

Как видно из графиков рис. 2, характер зависимостей предела прочности при изгибе и ударной вязкости облицованного шпоном стекла аналогичен зависимостям, полученным при испытании необлицованного стекла. При этом облицовка значительно повышает ударную вязкость, но снижает предел прочности при изгибе. Объяснить это можно тем, что при испытаниях на ударную вязкость разрушающее усилие действует недолго, а при испытаниях на статический изгиб нагрузка растет медленно, стекло при незначительной деформации разрушается, и облицовка, являясь более упругим материалом, к моменту разрушения образца не оказывает существенного сопротивления его деформации от действующей нагрузки. Значение же толщины композиционного материала, взятое в квадрате, входит в знаменатель формулы, по которой рассчитывается его предел прочности при изгибе. Здесь следует отметить, что разрушение облицованных шпоном образцов не сопровождается их разделением на множество осколков, как это происходит при разрушении необлицованного стекла.

Используя данные графиков (рис. 1) и уравнения (1) – (6), можно производить прочностные расчеты мебельных элементов из облицованного и необлицованного стекла.

УДК 674.05

В.Д. БОГУШ (ПДО "Речицадрев")

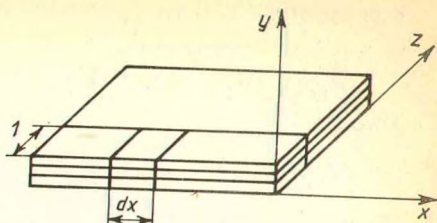
### ДЕФОРМАТИВНОСТЬ ПЛИТНЫХ И ЛИСТОВЫХ МАТЕРИАЛОВ ПРИ ИХ ОБЛИЦОВЫВАНИИ

Максимальная формоустойчивость клееных плитных и листовых материалов достигается соблюдением известного правила симметрии по сечению таких конструкций. Однако в ряде случаев по экономическим или конструктивным соображениям требуются конструкции несимметричных сечений: применение разнородных облицовок на наружной и внутренней пластях детали, одностороннее облицовывание стекла, ДВП и т.д. При этом возникает задача — получить клееный материал с допустимой покоробленностью. Так, в мебельном производстве величина прогиба фасадных щитовых деталей по действующим нормативам не должна превышать 1 мм/м.

На формоустойчивость клееной конструкции влияет множество факторов, основными из которых являются влажностные, температурные и усадочные напряжения, возникающие при склеивании в клеевом соединении [1]. Изменяя некоторые из этих факторов, можно регулировать формоустойчивость [2].

Таким образом, необходимо иметь расчетный метод определения кривизны клееной конструкции под воздействием влажностных, температурных и усадочных напряжений в клеевом соединении.

Р и с. 1. Схема трехслойной пластины



Слоистая пластина, состоящая из трех слоев, изображена на рис. 1. Выделим из этой пластины полосу шириной, равной единице, а из нее — элемент длиной  $dx$  (рис. 2).

Рассмотрим деформацию выделенного элемента при изменении температуры. Если слои будут свободными, то каждый слой деформируется на свою величину в соответствии с коэффициентом линейного расширения. Тогда деформация каждого слоя от температуры будет следующей:

$$\begin{aligned}\Delta l_{1t} &= \alpha_1 t dx; \\ \Delta l_{2t} &= \alpha_2 t dx; \\ \Delta l_{3t} &= \alpha_3 t dx,\end{aligned}\tag{1}$$

где  $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$  — коэффициенты линейного расширения слоев, соответственно 1, 2, 3;  $t$  — изменение температуры,  $0^\circ\text{C}$ .

