

Секция
**ФИЗИКО-
МАТЕМАТИЧЕСКИЕ
НАУКИ**

УДК 537.87, 535.5

**ГЕНЕРАЦИЯ СУММАРНОЙ ЧАСТОТЫ
В ПОВЕРХНОСТНОМ СЛОЕ СФЕРОИДАЛЬНОЙ ЧАСТИЦЫ
В ПРИБЛИЖЕНИИ ВЕНТЦЕЛЯ–КРАМЕРСА–БРИЛЛЮЭНА**

Головин Е. Д., Шамына А. А., Катшай В. Н.

ГГУ имени Ф. Скорины, Гомель

Введение. Генерация суммарной частоты (ГСЧ) – нелинейное оптическое явление, при котором в ходе взаимодействия двух волн с оптически нелинейной средой возникает новая волна. При этом частота генерируемого излучения равна сумме частот падающих электромагнитных волн. Данный процесс можно наблюдать не только в кристаллах, но и в тонком оптически нелинейном слое на поверхности наноразмерных диэлектрических частиц. Для описания суммарной частоты можно использовать модели Рэля-Ганса-Дебая (РГД) и Вентцеля-Крамерса-Бриллюэна (ВКБ). Различия этих моделей заключаются в следующем: в модели ВКБ учитывается разница в показателях преломления частицы и окружающей её среды. В настоящей работе получены выражения, описывающие генерируемое поле суммарной частоты в поверхностном слое сфероидальной частицы в рамках модели ВКБ, и проведено сравнение результатов с выражениями, полученными в приближении на основе модели РГД.

Постановка задачи. Поместим начало декартовой системы координат в центр сфероидальной частицы, совместив её ось симметрии с осью Oz . Обозначим полуось эллипсоида, расположенную вдоль оси симметрии частицы, символом a_z , а перпендикулярную ей полуось – символом a_x . Введём параметр $\rho = a_z / a_x$, описывающий форму эллипсоида. Частица покрыта тонким оптически нелинейным слоем толщиной d_0 ($d_0 \ll a_x, d_0 \ll a_z$).

Пусть на такую частицу падают две плоские электромагнитные волны под углами θ_1 и θ_2 к оси Oz с циклическими частотами ω_1 и ω_2 и волновыми векторами $\mathbf{k}^{(1)}$ и $\mathbf{k}^{(2)}$ соответственно. Модули волновых векторов обозначим символами k_1 и k_2 . Введём величины η_1 и η_2 для обозначения отношения показателя преломления частицы к показателю преломления окружающей её среды на частотах ω_1 и ω_2 соответственно. В этом случае поверхностном слое генерируется новая волна с суммарной частотой ω_{12} и волновым вектором $\mathbf{k}^{(12)}(\mathbf{x})$, зависящим от направления наблюдения. Далее для удобства этот вектор будем обозначать символом $\mathbf{k}^{(12)}$. Его модуль обозначим символом k_{12} , а соответствующее отношение показателей преломления – η_{12} . Получим на основе приближения ВКБ выражения для вектора напряжённости электрического поля генерируемого излучения.

Фазы падающей и генерируемой волн. Для расчёта генерируемого поля необходимо знать фазу падающих и генерируемой волн в произвольной точке на поверхности частицы. Поскольку выражения для падающих волн аналогичны, запишем их один раз, обозначая номер волны индексом j ($j = 1, 2$). Рассмотрим произвольный луч, лежащий в плоскости, параллельной плоскости xOz , и пересекающий частицу в точках A и B (рисунок 1,а). Пользуясь приближением ВКБ, пренебрежём преломлением электромагнитных волн на границах раздела сред [1]. Фазы в точках A и B равны $\varphi_A^{(j)}(\mathbf{x}'_A) = \mathbf{k}^{(j)} \mathbf{x}'_A$ и $\varphi_B^{(j)}(\mathbf{x}'_B) = \mathbf{k}^{(j)} \mathbf{x}'_B + \Delta\varphi^{(j)}$ соответственно. Здесь $\Delta\varphi^{(j)}$ – дополнительный фазовый сдвиг, обусловленный прохождением волной участка AB внутри частицы с показателем преломления, отличным от показателя преломления окружающей среды. Выражения для сдвига фаз можно записать в виде:

$$\Delta\varphi^{(j)}(\mathbf{x}'_B) = (\eta_j - 1)k_j L_j(\mathbf{x}'_B), \quad (1)$$

где $L_j(\mathbf{x}'_B)$ – длина отрезка AB внутри частицы, определяемая из системы канонических уравнений прямой, с направляющим вектором $\mathbf{k}^{(j)}$, и сфероида.

