$$E_r^A = E_t^A = E_2 \frac{4k_1^3}{\sqrt{3}(3k_1^2 + 1)}, \mu_{rt}^A = \mu_{tr}^A = \frac{k_1^2 - 1}{3k_1^2 + 1}. \quad (3)$$

Рассмотрим влияние приграничной зоны годового слоя на упругие свойства сотовой конструкции. При нагружении в аксиальном направлении материал приграничного слоя деформируется так же, как и материал сотовой конструкции. При нагружении в радиальном направлении сотовая конструкция и приграничный слой работают как последовательно соединенные. Причем толщина сотовой конструкции приблизительно в 20 раз превышает толщину приграничного слоя. Учитывая это, можно пренебречь влиянием последнего на упругие свойства сотовой конструкции в радиальном направлении. При нагружении в тангенциальном направлении сотовая конструкция и приграничный слой работают параллельно.

В отличие от шестигранных ячеек сотовой конструкции, работающих на изгиб, сравнительно толстостенные прямоугольные ячейки приграничного слоя работают на растяжение или сжатие. По этой причине влияние приграничного слоя на совместную жесткость будет существенным. Объединенный слой, состоящий из сотовой конструкции и приграничного слоя, назовем первым слоем (I). Отсюда следует, что модуль упругости объединенного слоя в тангенциальном направлении будет больше, чем в радиальном. Вводя коэффициент k_2 , учитывающий отношение модулей упругости, можно записать

$$E_t^{(I)} = k_2 E_r^{(I)}. \quad (4)$$

Остальные упругие константы объединенного слоя будут такими же, как и у сотовой конструкции, т.е.

$$E_a^{(I)} = E_a^A; \mu_{ar}^{(I)} = \mu_{ar}^A; \mu_{at}^{(I)} = \mu_{at}^A; \mu_{ra}^{(I)} = \mu_{ra}^A; \\ \mu_{ta}^{(I)} = \mu_{ta}^A; E_r^{(I)} = E_r^A; \mu_{rt}^{(I)} = \mu_{rt}^A; \mu_{tr}^{(I)} = \mu_{tr}^A.$$

Слой, моделирующий сердцевинный луч, назовем вторым слоем и характеристики, относящиеся к нему, обозначим индексом II. Материал клеточных стенок сердцевинного луча будем считать таким же, как и материал клеточных стенок сотовой конструкции, только с другой ориентацией осей анизотропии. Ось 1 совпадает с радиальным направлением, а ось 2 с направлениями, перпендикулярными радиальному. Тогда

$$\mu_{rt}^{(II)} = \mu_{ra}^{(II)} = \mu_{12}^{(II)}; \mu_{ta}^{(II)} = \mu_{at}^{(II)} = \mu_{22}^{(II)}; \mu_{ar}^{(II)} = \mu_{tr}^{(II)} = \mu_{21}^{(II)}. \quad (5)$$

Модули упругости слоя II выразим через модули упругости материала конструкции с соответствующими коэффициентами:

$$E_a^{(II)} = E_t^{(II)} = k_3 E_2; E_r^{(II)} = k_4 E_1. \quad (6)$$

Таким образом, окончательно модель древесины можно считать состоящей из двух чередующихся слоев: слоя I и слоя II. Обозначив плотность древесины ρ , плотность слоя I — ρ_1 и плотность слоя II — ρ_2 , запишем:

$$\rho = \eta_1 \rho_1 + \alpha \eta_2 \rho_1,$$

где η_1, η_2 — парциальные объемы слоев I и II; $\alpha = \rho_2 / \rho_1$ — отношение плотностей слоев.