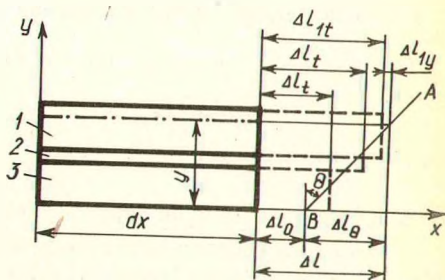
Однако слои склеены и не могут деформироваться независимо друг от друга. Если считать справедливой гипотезу плоских сечений, то после изменения температуры поперечное сечение плиты займет положение  $AB$  (см. рис. 2). Рассмотрим полную деформацию  $\Delta l$  в первом слое на расстоянии  $y$  от начала координат. Она будет складываться из деформации от температуры и упругой деформации:

$$\Delta l = \Delta l_{1t} + \Delta l_{1y},\tag{2}$$

или

$$\Delta l = \Delta l_0 + \Delta l_\theta,\tag{3}$$

где  $\Delta l_0$  — деформация на оси  $X$ ;  $\Delta l_\theta$  — деформация от оси поворота сечения.



Р и с. 2. Схема элемента трехслойной пластины:

1 — верхний слой; 2 — средний; 3 — нижний

В уравнениях (2) и (3) левые части равны, следовательно, и правые равны:

$$\Delta l_{1x} + \Delta l_{1y} = \Delta l_0 + \Delta l_\theta.$$

Тогда

$$\Delta l_{1y} = \Delta l_0 + \Delta l_\theta - \Delta l_{1x}. \quad (4)$$

По рис. 2 видно, что

$$\Delta l_\theta = y d\theta. \quad (5)$$

Подставляя значения (1) и (5) в уравнение (4), получим

$$\Delta l_{1y} = \Delta l_0 + y d\theta - \alpha_1 t dx.$$

Разделим обе части последнего уравнения на  $dx$ :

$$\frac{\Delta l}{dx} = \frac{\Delta l_0}{dx} + y \frac{d\theta}{dx} - \alpha_1 t. \quad (6)$$

Учтем, что

$$\frac{\Delta l_{1y}}{dx} = \epsilon_{1y} - \text{относительная упругая деформация};$$

$$\frac{\Delta l_0}{dx} = \epsilon_0 - \text{относительная деформация на оси } X;$$

$$\frac{d\theta}{dx} = \kappa - \text{кривизна плиты по нижней грани по оси } X; \kappa = 1/R.$$

Тогда уравнение (6) можно записать в следующем виде:

$$\epsilon_{1y} = \epsilon_0 + \kappa y - \alpha_1 t. \quad (7)$$

Аналогичные уравнения можно записать для слоев 2 и 3:

$$\epsilon_{2y} = \epsilon_0 + \kappa y - \alpha_2 t; \quad (8)$$

$$\epsilon_{3y} = \epsilon_0 + \kappa y - \alpha_3 t. \quad (9)$$

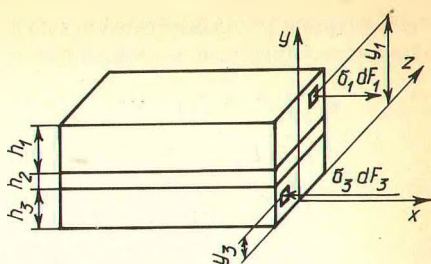
Согласно закону Гука, напряжения в слоях будут равны:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_1 &= E_1 \epsilon_{1y} = E_1 (\epsilon_0 + \kappa y - \alpha_1 t); \\ \sigma_2 &= E_2 \epsilon_{2y} = E_2 (\epsilon_0 + \kappa y - \alpha_2 t); \\ \sigma_3 &= E_3 \epsilon_{3y} = E_3 (\epsilon_0 + \kappa y - \alpha_3 t), \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

где  $E_1, E_2, E_3$  — модули упругости материалов слоев в направлении оси  $X$ .

Рассмотрим условия равновесия выделенного элемента (рис. 3). В его поперечном сечении будут возникать нормальные напряжения:

Р и с. 3. Выделенный элемент



$$\Sigma X = 0; \quad \int_{F_1} \sigma_1 dF_1 + \int_{F_2} \sigma_2 dF_2 + \int_{F_3} \sigma_3 dF_3 = 0;$$

$$\Sigma M_Z = 0; \quad \int_{F_1} \sigma_1 y dF_1 + \int_{F_2} \sigma_2 y dF_2 + \int_{F_3} \sigma_3 y dF_3 = 0.$$

