

Производительность установки ограничивается удельной нагрузкой по жидкой фазе до $50 \text{ м}^3/(\text{м}^2 \cdot \text{ч})$. При более высоком расходе наблюдалось накопление жидкости в нижней части аппарата и резкое возрастание влажности твердых частиц.

ЛИТЕРАТУРА

1. Кутепов, А.М. Вихревые процессы для модификации дисперсных систем / А.М. Кутепов, А.С. Латкин. – М.: Наука, 1992. – 250 с.
2. Волк, А.М. Течение вязкой жидкости в пространстве между движущимися проницаемыми поверхностями / А.М. Волк // Инженерно-физический журнал. – 1993, т. 62, № 2. – с. 152–158.
3. Соломахова, Д.С. Центробежные вентиляторы / Д.С. Соломахова. – М. Машиностроение, 1975. – 176 с.

УДК 517.977

В.В. Игнатенко, доц.; Е.А. Леонов, доц. (БГТУ, г.Минск)

РОЛЬ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ В КУРСЕ ВЫСШЕЙ МАТЕМАТИКИ ТЕХНИЧЕСКИХ УНИВЕРСИТЕТОВ

Цель курса высшей математики в техническом вузе состоит в том, чтобы студенты могли изучить и хорошо понять основные математические методы, необходимые для исследования и решения производственных задач, научились самостоятельно составлять математические модели таких задач, решать их математическими методами и анализировать полученные решения. Как отмечает академик В.И. Арнольд, “умение составлять адекватные математические модели реальных ситуаций должно составлять неотъемлемую часть математического образования” [1].

Современному инженеру в своей работе приходится сталкиваться с новой высокопроизводительной и сложной техникой. Ему приходится анализировать работу отдельных узлов, работу всего механизма в целом, а также работу всей технологической линии. При достаточно широком выборе одноподобных механизмов, очень важно правильно подобрать их при построении технологической линии. Решение этих проблем практически невозможно без использования математических моделей исследуемых объектов.

Рассмотрим эту проблему на примере использования математических моделей в лесопромышленном комплексе. Здесь востребованы следующие производственные задачи: оптимальное использование ресурсов, оптимальный раскрой пиломатериалов и обивочных материа-

лов, оптимальная загрузка оборудования, задача оптимизации грузопотоков древесины (транспортная задача), оптимизация расположения лесных дорог в лесосырьевой базе и некоторые другие [2].

Для всех, этих реальных производственных задач, строятся линейные математические модели, решаемые методами линейного программирования, с использованием компьютерной техники.

Задачи анализа работы одномашинных и многомашинных лесозаготовительных систем без запаса и с запасом, лесоскладских систем со специализацией потоков по видам сырья и ряд других решаются с помощью дифференциальных уравнений Колмогорова (теория массового обслуживания) [2].

Следовательно, преподавание высшей математики в технических университетах должно ориентироваться на построение и решение математических моделей реальных производственных задач.

При использовании математических моделей следует выделить следующие этапы.

Во-первых, подобрать круг реальных производственных задач, определяющих специфику будущей специальности.

Во-вторых, составить математические модели, которые описывают данные классы задач. Модели должны быть, с одной стороны, достаточно простыми и в то же время должны отражать сущность описываемых объектов или процессов.

В-третьих, должны быть подобраны математические методы решения, которые легко реализуются современными средствами математического обеспечения на ПЭВМ.

В-четвертых, после получения решения математической модели производится анализ, полученных результатов.

В-пятых, принимается рациональное решение по производственной задаче.

Приведенный алгоритм, как правило, приводит к построению так называемых детерминированных или стохастических математических моделей, которые достаточно хорошо решают производственные задачи.

Особо следует отметить, что выбор и формулировка реальных производственных задач производится совместно сотрудниками кафедры высшей математики, выпускающих кафедр и ведущих специалистов производства.

В качестве примера построения и исследования стохастической модели рассмотрим «одномашинные лесопромышленные системы без запаса» [2]. Ряд лесопромышленных систем функционируют без запаса древесины. К ним могут относиться сортировочные лесотранспортеры,

окорочные станки, лесопильные рамы и другие.

Пусть лесопромышленная система состоит только из одного станка и к нему поступает на обработку пуассоновский поток предметов труда с интенсивностью λ . Обработка предмета труда осуществляется с изменяющейся продолжительностью цикла $t_{ц}$, распределенного по показательному закону с параметром μ .