Определим упругие характеристики древесины через упругие характеристики слоев I и II, учитывая, что слои расположены параллельно в направлениях a и r и последовательно в направлении t . Особенностью строения древесины является то, что коэффициенты Пуассона слоев I и II в главных структурных направлениях существенно отличаются. В связи с этим возникнет стеснение поперечных деформаций, которые нельзя не учитывать. Из указанной слоистой конструкции выделим кубик плоскостями, совпадающими с главными структурными направлениями древесины. Если на кубик действует только напряжение σ_a , то в произвольном i -м слое из-за стеснения поперечных деформаций возникнут напряжения $\sigma_a^{(i)}$ и $\sigma_r^{(i)}$, а напряжение $\sigma_t^{(i)} = 0$. Каждый слой кубика будет находиться в плоском напряженном состоянии. Запишем относительные деформации для i -го слоя:

$$\left. \begin{aligned} \epsilon_a^{(i)} &= \frac{\sigma_a^{(i)}}{E_a^{(i)}} - \frac{\mu_{ra}^{(i)}}{E_r^{(i)}} \sigma_r^{(i)}; \\ \epsilon_r^{(i)} &= -\frac{\mu_{ar}^{(i)}}{E_a^{(i)}} \sigma_a^{(i)} + \frac{\sigma_r^{(i)}}{E_r^{(i)}}; \\ \epsilon_t^{(i)} &= -\frac{\mu_{at}^{(i)}}{E_a^{(i)}} \sigma_a^{(i)} - \frac{\mu_{rt}^{(i)}}{E_r^{(i)}} \sigma_r^{(i)} \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

В целом для кубика относительные деформации

$$\epsilon_a = \frac{\sigma_a}{E_a}; \epsilon_r = -\frac{\mu_{ar}}{E_a} \sigma_a; \epsilon_t = -\frac{\mu_{at}}{E_a} \sigma_a. \quad (8)$$

Исходя из условия равновесия, можно записать

$$\sum_{i=1}^n \eta^{(i)} \sigma_a^{(i)} = \sigma_a; \sum_{i=1}^n \eta^{(i)} \sigma_r^{(i)} = 0, \quad (9)$$

где $\eta^{(i)} = A^{(i)} / A$, $A^{(i)}$ — площадь сечения i -го слоя; A — площадь грани выделенного кубика.

Уравнениями совместности деформаций будут

$$\epsilon_a^{(i)} = \epsilon_a; \epsilon_r^{(i)} = \epsilon_r; \sum_{i=1}^n \eta^{(i)} \epsilon_t^{(i)} = \epsilon_t. \quad (10)$$

Если на кубик действует только напряжение σ_t , то в произвольном i -м слое будут возникать напряжения $\sigma_a^{(i)}$, $\sigma_r^{(i)}$ и $\sigma_t^{(i)}$. Тогда для i -го слоя

$$\left. \begin{aligned} \epsilon_a^{(i)} &= \frac{1}{E_a^{(i)}} \sigma_a^{(i)} - \frac{\mu_{ra}^{(i)}}{E_r^{(i)}} \sigma_r^{(i)} - \frac{\mu_{ta}^{(i)}}{E_t^{(i)}} \sigma_t^{(i)}; \\ \epsilon_r^{(i)} &= -\frac{\mu_{ar}^{(i)}}{E_a^{(i)}} \sigma_a^{(i)} + \frac{1}{E_r^{(i)}} \sigma_r^{(i)} - \frac{\mu_{tr}^{(i)}}{E_t^{(i)}} \sigma_t^{(i)}; \\ \epsilon_t^{(i)} &= -\frac{\mu_{at}^{(i)}}{E_a^{(i)}} \sigma_a^{(i)} - \frac{\mu_{rt}^{(i)}}{E_r^{(i)}} \sigma_r^{(i)} + \frac{1}{E_t^{(i)}} \sigma_t^{(i)}. \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

В целом для кубика

$$\epsilon_a = -\frac{\mu_{ta}}{E_t} \sigma_t; \epsilon_r = -\frac{\mu_{tr}}{E_t} \sigma_t; \epsilon_t = \frac{\sigma_t}{E_t}. \quad (12)$$

