

В целях обеспечения оптимального центрирования бревен перед обработкой на четырехкантный брус полной длины необходимо осуществлять обмер бревна непосредственно в линии формирования сечения пиломатериала.

#### Литература

1. А к с е н о в П.П. Теоретические основы раскря пиловочного сырья. М., 1960.
2. С т у п н е в Г.К. Новые принципы базирования круглых лесоматериалов при механической обработке. М., 1978.
3. Л а х т а н о в А.Г. Влияние кривизны бревен на оптимальные размеры и объемный выход четырехкантных брусьев // Деревообрабатывающая пром-сть. 1983. № 7. С. 8—9.
4. Л а х т а н о в А.Г., Д р о з д о в А.М. Определение сечений с равной шириной горбылевой зоны в заготовке с односторонней кривизной при базировании по хорде выпуклой кромки // Механическая технология древесины. Мн., 1985. Вып. 15. С. 20—23.

УДК 539.376:674.04

С.С.МАКАРЕВИЧ

### РЕЛАКСАЦИЯ НАПРЯЖЕНИЙ, ВОЗНИКАЮЩИХ ПРИ ТЕРМООБРАБОТКЕ В МОДИФИЦИРОВАННОЙ ДРЕВЕСИНЕ

В работе [1] решена задача определения температурных напряжений в модифицированной древесине в упругой постановке. Фактически температурные напряжения, возникающие после термообработки пропитанной полимерами древесины, не будут постоянными, а с течением времени будут уменьшаться, т.е. релаксировать. Для правильного назначения режимов термообработки важно знать изменение напряжений во времени при заданном перепаде температур.

Поскольку древесина — анизотропный материал, температурные напряжения будут различными в продольном и поперечном направлении.

**Напряжения в продольном направлении.** Для определения температурных напряжений принята модель модифицированной древесины, представляющая собой трубки из древесного вещества, покрытые внутри полимерным слоем. Учитывая, что коэффициенты линейного расширения  $\alpha$  древесного вещества и  $\alpha$  полимера различны, при изменении температуры в них возникнут внутренние усилия.

Рассмотрев равновесие модифицированной древесины вдоль волокон, получим

$$\sigma_a + \sigma_n k m = 0, \quad (1)$$

где  $\sigma_a$  и  $\sigma_n$  — напряжения в древесине и полимере;  $k$  — коэффициент объемного заполнения пустот древесины [2];  $m$  — пористость древесины.

Условие совместности деформаций древесного и полимерного слоев может быть записано уравнением

$$\epsilon_a - \epsilon_n = (\alpha_n - \alpha_a) (T - T_0), \quad (2)$$

где  $\epsilon_a$ ,  $\epsilon_n$  — относительная продольная деформация древесины от напряжения  $\sigma_a$  и полимера от напряжения  $\sigma_n$ ;  $\alpha_a$ ,  $\alpha_n$  — коэффициенты линейного рас-

ширения древесины вдоль волокон и полимера;  $T, T_0$  — конечная и начальная температура.

Поведение древесины [3] и полимера [4] во времени можно описать наследственной теорией Больцмана—Вольтерра:

$$\left. \begin{aligned} \epsilon_a &= (\sigma_a + \int_0^t K_a(t-\tau) \sigma_a(\tau) d\tau) / E_a; \\ \epsilon_n &= (\sigma_n + \int_0^t K_n(t-\tau) \sigma_n(\tau) d\tau) / E_n, \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

где  $E_a, E_n$  — модули упругости древесного вещества вдоль волокон и полимера;  $K_a(t-\tau)$  — ядро ползучести древесного вещества вдоль волокон;  $K_n(t-\tau)$  — ядро ползучести полимера.

В качестве ядра ползучести для древесины и полимера примем экспоненциальную функцию

$$K_a(t-\tau) = A \exp(-a(t-\tau)); K_n(t-\tau) = B \exp(-\beta(t-\tau)), \quad (4)$$

где  $A, a, B, \beta$  — вязкоупругие константы, определяемые по опытным кривым ползучести.

Подставим выражения (3) в уравнение (2):

$$\begin{aligned} & (\sigma_a + \int_0^t K_a(t-\tau) \sigma_a(\tau) d\tau) / E_a - (\sigma_n + \int_0^t K_n(t-\tau) \sigma_n(\tau) d\tau) / E_n = \\ & = (a_n - a_a)(T - T_0). \end{aligned} \quad (5)$$

Будем считать, что температура изменяется мгновенно и в дальнейшем некоторое время остается неизменной. Тогда правая часть уравнения (5) будет постоянной.