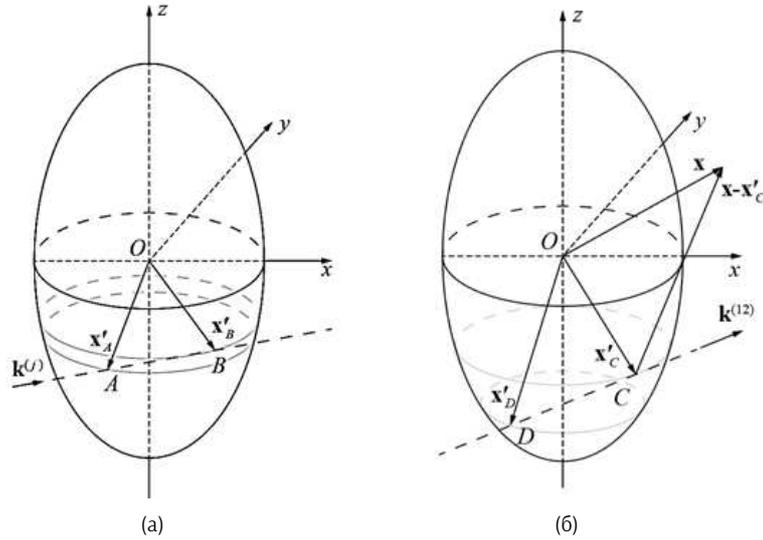


Рисунок 1 – Схемы распространения волн через объём сфероидальной частицы: а – схема для падающей волны; б – схема для генерируемой волны

Обобщённое выражение для фазы падающей волны имеет вид:

$$\varphi^{(j)}(\mathbf{x}') = \mathbf{k}^{(j)} \mathbf{x}' + p_j(\mathbf{x}')(\eta_j - 1)k_j L_j(\mathbf{x}'), \quad (2)$$

где $p_j(\mathbf{x}')$ – коэффициент, который принимает значение 0, если фаза определяется в точке A , и 1, если фаза определяется в точке B рассматриваемой линии распространения волны.

Фаза генерируемой волны, приходящей к удалённому наблюдателю, определяется аналогично. Рассмотрим произвольный луч генерируемой волны (рисунок 1,б). Фаза волны, пришедшей из точки C к наблюдателю, равна $\varphi_C^{(12)}(\mathbf{x}, \mathbf{x}'_C) = k_{12} |\mathbf{x} - \mathbf{x}'_C|$, из точки D – $\varphi_D^{(12)}(\mathbf{x}, \mathbf{x}'_D) = k_{12} |\mathbf{x} - \mathbf{x}'_D| + \Delta\varphi^{(12)}$. Здесь \mathbf{x} – вектор, определяющий положение наблюдателя относительно начала координат, а векторами \mathbf{x}'_C и \mathbf{x}'_D определено положение элементов поверхности частицы (точек C и D соответственно) относительно начала координат. Фазовый сдвиг для генерируемого излучения в точке D можно записать в виде:

$$\Delta\varphi^{(12)}(\mathbf{x}'_D) = (\eta_{12} - 1)k_{12} L_{12}(\mathbf{x}'_D), \quad (3)$$

С учётом приближения дальней зоны [2] обобщённое выражение для фазы генерируемой волны в точке x принимает вид:

$$\varphi^{(12)}(\mathbf{x}, \mathbf{x}') = k_{12} |\mathbf{x}| - \mathbf{k}^{(12)} \mathbf{x}' + p_{12}(\mathbf{x}, \mathbf{x}')(\eta_{12} - 1)k_{12}L_{12}(\mathbf{x}'), \quad (4)$$

где $p_{12}(\mathbf{x}, \mathbf{x}')$ – коэффициент, который принимает значение 0, если фаза определяется в точке C , и 1, если фаза определяется в точке D . Волновой вектор генерируемой волны можно выразить через радиус вектор: $\mathbf{k}^{(12)} = k_{12} \mathbf{e}_r$.

