

АЛГОРИТМ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОГО ПРИБЛИЖЕНИЯ ДЛЯ ВЫРЕЗАНИЯ СЕГМЕНТА ИЗ КРУГЛОЙ ЗАГОТОВКИ ИЗ ЖЕЛЕЗА

Аннотация. Пусть функция $f(x)$, определённая на ограниченном отрезке $[a, b]$, является непрерывной, дважды дифференцируемой, то есть её производные первого и второго порядка существуют на этом отрезке, и эти производные сохраняют свой знак (первая производная не обращается в ноль). Предположим, что у уравнения $f(x) = 0$ существует единственное решение на отрезке $[a, b]$, и требуется найти это решение с заданной точностью $\varepsilon > 0$ с использованием приближённых вычислительных методов.

Последовательные приближающиеся или итерационные алгоритмы. Методы или алгоритмы решения алгебраических и трансцендентных уравнений высокого порядка являются примерами последовательных приближающихся – итерационных алгоритмов. Известно, что существуют следующие основные методы решения трансцендентных уравнений [1–4]:

- метод Ньютона;
- метод последовательных приближений;
- метод хорд;
- метод половинного деления.

Пример 1.

Пусть дано трансцендентное уравнение

$$f(x) = 0. \quad (1)$$

Предположим, что это уравнение непрерывно на интервале $[a, b]$ и удовлетворяет условию $f(a) \cdot f(b) < 0$. Известно, что в таком случае данное уравнение имеет как минимум один корень на интервале $[a, b]$, и он находится по следующей формуле:

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}, \quad n = 0, 1, \dots \quad (2)$$

Если начальное значение x_0 выбирается из условия $f(x_0) \cdot f''(x_0) < 0$, то итерация (2) обязательно сходится. Последовательность продолжается до выполнения условия

$$|x_{n+1} - x_n| < \varepsilon.$$

Пример 2.

Построить алгоритм для вычисления квадратного корня из дан-

ного положительного числа a . Для решения задачи обозначим квадратный корень через x :

$$\sqrt{a} = x. \quad (3)$$

В таком случае, на основе уравнения (1), можно записать:

$$f(x) = x^2 - a. \quad (4)$$

Подставив выражение (4) в формулу (2), можно получить следующую рекуррентную формулу:

$$x_{n+1} = \frac{1}{2} \cdot \left(x_n + \frac{a}{x_n} \right). \quad (5)$$

Соответствующая этой формуле блок-схема приведена на рис. 1. Положительное малое число $\varepsilon > 0$ – это заданная точность для вычисления квадратного корня. Заметим, что в алгоритме индексы переменных не являются обязательными.

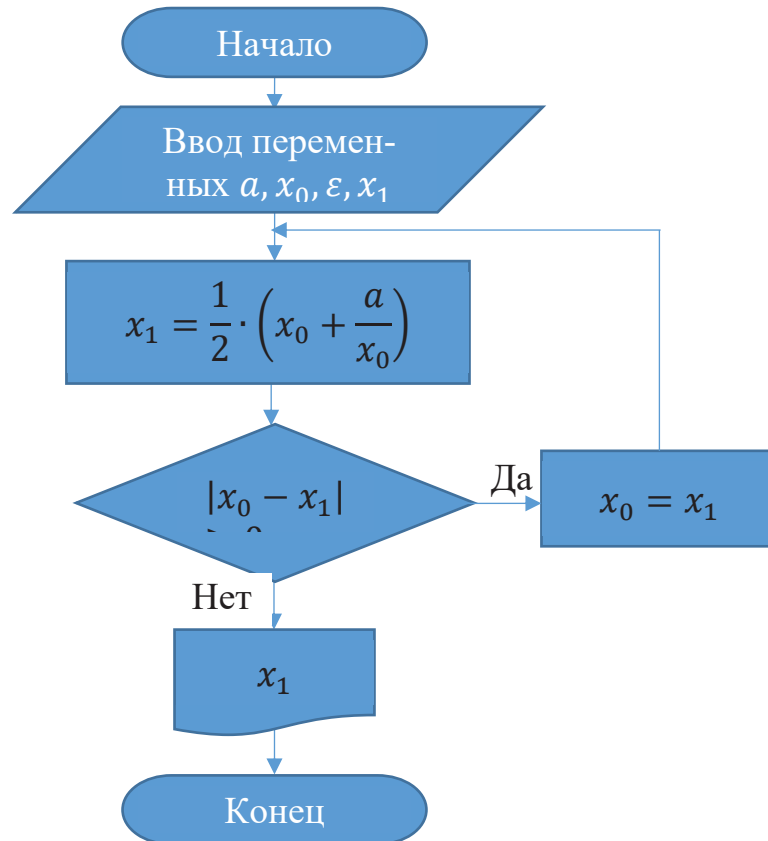


Рисунок 1 – Блок-схема извлечения квадратного корня из заданного положительного вещественного числа

Постановка задачи: Кузнецу необходимо вырезать из круглого металлического диска такой сегмент, чтобы его размеры удовлетворяли условиям $\widehat{ACB} + |AB| = 260$ см и также $|CH| = 21$ см (где $|AB| \perp |OC|$).