Подставим значения  $\sigma_1$ ,  $\sigma_2$  и  $\sigma_3$ , согласно уравнениям (10):

$$\begin{aligned} & \int_{F_1} E_1 (\epsilon_0 + \kappa y - \alpha_1 t) dF_1 + \int_{F_2} E_2 (\epsilon_0 + \kappa y - \alpha_2 t) dF_2 + \\ & + \int_{F_3} E_3 (\epsilon_0 + \kappa y - \alpha_3 t) dF_3 = 0. \end{aligned}$$

Отсюда

$$\begin{aligned} & \int_{F_1} E_1 (\epsilon_0 + \kappa y - \alpha_1 t) y dF_1 + \int_{F_2} E_2 (\epsilon_0 + \kappa y - \alpha_2 t) y dF_2 + \\ & + \int_{F_3} E_3 (\epsilon_0 + \kappa y - \alpha_3 t) y dF_3 = 0. \end{aligned}$$

Раскроем скобки и вынесем постоянные за знак интеграла:

$$\begin{aligned} & E_1 \epsilon_0 \int_{F_1} dF_1 + E_1 \kappa \int_{F_1} y dF_1 - E_1 \alpha_1 t \int_{F_1} dF_1 + E_2 \epsilon_0 \int_{F_2} dF_2 + E_2 \kappa \int_{F_2} y dF_2 - \\ & - E_2 \alpha_2 t \int_{F_2} dF_2 + E_3 \epsilon_0 \int_{F_3} dF_3 + E_3 \kappa \int_{F_3} y dF_3 - E_3 \alpha_3 t \int_{F_3} dF_3 = 0; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & E_1 \epsilon_0 \int_{F_1} y dF_1 + E_1 \kappa \int_{F_1} y^2 dF_1 - E_1 \alpha_1 t \int_{F_1} y dF_1 + E_2 \epsilon_0 \int_{F_2} y dF_2 + \\ & + E_2 \kappa \int_{F_2} y^2 dF_2 - E_2 \alpha_2 t \int_{F_2} y dF_2 + E_3 \epsilon_0 \int_{F_3} y dF_3 + E_3 \kappa \int_{F_3} y^2 dF_3 - \\ & - E_3 \alpha_3 t \int_{F_3} y dF_3 = 0. \end{aligned}$$

Учтем, что  $\int_{F_i} dF_i = F_i$  — площадь сечения  $i$ -го слоя;  $\int_{F_i} y dF_i = S_i$  — статический момент площади сечения  $i$ -го слоя относительно оси  $X$ ;  $\int_{F_i} y^2 dF_i = I_i$  — мо-

мент инерции площади сечения  $i$ -го слоя относительно оси  $X$ . Тогда уравнения равновесия примут следующий вид:

$$\left. \begin{aligned} \epsilon_0 (E_1 F_1 + E_2 F_2 + E_3 F_3) + \kappa (E_1 S_1 + E_2 S_2 + E_3 S_3) - \\ - t (E_1 F_1 \alpha_1 + E_2 F_2 \alpha_2 + E_3 F_3 \alpha_3) = 0; \\ \epsilon_0 (E_1 S_1 + E_2 S_2 + E_3 S_3) + \kappa (E_1 I_1 + E_2 I_2 + E_3 I_3) - \\ - t (E_1 S_1 \alpha_1 + E_2 S_2 \alpha_2 + E_3 S_3 \alpha_3) = 0. \end{aligned} \right\} (11)$$

Решая систему уравнений (11) относительно кривизны, получим

$$\kappa = ((E_1 F_1 \alpha_1 + E_2 F_2 \alpha_2 + E_3 F_3 \alpha_3) (E_1 S_1 + E_2 S_2 + E_3 S_3) - (E_1 S_1 \alpha_1 + E_2 S_2 \alpha_2 + E_3 S_3 \alpha_3) (E_1 F_1 + E_2 F_2 + E_3 F_3)) / ((E_1 S_1 + E_2 S_2 + E_3 S_3)^2 - (E_1 I_1 + E_2 I_2 + E_3 I_3) (E_1 F_1 + E_2 F_2 + E_3 F_3)).$$

