УДК 681.5

Л.Г. Тугашова, доц.
(АГТУ «ВШН», г. Альметьевск, Россия)

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ ОПТИМИЗАЦИИ ПРОЦЕССА НИЗКОТЕМПЕРАТУРНОЙ СЕПАРАЦИИ МЕТОДОМ МНОЖИТЕЛЕЙ ЛАГРАНЖА

Основу математического описания процесса низкотемпературной сепарации (НТС) составляют уравнения, описывающие фазовые соотношения в системе сепарации природного газа, материального и теплового балансов. В работе [1] представлена динамическая модель процесса НТС природного газа.

В статье [2] разработана имитационная модель сепаратора, позволяющая отслеживать изменения технологических параметров процесса низкотемпературной сепарации в режиме реального времени.

Основными параметрами управления процессом НТС являются производительность, давление газа в аппаратах, температурный режим, расход ингибитора гидратообразования.

Решим задачу определения максимума общей производительности по конденсату установки НТС с параллельно работающими аппаратами.

Можно следующим образом сформулировать задачу оптимального управления расходами сырого газа на входах в отдельные нитки: распределять газ таким образом, чтобы в любой момент времени суммарный выход конденсата был максимальным, то есть выполнялось условие:

$$\begin{gathered} G=\sum_{i=1}^{i=n} G_i\left(Q_i\right) \rightarrow max, \\ \sum_{i=1}^{i=n} Q_i=Q; \quad \left(Q_{i\,min}\right) \leq Q_i \leq \left(Q_{i\,max}\right), \end{gathered} \tag{1}$$

где G_i – производительность i-й нитки, кг/ч; Q_i – объемный расход смеси на входе нитки, м^3/ч; n – число ниток; $i = 1 \ldots n$.

Целевая функция (1) имеет следующий вид:

$$\begin{gathered} G_i=Q_i\left(CAb_i-CB\right)-CAa_iQ_i^2, \\ A=\frac{C_{p2}}{C_{p2}-C_{p1}}, \quad B=\frac{\Delta\tilde{T}C_{p1}}{C_{p2}-C_{p1}}, \end{gathered} \tag{2}$$

где C – технологическая константа, кг/(м^3·°С); a_i, b_i – коэффициенты; C_{p1} – начальная теплоемкость смеси, кал/(кг·°С); C_{p2} – конечная теплоемкость продукта, кал/(кг·°С);); $\Delta\tilde{T}$ – тепловой эффект Джоуля-

Томсона, °С.

Используя метод Лагранжа, вычислим оптимальные значения расхода для каждой нитки. Применяем метод множителей Лагранжа для случая, когда ограничения заданы в виде равенств и неравенств [3]:

$$\begin{gathered}\sum_{i=1}^{6} Q_i - 5\cdot 10^5 = 0;\\ Q_i \geq 8\cdot 10^4;\quad Q_i \leq 1{,}2\cdot 10^5.\end{gathered} \tag{3}$$

Ограничения в виде неравенств могут быть преобразованы в ограничения в виде равенств путем добавления к каждому из них неотрицательной ослабляющей переменной u^2 (переменная u^2 всегда положительна):

$$\begin{gathered}g_i(x) + u_i^2 = b_i\\ \text{или}\\ g_i(x) + u_i^2 - b_i = 0.\end{gathered} \tag{4}$$

Перейдем от формы записи неравенств (3) к более удобной для представления вспомогательной функции Лагранжа:

$$\begin{cases}-Q_i + 8\cdot 10^4 + U_{1i}^2 = 0;\\ Q_i - 1{,}2\cdot 10^5 + U_{2i}^2 = 0.\end{cases} \tag{5}$$

Таким образом, задача сводится к минимизации (максимизации) целевой функции $f(x)$ вида (1) при наличии ограничений в виде равенств (3), (5).

Сформируем функцию Лагранжа следующим образом [4]:

$$F(x,\ \lambda,\ u) = f(x) + \sum_{i=1}^{m} \lambda_i \left[g_i(x) + u_i^2 - b_i \right]. \tag{6}$$

Необходимыми условиями, которые должны выполняться в стационарной точке, являются следующие:

$$\begin{gathered}\frac{\partial F}{\partial x_j} = 0 = \frac{\partial f}{\partial x_j} + \sum_{i=1}^{m} \lambda_i \frac{\partial g_i}{\partial x_j} \quad \text{при} \quad j = 1,\ 2,\ \ldots,\ n;\\ \frac{\partial F}{\partial \lambda_i} = 0 = g_i(x) + u_i^2 - b \quad \text{при} \quad i = 1,\ 2,\ \ldots,\ m;\\ \frac{\partial F}{\partial u_i} = 0 = 2\lambda_i u_i \quad \text{при} \quad i = 1,\ 2,\ \ldots,\ m.\end{gathered} \tag{7}$$

Уравнения (7) являются необходимыми условиями минимума (максимума) при наличии ограничений.

В нашей задаче уравнения системы (7) запишем в следующем виде:

$$\begin{cases} \dfrac{\partial\varphi}{\partial Q_i} = (2r_iQ_i + s_i) + \lambda_1 + \lambda_{2i} - \lambda_{3i} = 0; \\ \dfrac{\partial\varphi}{\partial\lambda_i} = (Q_1 + Q_2 + Q_3 + Q_4 + Q_5 + Q_6) - 500000 = 0; \\ \dfrac{\partial\varphi}{\partial U_{1i}} = 2\lambda_{2i}U_{1i} = 0; \\ \dfrac{\partial\varphi}{\partial U_{2i}} = 2\lambda_{3i}U_{2i} = 0. \end{cases} \qquad (8)$$

Как и любой метод, метод множителей Лагранжа имеет свои преимущества и недостатки. Преимущество заключается в том, что можно не учитывать взаимную зависимость переменных (он сводит задачу условной оптимизации к задаче безусловной оптимизации). Недостатком является необходимость решения громоздких уравнений.

При заданных исходных данных в результате решения системы уравнений (8) получены следующие оптимальные значения для шести переменных, на которые наложены ограничения (3): объемный расход смеси на входе каждой нитки Q=[81470, 83300, 84470, 82660, 84060, 84030] м^3/ч. Максимальная суммарная производительность G составляет $1{,}96\cdot10^3$ кг/ч.

ЛИТЕРАТУРА

1. Кулиев А.М., Тагиев В.Г. Оптимизация процессов газопромысловой технологии. М.: Недра, 1984. 200 с.

2. Писарев М.О., Долганов И.М., Ивашкина Е.Н., Бешагина Е.В. Моделирование режимов работы аппаратов установки подготовки газа и газового конденсата в технологии низкотемпературной сепарации // Электронный научный журнал «Нефтегазовое дело». 2014. №3. С. 187-206.

3. Тугашова Л.Г., Богданов Х.У. Моделирование процессов и систем с использованием методов оптимизации. Альметьевск: АГНИ, 2005. 185 с.

4. Банди Б. Методы оптимизации. Вводный курс: Пер. с англ. М.: Радио и связь. 1988. 128 с.