Выражение для вектора напряжённости поля суммарной частоты. Векторы напряжённости полей падающих волн с учётом фазы (2) записываются в виде:

$$\mathbf{E}^{(j)}(\mathbf{x}') = \frac{2}{\eta_j + 1} \mathbf{e}^{(j)} E_j \exp\left(ik^{(j)}\mathbf{x}' + ip_j(\mathbf{x}')(\eta_j - 1)k_j L_j(\mathbf{x}')\right), \quad (5)$$

где $\mathbf{e}^{(j)}$ – вектор поляризации падающих волн, E_j – амплитуда напряжённости. Для удобства в (5) опущена временная часть.

В дипольном приближении генерируемое излучение обусловлено нелинейной поляризацией [3]. Используя (4) и (5), можно получить выражение для компонент вектора напряжённости электрического поля суммарной частоты:

$$E_i^{(12)}(\mathbf{x}) = \mu_{12} \frac{(\omega_{12})^2}{c^2} \frac{\exp(ik_{12}r)}{r} E_1 E_2 d_0 (\delta_{im} - e_{r,i} e_{r,m}) \mathbf{X}_{mjk}^{(12)} e_j^{(1)} e_k^{(2)}, \quad (6)$$

где $\mathbf{X}_{mjk}^{(12)}$ – эффективная восприимчивость:

$$\mathbf{X}_{mjk}^{(12)} = \left(\frac{2}{\eta_1 + 1} \right) \left(\frac{2}{\eta_2 + 1} \right) \int_S \chi_{mjk}^{(2)} \exp[i\mathbf{q}\mathbf{x}' + ip_{12}(\mathbf{x}, \mathbf{x}')(\eta_{12} - 1)k_{12}L_{12}(\mathbf{x}, \mathbf{x}')] \times \\ \times \exp[ip_1(\mathbf{x}')(\eta_1 - 1)k_1 L_1(\mathbf{x}') + ip_2(\mathbf{x}')(\eta_2 - 1)k_2 L_2(\mathbf{x}')] dS_{\mathbf{x}'}. \quad (7)$$

Здесь – тензор нелинейной диэлектрической восприимчивости второго порядка [4]:

$$\chi_{mjk}^{(2)} = \chi_1^{(2)} n_m n_j n_k + \chi_2^{(2)} n_m \delta_{jk} + \chi_3^{(2)} n_j \delta_{km} + \chi_4^{(2)} n_k \delta_{mj} + \\ + \chi_5^{(2)} n_l n_m \varepsilon_{ljk} + \chi_6^{(2)} n_l n_k \varepsilon_{mjl} + \chi_7^{(2)} n_l n_j \varepsilon_{m lk}, \quad (8)$$

Для анализа плотности мощности генерируемого излучения введём величину $s^{(12)}(\theta, \varphi)$, пропорциональную модулю вектора Умова-Пойтинга:

$$s^{(12)}(\theta, \varphi) = |(1 - \mathbf{e}_r \otimes \mathbf{e}_r) \mathbf{f}^{(12)}(\theta, \varphi)|^2, \quad (9)$$

$$\mathbf{f}_i^{(12)} = \mathbf{X}_{ijk}^{(12)} e_j^{(1)} e_k^{(2)}. \quad (10)$$

В выражении (10) выполняется суммирование по повторяющимся индексам.

Графический анализ и сравнение моделей. Для визуального сравнения нами на рисунке 2 построены трёхмерные диаграммы направленности для плотности мощности генерируемого излучения, рассчитанные на основе моделей ВКБ (непрозрачная поверхность) и РГД (полупрозрачная поверхность). Параметры моделирования: $\rho = 2$, $\theta = 0,5$, $\eta_1 = 1,3$, $\eta_2 = 1,3$, $\eta_{12} = 1,3$. Здесь θ – угол раскрытия (угол между векторами падающих волн). На рисунке а представлены графики для ненулевых значений некиральных компонент тензора нелинейной диэлектрической восприимчивости ($\chi_2^{(2)} \neq 0$, $\chi_{1,3-7}^{(2)} = 0$), на рисунке б – для ненулевых киральных ($\chi_5^{(2)} = \chi_6^{(2)} = \chi_7^{(2)} \neq 0$, $\chi_{1-4}^{(2)} = 0$).

