ботки $t_Ц = 1$ хлыст/мин. Интенсивность подачи можно изменять. Необходимо установить рациональную интенсивность подачи хлыста. Интенсивность обработки составит $\mu = 1$ хлыст/мин.

Зададимся различными значениями λ. При интенсивности подачи 1 хлыст/мин вероятность работы системы составит 0,5. Начиная с $\lambda = 5 - 6$ хлыст/мин дальнейшее увеличение параметра существенно не повысит вероятность рабочего состояния. Рациональный цикл подачи хлыстов составит $t_П = 1/\lambda - 1/5 = 0,2$ мин. Полученное значение цикла подачи хлыста позволяет выбирать подающий механизм: растаскиватель, манипулятор или др.

Если система работает в режиме $\lambda/\mu > 1$, то предыдущий механизм вынужден простаивать либо предметы труда накапливаются перед обрабатывающей установкой. Последний случай может иметь место в течение кратковременного периода работы установки.

ЛИТЕРАТУРА

1. Арнольд, В.И. «Жесткие» и «мягкие» математические модели / В. И. Арнольд. – М. МЦНМО, 2000. – 32 с.

2. Игнатенко, В.В. Моделирование и оптимизация процессов лесозаготовок: учеб. пособие для студентов специальности «Лесоинженерное дело» / В.В. Игнатенко, И.В.Турлай, А.С. Федоренчик. – Минск: БГТУ, 2004. – 180 с.

УДК 556.18.626

И.О. Ефименко студ.; В.В. Крахотко, доц.
(БГУ, г. Минск, РБ)

ЗАДАЧА ПРОЕКТИРОВАНИЯ СИСТЕМЫ ВОДОСНАБЖЕНИЯ

В докладе рассматриваются основные аспекты проектирования системы водоснабжения и контроля стока реки с учётом двух характерных сезонов: влажного и сухого. Рассмотрены математические модели, позволяющие эффективно учитывать ряд факторов — сезонный объём притока, потребности в ирригации, выработку электроэнергии, а также капитальные затраты на инфраструктуру.

Приводится оптимизационная модель, в которой переменными выступают объёмы ёмкости двух резервуаров (B и C), годовой отбор воды на ирригацию и мощность гидроэлектростанции, а целевая функция отражает суммарную приведённую выгоду (учитывая выгоду от ирригации и энергетики за вычетом капитальных расходов). Проведён пример численного эксперимента, демонстрирующий решение нелинейной задачи математического программирования.

Основная идея — использовать два сезона с различным стоком воды. Во влажный сезон (с обильными осадками) река имеет больший расход, и часть воды может аккумулироваться в резервуарах. В сухой сезон объём воды снижается, зато имеется возможность воспользоваться накопленными ресурсами для подачи в ирригационные каналы и на гидроэлектростанцию (ГЭС).

Рассмотрим следующий пример. В верхнем участке реки стоит резервуар B с переменной активной ёмкостью Y. Он может удерживать часть водных ресурсов во влажный период и отдавать в сухой. Чуть ниже по течению располагается ирригационный район, куда отводится некоторый годовой объём I воды. Из этого объёма 42,5 % используется во влажный сезон, а 57,5 % — в сухой, при этом часть воды возвращается обратно в реку в виде стока (15 % и 45 % соответственно). Ещё ниже находится резервуар C с ёмкостью Z. Он также регулирует сток, накапливая воду во влажный сезон и отдавая в сухой. Дополнительно, в модели учитываются коэффициенты 0.275 I – это доля ирригационного расхода, которая участвует в распределении воды во влажный сезон и 0.125 I – это доля ирригационного расхода, которая учитывается в сухой сезон. В самом низу русла реки установлена гидроэлектростанция, мощность которой обозначается E. Предполагается, что расход через её турбины (в каждом из сезонов) связан с доступным объёмом воды, оставшимся после ирригационных изъятий и регулирования резервуарами. Объем воды указывается в млрд. кубических метров.

Введем переменные:

$x_1 = Y$ (ёмкость резервуара B),

$x_2 = Z$ (ёмкость резервуара C),

$x_3 = I$ (годовой отбор на ирригацию),

$x_4 = E$ (мощность ГЭС),

x_{31} – объём воды, использующийся без необходимости дополнтельной насосной установки (при объёме ирригации $x_3 \leq 3$) ,

x_{32} – объём воды, для которого требуется насосная установка (объём $x_3 > 3$),

x_{32}^* – дополнительная стоимость насосной установки, если $x_3 > 3$.

Исходя из поставленной задачи, имеем следующие ограничения:

1) за сезон резервуар B не может аккумулировать больше 3.3 условных единиц воды за сезон, т.е. $3.3 - x_1 \geq 0$;

2) 42,5 % от общего объёма x_3 уходит на ирригацию во влажный сезон, совместно с x_1 этот отбор не должен превышать имеющийся приток 3.9 т.е. $3.9 - x_1 - 0.425x_3 \geq 0$;

3) для сухого сезона (оставшиеся 57,5 % годового отбора ирригации) часть воды может поступать обратно из резервуара B, это означает, что $1.8 + x_1 - 0.575x_3 \geq 0$;

4) различные комбинации отбора воды на ирригацию и сброса из резервуара B не должны превышать предельный сток реки – $3.9 - x_1 - 0.275x_3 \geq 0$;