В общем случае при изменении температуры от  $t_1$  до  $t_2$  кривизна

$$\kappa = \frac{(\sum E_i F_i \alpha_i) (\sum E_i S_i) - (\sum E_i S_i \alpha_i) (\sum E_i F_i)}{(\sum E_i S_i)^2 - (\sum E_i I_i) (\sum E_i F_i)} (t_1 - t_2). \quad (12)$$

Суммирование в формуле (12) проводится по слоям. Если слои в процессе отверждения дают усадку, то слоистая плита тоже будет искривляться. Обозначим относительную усадку  $i$ -го слоя через  $\beta_i$ . Деформация  $i$ -го слоя от усадки  $\Delta l_{i\beta} = \beta_i \Delta x$ .

Упругую деформацию  $i$ -го слоя с учетом совместной работы слоев запишем аналогично уравнениям (7)–(9):

$$\epsilon_{iy} = \epsilon_0 + \kappa y - \beta_i.$$

Соответственно напряжения будут равны:

$$\sigma_i = E_i (\epsilon_0 + \kappa y - \beta_i).$$

Как и ранее, рассматривая равновесие выделенной части слоистой плиты, определим кривизну от усадки слоев:

$$\kappa_\beta = \frac{(\sum E_i F_i \beta_i) (\sum E_i S_i) - (\sum E_i S_i \beta_i) (\sum E_i F_i)}{(\sum E_i S_i)^2 - (\sum E_i I_i) (\sum E_i F_i)}. \quad (13)$$

Относительную усадку  $\beta_i$  необходимо подставлять со знаком минус.

Если слои поглощают влагу и разбухают, это также может привести к искривлению. Изменение размеров от поглощения влаги будем учитывать коэффициентом разбухания, который, согласно работе [3],

$$K_p = \frac{a_w - a_0}{a_0 W},$$

где  $a_W$  — размер при влажности  $W$ ;  $a_0$  — размер в абсолютно сухом состоянии.

Относительную деформацию  $i$ -го слоя от изменения влажности с достаточной точностью можно определить по формуле

$$\epsilon_{iW} = K_{pi}(W_2 - W_1),$$

где  $W_2$  — конечная влажность;  $W_1$  — начальная влажность;  $K_{pi}$  — коэффициент разбухания  $i$ -го слоя.

Аналогично предыдущим рассуждениям определим кривизну от изменения влажности:

$$\kappa_W = \frac{(\sum E_i F_i K_{pi})(\sum E_i S_i) - (\sum E_i S_i K_{pi})(\sum E_i F_i)}{(\sum E_i S_i)^2 - (\sum E_i I_i)(\sum E_i F_i)} (W_2 - W_1). \quad (14)$$

С учетом всех факторов кривизна определяется как сумма:

$$\kappa = \kappa_t + \kappa_\beta + \kappa_W. \quad (15)$$

Естественно, что если материал анизотропный, то в формулы (12), (13) и (14) значения  $\alpha_i$ ,  $\beta_i$  и  $K_{pi}$  вводятся в том направлении, в котором определяется кривизна  $\kappa$ . Если известна кривизна  $\kappa$ , то прогиб плиты на единицу длины можно определить по формуле [4]

$$f = \frac{2 - \sqrt{4 - \kappa^2}}{2\kappa}. \quad (16)$$

Таким образом, при помощи уравнений (15) и (16) можно оценить возможную кривизну асимметричных в сечении клееных конструкций, например древесных и силикатных материалов, облицованных с одной или с двух сторон разнородными облицовками.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. К о в а л ь ч у к Л.М. Технология склеивания. М., 1973.
2. Ку з ь м и ч Н.С., Ку - ц а к А.А., С и н и ц к и й В.И., Л о в к и с И.В. Пергамент в качестве облицовки щитов из древесных материалов // Деревообрабатывающая пром-сть. 1989. № 4.
3. У г о - л е в Б.Н. Древесиноведение с основами лесного товароведения. М., 1975.
4. Б р о н - ш т е й н И.Н., С е м е н д я е в К.А. Справочник по математике. М., 1955.