Система может находиться в следующих состояниях: S_0 – оборудование исправно и простаивает из-за отсутствия по организационным причинам; S_1 – оборудование осуществляет обработку предмета труда.

Обозначим вероятности состояния S_0 через $P_0(t)$, а S_1 – $P_1(t)$. Для любого времени функционирования системы t

$$P_0(t) + P_1(t) = 1.$$

Математическая модель функционирования системы представится как система дифференциальных уравнений Колмогорова

$$\begin{cases} \frac{dP_0}{dt} = \lambda P_0 + \mu P_1 \\ \frac{dP_1}{dt} = -\mu P_1 + \lambda P_0 \end{cases}.$$

В первое уравнение системы подставим вместо P_1 его выражение $P_1 = 1 - P_0$. При $\lambda = const$ и при начальных условиях $P_0(0) = 1, P_1(0) = 0$ получим решение

$$P_0 = \frac{\mu}{\lambda + \mu} + \frac{\lambda}{\lambda + \mu} e^{-(\lambda + \mu)t}$$

В начале работы машина свободна и $P_0 = 1$. По мере вступления в работу вероятность P_0 уменьшается и в пределе достигает значения $\mu / (\lambda + \mu)$. Вероятность работы машины соответственно растёт и достигает $\lambda / (\lambda + \mu)$. В установившемся режиме эксплуатации ($t \rightarrow +\infty, P_0 = const, P_1 = const$) расчётные формулы будут иметь вид:

$$P_0 = \frac{\mu}{\lambda + \mu}, P_1 = \frac{\lambda}{\lambda + \mu}, \lambda = \frac{1}{t_{п}}, \mu = \frac{1}{t_{ц}},$$

где $t_{п}$ – среднее значение времени между поступлениями предметов труда на обработку; $t_{ц}$ – средняя продолжительность цикла обработки предмета труда. Вероятность P_1 представляет собой коэффициент использования рабочего времени машины.

Пример. Система раскряжёвки хлыстов работает с циклом обра-

ботки $t_{\Pi} = 1$ хлыст/мин. Интенсивность подачи можно изменять. Необходимо установить рациональную интенсивность подачи хлыста. Интенсивность обработки составит $\mu = 1$ хлыст/мин.

Зададимся различными значениями λ . При интенсивности подачи 1 хлыст/мин вероятность работы системы составит 0,5. Начиная с $\lambda = 5 - 6$ хлыст/мин дальнейшее увеличение параметра существенно не повысит вероятность рабочего состояния. Рациональный цикл подачи хлыстов составит $t_{\Pi} = 1/\lambda - 1/5 = 0,2$ мин. Полученное значение цикла подачи хлыста позволяет выбирать подающий механизм: растаскиватель, манипулятор или др.

Если система работает в режиме $\lambda / \mu > 1$, то предыдущий механизм вынужден простаивать либо предметы труда накапливаются перед обрабатывающей установкой. Последний случай может иметь место в течение кратковременного периода работы установки.

ЛИТЕРАТУРА

1. Арнольд, В.И. «Жесткие» и «мягкие» математические модели / В. И. Арнольд. – М. МЦНМО, 2000. – 32 с.
2. Игнатенко, В.В. Моделирование и оптимизация процессов лесозаготовок: учеб. пособие для студентов специальности «Лесоинженерное дело» / В.В. Игнатенко, И.В. Турлай, А.С. Федоренчик. – Минск: БГТУ, 2004. – 180 с.

УДК 556.18.626

И.О. Ефименко студ.; В.В. Крахотко, доц.
(БГУ, г. Минск, РБ)

ЗАДАЧА ПРОЕКТИРОВАНИЯ СИСТЕМЫ ВОДОСНАБЖЕНИЯ

В докладе рассматриваются основные аспекты проектирования системы водоснабжения и контроля стока реки с учётом двух характерных сезонов: влажного и сухого. Рассмотрены математические модели, позволяющие эффективно учитывать ряд факторов — сезонный объём притока, потребности в ирригации, выработку электроэнергии, а также капитальные затраты на инфраструктуру.

Приводится оптимизационная модель, в которой переменными выступают объёмы ёмкости двух резервуаров (В и С), годовой отбор воды на ирригацию и мощность гидроэлектростанции, а целевая функция отражает суммарную приведённую выгоду (учитывая выгоду от ирригации и энергетики за вычетом капитальных расходов). Проведён