Из условия равновесия

$$\sum_{i=1}^n \eta^{(i)} \sigma_a^{(i)} = 0; \sum_{i=1}^n \eta^{(i)} \sigma_r^{(i)} = 0; \sigma_t^{(i)} = \sigma_t. \quad (13)$$

Уравнения совместности деформаций останутся такими же, как и в предыдущем случае. Решив совместно группы уравнений (7) — (10) и (11) — (13), определим упругие характеристики древесины через характеристики слоев:

$$\begin{aligned}
\mu_{ar} &= \frac{\sum_{i=1}^n \eta^{(i)} E_r^{(i)} \frac{\mu_{ar}^{(i)}}{\lambda^{(i)}}}{\sum_{i=1}^n \eta^{(i)} E_r^{(i)} \frac{1}{\lambda^{(i)}}} ; \quad \mu_{ra} = \frac{\sum_{i=1}^n \eta^{(i)} E_a^{(i)} \frac{\mu_{ra}^{(i)}}{\lambda^{(i)}}}{\sum_{i=1}^n \eta^{(i)} E_a^{(i)} \frac{1}{\lambda^{(i)}}} ; \\
E_a &= \lambda \sum_{i=1}^n \frac{\eta^{(i)} E_a^{(i)}}{\lambda^{(i)}} ; \quad E_r = \lambda \sum_{i=1}^n \frac{\eta^{(i)} E_r^{(i)}}{\lambda^{(i)}} ; \\
\mu_{at} &= \sum_{i=1}^n \eta^{(i)} \frac{\lambda_{at}^{(i)}}{\lambda^{(i)}} - \mu_{ar} \sum_{i=1}^n \eta^{(i)} \frac{\lambda_{rt}^{(i)}}{\lambda^{(i)}} ; \\
\mu_{rt} &= \sum_{i=1}^n \eta^{(i)} \frac{\lambda_{rt}^{(i)}}{\lambda^{(i)}} - \mu_{ra} \sum_{i=1}^n \eta^{(i)} \frac{\lambda_{at}^{(i)}}{\lambda^{(i)}} ; \\
\frac{1}{E_t} &= \frac{\mu_{at}}{E_a} \sum_{i=1}^n \eta^{(i)} \frac{E_a^{(i)}}{E_t^{(i)}} \frac{\lambda_{ta}^{(i)}}{\lambda^{(i)}} + \frac{\mu_{rt}}{E_r} \sum_{i=1}^n \eta^{(i)} \frac{E_r^{(i)}}{E_t^{(i)}} \frac{\lambda_{tr}^{(i)}}{\lambda^{(i)}} + \\
&+ \sum_{i=1}^n \frac{\eta^{(i)}}{E_t^{(i)}} \left(1 + \frac{\mu_{at}^{(i)} \lambda_{ta}^{(i)}}{\lambda^{(i)}} - \frac{\mu_{rt}^{(i)} \lambda_{tr}^{(i)}}{\lambda^{(i)}} \right) ; \\
\mu_{ta} &= E_t \left(\frac{1}{E_a} \sum_{i=1}^n \eta^{(i)} \frac{E_a^{(i)}}{E_t^{(i)}} \frac{\lambda_{ta}^{(i)}}{\lambda^{(i)}} - \frac{\mu_{ra}}{E_r} \sum_{i=1}^n \eta^{(i)} \frac{E_r^{(i)}}{E_t^{(i)}} \frac{\lambda_{tr}^{(i)}}{\lambda^{(i)}} \right) ; \\
\mu_{tr} &= E_t \left(\frac{1}{E_r} \sum_{i=1}^n \eta^{(i)} \frac{E_r^{(i)}}{E_t^{(i)}} \frac{\lambda_{tr}^{(i)}}{\lambda^{(i)}} - \frac{\mu_{ar}}{E_a} \sum_{i=1}^n \eta^{(i)} \frac{E_a^{(i)}}{E_t^{(i)}} \frac{\lambda_{ta}^{(i)}}{\lambda^{(i)}} \right) ,
\end{aligned} \tag{14}$$