5) аналогичное ограничение для резервуара C, показывающее, что во влажный сезон x_2 вместе с частичным ирригационным забором не могут превысить сток - $3.9 - x_2 - 0.275x_3 \geq 0$;

6) во время сухого сезона та часть x_2, которая может быть выдана из резервуара C, и остаток ирригации должны сохранять положительный сток - $1.8 + x_2 - 0.125x_3 \geq 0$;

7) расход воды через турбины в совокупности с запасом двух резервуарах и ирригацией не может превысить объём реки во влажный период – $6.9 - x_1 - x_2 - 0.275x_3 - 3.47x_4 \geq 0$. Коэффициент 3.47 отражает соотношение между потоком и мощностью E;

8) ограничение для сухого периода, где складываются поступления из резервуаров B и C, ограничивая возможную генерацию E имеет вид $3.9 + x_1 + x_2 - 0.125x_3 - 3.47x_4 \geq 0$.

Введем функции : $\mathrm{B_1(x_4)} = (9 - 0.2\mathrm{x_4} - 0.05\mathrm{x_4^2})\mathrm{x_4}$ — выгода от выработки электроэнергии (учитывая мощность $\mathrm{x_4}$ и продолжительность генерации в обоих сезонах); $B_2(x_3) = 45.4x_{31} + 15.3x_{32} + 104.5ln(1 + 0.2x_3)$ — выгода от использования воды в ирригационной системе, зависящая от x_3; $\mathrm{K_1(x_1)} = \frac{43\mathrm{x_1}}{1+0.2\mathrm{x_1}}$ — капитальные затраты на резервуары B; $\mathrm{K_2(x_2)} = \frac{47\mathrm{x_2}}{1+0.3\mathrm{x_2}}$ — капитальные затраты на резервуары C; $\mathrm{K_3(x_4)} = 20.6\mathrm{x_4} - \mathrm{x_4^2}$ — затраты на строительство и эксплуатацию гидроэлектростанции; $K_4(x_3) = 44x_{31} + 64x_{32} + 0.5x_{32}^*$ — затраты на ирригационную инфраструктуру.

Таким образом, суммируя все составляющие, целевая функция будет выглядеть следующим образом:

$$\mathrm{f(x)} = 229.4\mathrm{x_4} + 1.4\mathrm{x_{31}} - 48.7\mathrm{x_{32}} + 104.5\ln(1 + 0.2\mathrm{x_3}) - 4.5\mathrm{x_{31}} - 0.5\mathrm{x_3} - \left(\frac{43\mathrm{x_1}}{1+0.2\mathrm{x_1}}\right) - \left(\frac{47\mathrm{x_2}}{1+0.3\mathrm{x_2}}\right).$$

Требуется в задаче определить максимальную приведенную стоимость чистых выгод.

Оптимизация данной модели производилась с использованием методов нелинейного программирования. В частности, численное решение выполнено в MATLAB с использованием функции `fmincon`.

Решение задачи: $x_1^* = 1.55$ — оптимальная ёмкость резервуара

B, $x_2^* = 2.26$ — оптимальная ёмкость резервуара С, $x_3^* = 11.23$ — оптимальный годовой отбор воды на ирригацию, $x_4^* = 3.13$ — оптимальная мощность гидроэлектростанции.

Максимальная приведённая стоимость чистых выгод составляет:

$$max f(x) = f(x^*) = 524.8119 \text{ усл. единиц.}$$

Полученные результаты показывают возможность эффективного использования ресурсов при сбалансированном подходе к проектированию системы водоснабжения. Оптимальные параметры позволяют максимизировать выгоду, обеспечивая устойчивое водоснабжение для ирригации и энергетики.

ЛИТЕРАТУРА

1. Bazara, M., Shetty, C.M. Methods of Linear and Nonlinear Programming,1982. – 583 с.

2. Maass, Arthur. Design of Water Resource Systems. – Cambridge: Harvard University Press, 1962. – 459 с.

УДК 517.977

У.А. Анисович, студ.; В.В. Крахотко, доц.
(БГУ, г. Минск)

УПРАВЛЯЕМОСТЬ ИНТЕРВАЛЬНЫХ ЛИНЕЙНЫХ СИСТЕМ С ПОМОЩЬЮ ДИНАМИЧЕСКИХ РЕГУЛЯТОРОВ. ЧИСЛЕННЫЙ ЭКСПЕРИМЕНТ

В докладе рассматривается задача управляемости ансамбля линейных непрерывных систем динамическим регулятором. Эта задача сводится к нахождению решения специальной задачи линейного программирования. Доказано достаточное условие управляемости таких систем и решено несколько примеров.

Рассмотрим линейную систему:

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t), x(0) = x_0, \tag{1}$$

где $x(t)$ – n-вектор состояния, x_0 – начальное состояние, A – (n × n)-матрица, B – (n × r)-матрица, $u(t)$ – r-вектор управления. Здесь матрицы A и B и вектор x_0 являются интервальными параметрами, удовлетворяющими следующим условиям: $\underline{A} \le A \le \overline{A}$, $\underline{B} \le B \le \overline{B}$, $\underline{x}_0 \le x_0 \le \overline{x}_0$. Матрицы A и B принимают значения независимо друг от друга, то есть мы имеем совокупность линейных систем (1), называемых ансамблем.

На вход системы (1) подадим управление

$$u(t) = Cy(t), \tag{2}$$