Найдем изображение уравнений (1) и (5) по Лапласу:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_a(p) + \sigma_n(p) km &= 0; \\ (\sigma_a(p) + K_a(p) \sigma_a(p)) / E_a - (\sigma_n(p) + K_n(p) \sigma_n(p)) / E_n &= \\ = (a_n - a_a)(T - T_0) / p, \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

где  $p$  — параметр преобразования.

Изображениями ядер ползучести (4) по Лапласу соответственно будут

$$K_a(p) = A / (p + a); K_n(p) = B / (p + \beta). \quad (7)$$

Из уравнений системы (6) с учетом (7) найдем

$$\sigma_a(p) = \frac{(a_n - a_a)(T - T_0)(p^2 + C_1 p + C_2)}{(S_a + S_n)(p^2 + D_1 p + D_2)p};$$

$$\sigma_n(p) = - \frac{(a_n - a_a)(T - T_0)(p^2 + C_1 p + C_2)}{km(S_a + S_n)(p^2 + D_1 p + D_2)p},$$

где  $S_a = 1/E_a$ ;  $S_n = 1/kmE_n$ ;  $C_1 = \alpha + \beta$ ;  $C_2 = \alpha\beta$ ;

$$D_1 = \frac{S_a(A + C_1)S_n(B + C_1)}{S_a + S_n}; \quad D_2 = \frac{S_a(A + \alpha)\beta + S_n(B + \beta)\alpha}{S_a + S_n}.$$

Таким образом, получены напряжения в древесном слое и в полимере в зависимости от параметра  $p$ .

Введем обозначения  $Q(p) = p^2 + C_1 p + C_2$ ;  $R(p) = p^2 + D_1 p + D_2$ . В работе [5] показано, что корни уравнения  $R(p) = 0$  действительные и отрицательные. В этом случае дробь  $Q(p)/R(p)$  можно разложить на элементарные дроби и сделать обратное преобразование уравнений (8). В результате получим изменение во времени напряжений в древесных и полимерных слоях:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_a &= - \frac{(a_n - a_a)(T - T_0)}{S_a + S_n} \left( \frac{Q(0)}{R(0)} + \sum_{i=1}^2 \frac{Q(r_i)}{r_i R'(r_i)} e^{r_i t} \right); \\ \sigma_n &= - \frac{(a_n - a_a)(T - T_0)}{km(S_a + S_n)} \left( \frac{Q(0)}{R(0)} + \sum_{i=1}^2 \frac{Q(r_i)}{r_i R'(r_i)} e^{r_i t} \right), \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

где  $Q(0)$ ,  $R(0)$  — значения многочленов  $Q(p)$  и  $R(p)$  при  $p = 0$ ;  $r_i$  — корни уравнения  $R(p) = 0$ ;  $Q(r_i)$  — значение многочлена  $Q(p)$  при  $p = r_i$ ;  $R'(r_i)$  — значение производной  $dR(p)/dp$  при  $p = r_i$ .

Формулы (9) позволяют определить температурные напряжения в древесине и полимере в любой момент времени после изменения температуры от  $T_0$  до  $T$ .

**Напряжения в поперечном направлении.** Согласно принятой модели, модифицированную древесину можно считать состоящей из множества составных толстостенных цилиндров разного диаметра. Внутренний радиус древесных сосудов (трубок) обозначим  $R$ , наружный —  $R_1$ , внутренний радиус полимерных трубок —  $R_2$ .

При изменении температуры на границе "полимер—древесина" возникает давление  $q$ , направленное по радиусу в каждом сосуде (трубке). Поэтому от давлений  $q$  границу  $R_1$  можно считать неподвижной.

Радиальное по отношению к сосуду перемещение произвольно взятой точки обозначим  $u$ , текущий радиус —  $r$ . Тогда относительные деформации в радиальном и окружном направлении

$$\epsilon_r = du/dr; \quad \epsilon_\theta = u/r. \quad (10)$$

Рассмотрев равновесие выделенного из сосуда элемента, получим

$$\sigma_r + r d\sigma_r/dr - \sigma_\theta = 0, \quad (11)$$

где  $\sigma_r, \sigma_\theta$  — напряжения в радиальном и окружном направлении.