где

$$\lambda = 1 - \mu_{ar} \mu_{ra} ; \quad \lambda_{tr}^{(i)} = \mu_{tr}^{(i)} + \mu_{ta}^{(i)} \mu_{ar}^{(i)} ;$$

$$\lambda_{at}^{(i)} = 1 - \mu_{ar}^{(i)} \mu_{ra}^{(i)} ; \quad \lambda_{at}^{(i)} = \mu_{at}^{(i)} + \mu_{rt}^{(i)} \mu_{ar}^{(i)} ;$$

$$\lambda_{rt}^{(i)} = \mu_{rt}^{(i)} + \mu_{at}^{(i)} \mu_{ra}^{(i)} ; \quad \lambda_{ta}^{(i)} = \mu_{ta}^{(i)} + \mu_{tr}^{(i)} \mu_{ra}^{(i)} .$$

Модифицирование древесины полимерами, проникающими в клеточную стенку, не вызывает существенного изменения ее структуры. В этом случае модель модифицированной древесины должна иметь строение, идентичное модели натуральной древесины. Различие между моделями будет определяться

упругими свойствами их материала — аналога клеточных стенок древесины. Следовательно в формулы (2), (3), (5) и (6) вместо $E_1, E_2, \mu_{12}, \mu_{22}$ и μ_{21} войдут упругие характеристики материала клеточных стенок модифицированной древесины $E_1^*, E_2^*, \mu_{12}^*, \mu_{22}^*$ и μ_{21}^* . Значение этих упругих характеристик будет зависеть от степени наполнения древесины полимером

$$s = \frac{V_n}{V_m} = \frac{1}{c} \left(\frac{\rho_0}{\rho} + 0,3 \rho_0 - 1 \right),$$

где V_n — объем наполнения; V_m — объем материала клеточной стенки; ρ — плотность натуральной древесины; ρ_0 — плотность древесинного вещества; c — объемная концентрация водного раствора полимера.

Упругие характеристики материала клеточных стенок натуральной древесины можно рассчитать по уравнениям (14) и (2) ... (6). Зная упругие характеристики полимера-наполнителя, можно одним из известных методов осреднения определить упругие характеристики материала клеточных стенок модифицированной древесины. Подставив эти характеристики в уравнения (14), находим упругие характеристики модифицированной древесины в целом.

ЛИТЕРАТУРА

1. Макаревич С.С., Любецкий Д.И. Определение модуля упругости модифицированной древесины при сжатии // Модификация древесины синтетическими полимерами. — Минск: Выш. шк., 1973. — С. 128—136.
2. Рогенс К.А. Технологическое регулирование свойств древесины. — Рига: Зинатне, 1979. — 222 с.

УДК 658.012:674.05:674.023

М.И. КУЛАК, Н.Н. КОВАЛЕВ

АНАЛИЗ ФУНКЦИОНАЛЬНЫХ СХЕМ ОБОРУДОВАНИЯ ДЛЯ РАСКРОЯ ДВУХКАНТНЫХ БРУСЬЕВ НА ЗАГОТОВКИ ТАРЫ

В целях повышения экономической эффективности тарного производства необходимо разработать методы, обосновывающие применение оборудования, выполненного по разным функциональным схемам, в том числе и перспективным. Одним из методов решения данной задачи является расчет приведенных затрат на выпуск продукции с учетом капиталовложений для строительства производственного помещения.

Построение экономической модели конкретной технологической операции позволяет провести анализ перспективных функциональных схем каждой единицы оборудования с учетом всех затрат на их реализацию. Приведенные затраты выпуска единицы продукции, полученной при использовании данного оборудования на сравниваемой технологической операции, определяем по формуле