$$\lim_{t\to+\infty}\prod_{i=0}^{t}\left\|\tilde{A}(i)\right\|=0. \qquad (6)$$

Очевидно, что синтез искомых матриц $C(t)$, исходя из равенства (6) в общем случае проблематичен.

Пусть $\left\|\tilde{A}(t)\right\|\le l_t, t=0,1,\dots$.

Теорема 4. Системы (3) асимптотически устойчива, если для некоторых $l_{t,}$ удовлетворяющим условиям

$$\prod_{t=0}^{+\infty}l_t=0$$

Существуют такие матрицы $C(t)$, что

$$\left\|\tilde{A}(t)\right\|\le l_t, t>0.$$

Доказательство теоремы следует из теоремы 3.

ЛИТЕРАТУРА

1. Brockatt R. Stabilization problem. Tn – book: Open problems in Mathematikal Systems and Conrtrol Tyeory. Berlin. Sringer, 1999. P. 75-78.

2. Леонов Г.А. Проблема Брокетта для линейных систем управления // Автоматика и телемеханика, 2002. № 5. С. 92-96.

3. Гайшун И.В. Системы с дискретным временем. – Мн.: Институт математики НАН Беларуси. – 400 с.

4. Крылов И.И., Бобков И. В., Монастырный П. Н. Вычислительные методы высшей математики. Т1. – Мн.: «Вышэйшая школа», 1972. – 584 с.

5. Бояринцев Ю.Е., Данилов В.В. [и др.] Численные методы решения сингуляных систем. – Новоибирск: Наука. 1989.– 223 с.

УДК 517.977

В.В. Крахотко, доц.;

Г.П. Размыслович, доц. (БГУ, г. Минск, РБ)

ОТНОСИТЕЛЬНАЯ УПРАВЛЯЕМОСТЬ ЛИНЕЙНЫХ СИСТЕМ ДЕСКРИПТОРНЫМ ДИНАМИЧЕСКИМ РЕГУЛЯТОРОМ

В докладе рассматривается задача относительной управляемости линейной динамической системы с помощью дифференциально-алгебраического регулятора, который представляет собой линейную дескрипторную систему. Получен критерий относительной управляемости динамическим регулятором, который выражается через параметры исходной системы и динамического регулятора.

Рассмотрим систему управления

$$\dot{x} = Ax(t) + bu,\ x(0) = x_0, \qquad (1)$$

где x, $x_0 \in R^n$; A – n×n-матрица; $b \in R^n$; u – скалярное уравнение; x_0 – начальное состояние системы (1).

В качестве управления $u(t)$ будем рассматривать выход

$$u(t)=c^T y(t) \qquad (2)$$

линейной дескрипторной системы

$$D_0\dot{y}(t)=Dy(t),\ y(t_0)=y_0, \qquad (3)$$

где $c,y,y_0 \in R^n$; D_0,D – n×n-матрица, причём det $D_0=0$.

Считаем, что система (3) является регулярной, т.е. найдется число $\lambda_0 \in C$ такое, что det$(\lambda_0 D_0 - D) \neq 0$.

Введём в рассмотрение n×n-матрицу H определяемую формулой

$$H = D_0 D_0^d,$$

где D_0^d – обратная матрица Драйзина для матрицы D_0 [1], а также определим множество Ω векторов $q \in R^n$ пространства R^n таких, что

$$\Omega = \{q | q \in R^n,\ q = H\mu,\ \mu \in R^n\}.$$

Определение. Систему (1) назовём относительно управляемой дескрипторным динамическим регулятором (3), если найдётся момент времени t_1, $0<t_1<+\infty$,такой, что для любого начального состояния x_0 системы (1) найдётся начальное состояние $y_0 \in \Omega$ системы (3), при котором решение системы (1) соответствующее управлению (2) удовлетворяет условию $Hx(t_1)=0$.

Запишем решение системы (1) с учетом (2), (3). Имеем

$$x(t) = e^{At}x_0 + \left(\int_0^t e^{A(t-\tau)} bc^T e^{(D_0^d D)\tau}\, d\tau\right) y_0, \qquad (4)$$

$$y_0 = D_0 D_0^d q = Hq, \qquad (5)$$

где $q \in R^n$.

Исходя из (4), (5) нетрудно видеть, что система (1) H- управляема динамическим регулятором (3), тогда и только тогда, когда при некотором $t_1 > 0$ для любого n-вектора x_0 найдется $y_0 \in \Omega$, такой, что выполняется равенство

$$-He^{At_1}x_0 = H\left(\int_0^{t_1} e^{-A\tau} bc^T e^{(D_0^d D)\tau} H d\tau\right) q. \qquad (6)$$

Из соотношения (6) получаем неявный критерий относительной управляемости системы (1) регулятором (3).

Теорема 1. Система (1) относительно управляема динамическим регулятором (3) тогда и только тогда, когда выполняется равенство

$$rank\left(\int_0^{t_1} He^{A(t_1-\tau)}bc^T e^{(D_0^d D)\tau} H d\tau\right) = rankH \qquad (7)$$

Используя это условие, можно получить более удобный критерий относительной управляемости системы (1) дескрипторным регулятором. Справедлива теорема.

Теорема 2. Система управления (1) относительно управляема тогда и только тогда, когда выполняются равенства

$$rank\left\{HA^k b, k=\overline{0,n-1}\right\} = rankH,$$

$$rank\left\{c^T A^l H, l=\overline{0,n-1}\right\} = rankH,$$

т.е. система (1) является H-управляемой (управляемой относительно подпространства [2]), а система (3) является условно наблюдаемой [4].

Доказательство теоремы 2 проводится по схеме работы [5].

При решении задач относительной управляемости, с помощью дескрипторного динамического регулятора, достаточно задать только начальное состояние регулятора из подпространства, а не строить управление на всем интервале управления.

ЛИТЕРАТУРА

1. Campell S.L. Applications of the Drazin inverse to Linear systems of Differential equations with Singular constant Coefficeins. / S.L. Campell, C. D. Meyer, N. J. Rose //STAM J.Appl. Math. 1976. Vol.31, № 3, P. 411 – 425.

2. Габасов Р.Ф. Качественная теория оптимальных процессов. / Р.Ф. Габасов, Ф.М. Кирилова. – М., Наука. 1971. – 508 с.

3. Игнатенко В.В. К проблеме наблюдаемости непрерывных дифференциально-алгебраических систем. / В.В. Игнатенко, В.В. Крахотко, Г.П. Размыслович. // Конференция с междунар. участием «Автоматический контроль и автоматизация производственных процессов» – Минск: БГТУ, 17-18 мая 2012.

4. Габасов Р. Ф. Условная наблюдаемость линейных систем. / Р.Ф. Габасов, Р.М. Жевняк, Ф.М. Кирилова, Т.Б. Копейкина. // Problems of Control and Information Theory. – 1972. – Vol. 1. – PP. 217-233.

5. Игнатенко В.В. Управляемость динамических систем с помощью регулятора. / В.В. Игнатенко // Вестник БГУ. – Сер.1 – № 2. – 1976. – С.56 – 58.