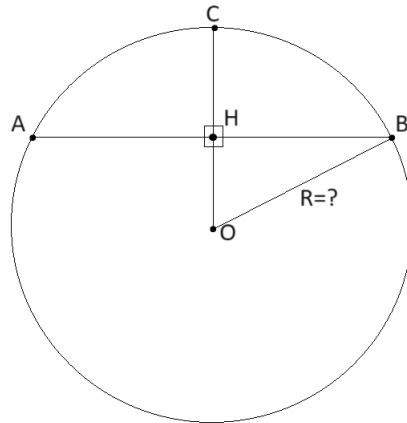


Рисунок 2

Как кузнец может вырезать из круга радиуса R сегмент с указанными выше размерами.

Для решения задачи запишем следующие формулы:

$$\widetilde{ACB} = \frac{\alpha}{360} 2\pi R;$$

$$|AB| = 2\sqrt{R^2 - (R - |CH|)^2}.$$

Программируем указанные формулы с использованием алгоритма последовательного приближения.

Алгоритм:

```
double l, r = 31.0, v = 0.1, alfa_gradus = 10, sum = 0,
eps = 1;

l = alfa_gradus * 2 * Math.PI * r/360;
v = 2 * Math.Sqrt(r * r - Math.Pow(r - 21, 2));
sum = v + l;
Console.WriteLine("r= " + r);
Console.WriteLine("alfa= " + alfa_gradus);
Console.WriteLine("l= " + l);
Console.WriteLine("v= " + v);
Console.WriteLine("sum= " + sum);
while (Math.Abs(sum - 230)>eps)
{
    r += 0.5;
    alfa_gradus += 1;
    l = alfa_gradus * 2 * Math.PI * r/360;
    v = 2 * Math.Sqrt(r * r - Math.Pow(r - 21,
2));

    sum = v + l;
    Console.WriteLine("r= " + r);
    Console.WriteLine("alfa= " + alfa_gradus);
    Console.WriteLine("l= " + l);
    Console.WriteLine("v= " + v);
    Console.WriteLine("sum= " + sum);
}
```

```

        Console.WriteLine("ayirmasi=" +
Math.Abs(sum - 230));
        Thread.Sleep(100);

    }
    Console.WriteLine("-----");
    Console.WriteLine("r= " + r);
    Console.ReadKey();

```

Результат вычислений показан на рис. 3.

```

C:\Users\user\source\repos\vatar va yoy uzunligi\vatar va yoy uzunligi\bin\Deb...
l= 119.764493271851
v= 102.469507659596
sum= 222.234000931447
ayirmasi= 7.76599906855313
r= 73.5
alfa= 95
l= 121.867615020504
v= 102.878569196893
sum= 224.746184217398
ayirmasi= 5.25381578260246
r= 74
alfa= 96
l= 123.988190061677
v= 103.286010669403
sum= 227.27420073108
ayirmasi= 2.72579926891996
r= 74.5
alfa= 97
l= 126.12621839537
v= 103.691851174526
sum= 229.818069569896
ayirmasi= 0.181930430104018
-----
r= 74.5

```

Рисунок 3 – Результат определения радиуса круга

ЛИТЕРАТУРА

1. Jabborov A. Recording Ecg Signals With Ad8232 Processor Module // Sci. Herit. – Vol. 1, no. 55. – 2020. – pp. 3–6.
2. D.C. Wynn and C.M. Eckert. Perspectives on iteration in design and development // Res. Eng. Des. – Vol. 28, no. 2. – 2017. – doi: 10.1007/s00163-016-0226-3.
- 3 P. Mujumdar and J.U. Maheswari. Design iteration in construction projects – Review and directions // Alexandria Eng. J. – Vol. 57, no. 1. – 2018. – doi: 10.1016/j.aej.2016.12.004.
4. E. McPherson. Witnessing: iteration and social change // AI and Society. – Vol. 38, no. 5. – 2023. – doi: 10.1007/s00146-022-01508-w.