Учитывая, что произвольная точка сосуда от нагрузки  $q$  находится в условиях плоского напряженного состояния, физическую сторону задачи запишем уравнениями

$$\left. \begin{aligned} \sigma_r + \int_0^t K(t-\tau) \sigma_r(\tau) d\tau &= (\epsilon_r + \mu \epsilon_\theta) E / (1 - \mu^2); \\ \sigma_\theta + \int_0^t K(t-\tau) \sigma_\theta(\tau) d\tau &= (\epsilon_\theta + \mu \epsilon_r) E / (1 - \mu^2), \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

где  $\mu$  — коэффициент Пуассона древесины или полимера в зависимости от того, для какого слоя записаны уравнения (коэффициент Пуассона можно считать не зависящим от времени).

Напряжения  $\sigma_r$  и  $\sigma_\theta$  в древесине и полимере определяем из уравнений (10) — (12). Решение, как и в предыдущем случае, удобно проводить с помощью преобразования Лапласа. При этом необходимо использовать следующие граничные условия: для древесного слоя — при  $r = R\sigma_r = -q$ ; при  $r = R_1$   $u = 0$ ; для полимерного слоя — при  $r = R\sigma_r = -q$ ; при  $r = R_2$   $\sigma_r = 0$ .

В результате решения для древесного слоя получим

$$\left. \begin{aligned} \sigma_r &= -q \frac{(1 + \mu_1) + (1 - \mu_1) R_1^2 / r^2}{(1 + \mu_1) + (1 - \mu_1) R_1^2 / R^2}; \\ \sigma_\theta &= -q \frac{(1 + \mu_1) - (1 - \mu_1) R_1^2 / r^2}{(1 + \mu_1) + (1 - \mu_1) R_1^2 / R^2}; \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

для полимерного слоя

$$\sigma_r = -q \frac{1 - R_2^2 / r^2}{1 - R_2^2 / R^2}; \quad \sigma_\theta = -q \frac{1 + R_2^2 / r^2}{1 - R_2^2 / R^2}, \quad (14)$$

где  $\mu_1$  — коэффициент Пуассона древесного слоя при нагружении поперек волокон.

В уравнениях (13) и (14) остается неизвестным давление  $q$ . Для его определения запишем уравнение совместности деформаций на границе слоев

$$u_d - u_d^* - u_n + u_n^* = 0, \quad (15)$$

где  $u_d, u_n$  — перемещения соответственно в древесном и полимерном слоях от нагрузки  $q$ ;  $u_d^*, u_n^*$  — перемещения в тех же слоях от изменения температуры.

Перемещения от температуры на границе слоев

$$u_d^* = \alpha_d R (T - T_0); \quad u_n^* = \alpha_n R (T - T_0), \quad (16)$$

где  $a_d$  — коэффициент линейного расширения древесных слоев поперек волокон.

Подставив уравнение (16) в (15), получим

$$u_d - u_n = R(a_d - a_n)(T - T_0). \quad (17)$$

Решая уравнение (17) совместно с уравнениями (10)–(12) и используя преобразования Лапласа, получаем

$$q = \frac{(a_d - a_n)(T - T_0)}{\lambda_1 + \lambda_2} \left( \frac{Q_1(0)}{R_1(0)} + \sum_{i=1}^2 \frac{Q_1(\eta_i)}{\eta_i R'_1(\eta_i)} e^{\eta_i t} \right), \quad (18)$$

где  $Q_1(0)$ ,  $R_1(0)$  — значения многочленов  $Q_1(p) = p^2 + C_3p + C_4$ ;  $R_1(p) = p^2 + D_3p + D_4$  при  $p = 0$ ;  $\eta_i$  — корни уравнения  $R_1(p) = 0$ ;  $Q_1(\eta_i)$  — значение многочлена  $Q_1(p)$  при  $p = \eta_i$ ;  $R'_1(\eta_i)$  — значение производной  $dR_1(p)/dp$  при  $p = \eta_i$ ;  $C_3 = a_1 + \beta$ ;  $C_4 = a_1\beta$ ;

$$\lambda_1 = \frac{(1 - \mu_1^2)(R_1^2 - R_2^2)}{E_1((1 + \mu_1)R_1^2 + (1 - \mu_1)R_2^2)}; \quad \lambda_2 = \frac{(1 - \mu_n)R_1^2 + (1 + \mu_n)R_2^2}{E_n(R_1^2 - R_2^2)};$$

$$D_3 = \frac{\lambda_1(A_1 + a_1 + \beta) + \lambda_2(B + a_1 + \beta)}{\lambda_1 + \lambda_2};$$

$$D_4 = \frac{a_1\beta(A_1 + a_1) + a_2a_1(B + \beta)}{a_1 + a_2},$$

где  $A_1$ ,  $a_1$  — вязкоупругие постоянные ядра ползучести  $K_1(t - \tau) = A_1 \exp(-a_1(t - \tau))$  при нагружении древесины поперек волокон.

