УДК 517.977

В.В. Горячкин, доц.; В.В. Крахотко, доц. (БГУ, г.Минск, РБ);
В.В. Игнатенко, доц. (БГТУ, г.Минск, РБ)

ПРОБЛЕМА БРОКЕТТА ДЛЯ ЛИНЕЙНЫХ НЕСТАЦИОНАРНЫХ ДЕСКРИПТОРНЫХ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ

Одной из важнейших задач теории управления является задача стабилизации динамических систем.

В 1999 году Р. Брокеттом была поставлена задача о стабилизации линейной стационарной системы с помощью линейной нестационарной связи [1]. Дискретный аналог этой проблемы кратко можно сформулировать следующим образом.

Дана тройка матриц *A,B,D*. При каких условиях существует матрица $C(t), t \geq 0,$ такая, что замкнутая система

$$x(t+1) = Ax(t) + BC(t)Dx(t),\ t = 0,1,2,....,x \in R,$$

является асимптотически устойчивой. Если $C(t) \equiv C,$ то говорят о стационарной стабилизации, если $C(t)$ не тождественно постоянная матрица, то говорят о нестационарной стабилизации.

В докладе предлагается методика синтеза стабилизационных матриц $C(t)$ в случае нестационарной дискретной системы, которая обобщает подход Леонова [2].

Рассмотрим стационарную дескрипторную систему

$$x(t+1) = Ax(t) + Bu(t),\ t = 0,1,2,..., \tag{1}$$

где $x \in R^n, u \in R^r, A(t), B(t)$ – матричные функции соответствующих размеров.

Определим обратную связь по выходу как

$$u(t) = C(t)y(t),\ y \in R^m, \tag{2}$$

где $y(t) = D(t)x(t), C(t) - r \times m, D(t) - m \times n -$ матричные функции.

Обозначим

$$\tilde{A}(t) = A(t) + B(t)C(t)D(t), t = 0,1,...\ .$$

Для любых $t, \tau, t \geq \tau,$ определим матрицу Коши $F(t,\tau)$:

$$F(t,\tau) = \begin{cases} \tilde{A}(t-1) \cdot ... \cdot \tilde{A}(\tau) & при\, t > \tau, \\ E & при\, t = \tau. \end{cases}$$

Рассмотрим однородную систему

$$x(t+1) = \tilde{A}(t)x(t), x(\tau) = x_\tau, x_\tau \in R^n. \tag{3}$$

Тогда любое решение $x(t,x_\tau)$ системы (3) будет иметь вид

$$x(t,x_\tau)=F(t.\tau)x_\tau,t\ge\tau.$$

Справедлива теорема.

Теорема 1 [3]. Система (1) замкнутая по выходу (2) асимптотически устойчива, если

$$\lim_{t\to+\infty}F(t,\tau)=0$$

для любого τ.

Теорема 2 [4]. Для того чтобы $\lim\limits_{t\to+\infty}F(t,\tau)=0$ необходимо и достаточно

$$\lim_{t\to+\infty}\left\|F(t,\tau)\right\|=0.$$

Проблему синтеза стабилизирующих матриц $C(t)$ рассмотрим в некоторых частных случаях.

а) Пусть существует такой набор моментов $t_k,k=\overline{1,s}$, что матричная система уравнений

$$A(t_k)+B(t_k)C(t_k)D(t_k)=0, \tag{4}$$

разрешима относительно матрицы $C(t_k)$.

Среди чисел t_k выберем минимальное число: $t_0=\min t_k,k=\overline{1,s}$.

Тогда, очевидно, решение замкнутой системы (3) после момента t_0 перейдет в нулевое состояние покоя $x(t)\equiv 0,t\ge t_0$.

Значит для разрешимости уравнения (4) необходимо и достаточно, чтобы выполнялись условия

$$\begin{aligned}&\left(E-B(t_0)B^+(t_0)\right)A(t_0)=0,\\&A(t_0)\left(E-D^+(t_0)D\ \ (t_0)\right)=0,\end{aligned} \tag{5}$$

где M^+ означает псевдообратную матрицу к матрице M.

Если условия (5) выполнены, то система (4) разрешима относительно матрицы $C(t_k)$ и ее общее решение задается формулой [5]

$$C(t_r)=-B^+(t_k)A(t_k)D^+(t_k)+\left(E-B^+(t_k)B\ \ (t_k)\cdot v+w\left(E-D\ \ (t_k)D^+(t_k)\right)\right),$$

где v и w – произвольные матрицы подходящих размеров.

б) Пусть любое уравнение вида (4) несовместно.

Для нахождения на матрицы асимптотической устойчивости $C(t)$ воспользуемся достаточным условием асимптотической устойчивости системы (3).

Справедлива теорема.

Теорема 3. Системы (3) асимптотически устойчива, если

$$\lim_{t\to+\infty}\prod_{i=0}^{t}\left\|\tilde{A}(i)\right\|=0. \qquad (6)$$

Очевидно, что синтез искомых матриц $C(t)$, исходя из равенства (6) в общем случае проблематичен.

Пусть $\left\|\tilde{A}(t)\right\|\le l_t, t=0,1,\dots$.

Теорема 4. Системы (3) асимптотически устойчива, если для некоторых $l_{t,}$ удовлетворяющим условиям

$$\prod_{t=0}^{+\infty} l_t = 0$$

Существуют такие матрицы $C(t)$, что

$$\left\|\tilde{A}(t)\right\|\le l_t, t>0.$$

Доказательство теоремы следует из теоремы 3.

ЛИТЕРАТУРА

1. Brockatt R. Stabilization problem. Tn – book: Open problems in Mathematikal Systems and Conrtrol Tyeory. Berlin. Sringer, 1999. P. 75-78.

2. Леонов Г.А. Проблема Брокетта для линейных систем управления // Автоматика и телемеханика, 2002. № 5. С. 92-96.

3. Гайшун И.В. Системы с дискретным временем. – Мн.: Институт математики НАН Беларуси. – 400 с.

4. Крылов И.И., Бобков И. В., Монастырный П. Н. Вычислительные методы высшей математики. Т1. – Мн.: «Вышэйшая школа», 1972. – 584 с.

5. Бояринцев Ю.Е., Данилов В.В. [и др.] Численные методы решения сингуляных систем. – Новоибирск: Наука. 1989.– 223 с.

УДК 517.977

В.В. Крахотко, доц.;

Г.П. Размыслович, доц. (БГУ, г. Минск, РБ)

ОТНОСИТЕЛЬНАЯ УПРАВЛЯЕМОСТЬ ЛИНЕЙНЫХ СИСТЕМ ДЕСКРИПТОРНЫМ ДИНАМИЧЕСКИМ РЕГУЛЯТОРОМ

В докладе рассматривается задача относительной управляемости линейной динамической системы с помощью дифференциально-алгебраического регулятора, который представляет собой линейную дескрипторную систему. Получен критерий относительной управляемости динамическим регулятором, который выражается через параметры исходной системы и динамического регулятора.