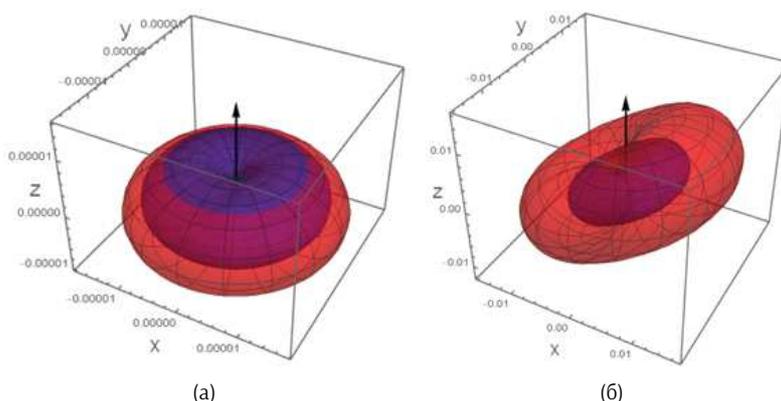


Рисунок 2 – Диаграммы направленности излучения суммарной частоты, генерируемого в оптически нелинейном слое сферической частицы, рассчитанные на основе моделей РГД и ВКБ

Диаграммы направленности, соответствующие обеим моделям, имеют схожую форму. Различие заключается в величине максимальной плотности мощности: для модели ВКБ она оказывается меньше, чем для РГД, причём для киральных составляющих тензора диэлектрической восприимчивости – существенно. Это расхождение объясняется влиянием разницы показателей преломления частицы и среды на результат интерференции генерируемых волн в приближении ВКБ.

Заключение. В работе представлены результаты моделирования генерации суммарной частоты в поверхностном оптически нелинейном слое диэлектрической сфероидальной частицы с использованием модели ВКБ. Произведено сравнение с результатами, полученными в рамках модели РГД, которое показало сходство формы диаграмм направленности генерируемого излучения для обеих моделей при различии максимальных значений плотности мощности излучения суммарной частоты. Полученные результаты согласуются с выводами аналогичных исследований для частиц сферической формы [5].

Список использованных источников

1. Size dependence of second-harmonic generation at the surface of microspheres / S. Viarbitskaya [et al.] // Physical Review A. – 2010. – Vol. 81, № 5. – P. 053850.
2. Шамына, А. А. Генерация суммарной частоты от тонкого сферического слоя. I. Аналитическое решение / А. А. Шамына, В. Н. Капшай // Оптика и спектроскопия. – 2018. – Т. 124, № 6. – С. 795–803.
3. Капшай, В. Н. Генерация суммарной частоты от тонкого сферического слоя. II. Анализ решения / В. Н. Капшай, А. А. Шамына // Оптика и спектроскопия. – 2018. – Т. 125, № 1. – С. 71–78.
4. Шамына, А. А. Генерация суммарной частоты от тонкого цилиндрического слоя / А. А. Шамына, В. Н. Капшай // Оптика и спектроскопия. – 2018. – Т. 124, № 1. – С. 105–121.
5. Капшай, В.Н. Генерация волн суммарной частоты в поверхностном слое сферической частицы / В. Н. Капшай, Е. Д. Головин, А. А. Шамына // Проблемы физики, математики и техники. Сер.: Физика. – 2022. – № 3 (52). – С. 22–27.

УДК 536.7:621.311

ОЦЕНКА ЭФФЕКТИВНОСТИ ВОЗДУШНО-АККУМУЛИРУЮЩИХ СТАНЦИЙ

Стефаненко Н. В.

УО «Национальный детский технопарк»

Введение. Ввод Белорусской АЭС, как источника базовой, но низкоманевренной генерации, создал в энергосистеме страны системную потребность в развитии маневренных мощностей и систем аккумулирования электроэнергии. Это необходимо для компенсации суточной неравномерности нагрузок и обеспечения надёжности. Данная задача соответствует государственным приоритетам в области энергоэффективности и устойчивости, закреплённым в Директиве № 3 и Комплексном плане развития электроэнергетики до 2030 года [1, 2]. Потребность в аккумулировании может значительно возрасти в случае ввода третьего блока на Белорусской АЭС [3].