Подставив значение  $q$  из формулы (18) в формулы (13), можно определить изменение напряжений во времени в древесине и полимере при заданном перепаде температур. В начальный момент времени при  $t = 0$

$$q(0) = \frac{(a_d - a_n)(T - T_0)}{\lambda_1 + \lambda_2}. \quad (19)$$

При достаточно большом времени ( $t \rightarrow \infty$ )

$$q(\infty) = \frac{(a_d - a_n)(T - T_0)}{\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_1 A_1/a_1 + \lambda_2 B/\beta}. \quad (20)$$

По формулам (19) и (20) давление  $q$  со временем падает, следовательно, будут уменьшаться и напряжения в древесине и полимере.

Полученные результаты можно использовать для правильного назначения режимов термообработки древесины при модифицировании. На последней стадии термообработки температура доводится до  $120^\circ\text{C}$ . Если после этого произвести резкое охлаждение до  $20^\circ\text{C}$ , в древесине и полимере возникнут боль-

шие напряжения, которые могут привести к образованию микротрещин. Полученные зависимости позволяют вычислить такой перепад температур, при котором напряжения в древесине и полимере не будут превышать допустимых. Через некоторое время возникшие температурные напряжения уменьшатся, и можно снова изменить температуру так, чтобы вновь возникшие напряжения и напряжения, оставшиеся после релаксации, в сумме не превышали допустимых и т.д.

Таким образом, при помощи полученных зависимостей можно определить такой ступенчатый режим охлаждения, который будет наиболее целесообразным и при котором напряжения на каждой ступени не будут превышать допустимых.

#### Литература

1. Макаревич С.С. Температурные напряжения, возникающие в древесине в процессе модификации ее термохимическим методом // Механическая технология древесины. Мн., 1982. Вып. 12. С. 80—84.
2. Макаревич С.С., Любецкий Д.И. Определение модуля упругости модифицированной древесины при сжатии // Модификация древесины синтетическими полимерами. Мн., 1973. С. 128—137.
3. Хвесько Г.М., Макаревич С.С. Ползучесть древесины, модифицированной термохимическим способом // Изв. вузов. Лесн. журн. 1984. № 6. С. 87—92.
4. Тарнопольский Ю.М., Скудра А.М. Конструкционная прочность и деформативность стеклопластиков. Рига, 1966.
5. Макаревич С.С. Устойчивость вязкоупругих слоистых стержней // Изв. АН БССР. Сер. физ.-техн. наук. 1982. № 2. С. 21—25.

УДК 674.048

А.И.САНКОВИЧ

### ПРОЧНОСТЬ МОДИФИЦИРОВАННОЙ ДРЕВЕСИНЫ ПРИ ПЕРЕРЕЗЫВАНИИ ПОПЕРЕК ВОЛОКОН

Применение древесины и древесных материалов в различных отраслях народного хозяйства непрерывно расширяется. Для получения рекомендаций на рациональное конструирование из древесины проводятся многочисленные механические испытания как натуральной, так и модифицированной древесины.

При расчете на прочность элементов деревянных конструкций часто используются критерии (теории) прочности, в состав которых входят и пределы прочности при чистом сдвиге, примером которого и является перерезывание поперек волокон натуральной и модифицированной древесины. Для проведения испытаний на перерезывание поперек волокон в радиальной плоскости были изготовлены образцы древесины березы, которые партиями пропитывались фенолоспиртами различной концентрации (10, 20, 35, 50 %-й). Опыты проводились на испытательной машине Р-5 со скоростью перемещения подвижной траверсы 1 мм/мин с записью диаграммы деформирования образца в координатах "нагрузка—деформация". При этом использовалось приспособление в соответствии с ГОСТ 17483. 13—72.