

А.М. Волк, доц., канд. техн. наук;  
С.В. Янович, ст. преп. (БГТУ, г. Минск);  
А.И. Вилькоцкий, доц., канд. техн. наук, вед. инженер  
(НИИСМ, г. Минск)

## ИССЛЕДОВАНИЕ ПРОЦЕССА НЕПРЕРЫВНОГО ЦЕНТРОБЕЖНОГО ФИЛЬТРОВАНИЯ СУСПЕНЗИИ

Сахарное производство является одной из отраслей аграрно-промышленного комплекса Беларуси, обладающая значительным экспортным потенциалом. В 2025 году в Беларуси выращено более 5 млн тон сахарной свеклы произведено около 700 тысяч тон сахара белого кристаллического.

Внутренний рынок потребляет 360 тысяч тон сахара. Население ежегодно потребляет порядка 145 тысяч тон. Экспортный потенциал составляет более 300 тысяч тон. Продукция пользуется спросом в России, странах ближнего и дальнего зарубежья, в странах Африки.

Важной составляющей технологической схемы сахарного производства является операция разделения кристаллов сахара и межкристального раствора. Чтобы получить кристаллический сахар, твердую фазу отделяют от жидкой гидромеханическим способом – на центрифугах. Этот процесс называют *центрифугированием* или *центробежным фильтрованием*.

На многих сахарных заводах применяются автоматизированные фильтрующие центрифуги периодического действия с программным управлением и механической выгрузкой сахара.

Цикличность работы, большие нагрузки по току в момент пуска, сложность конструкции систем управления, значительный расход рабочей силы при эксплуатации и ремонте центрифуг и ряд других недостатков свидетельствуют о том, что такие центрифуги не решают проблему полной механизации и автоматизации процесса центрифугирования и не могут полностью соответствовать требованиям современного производства.

Необходимость повышения производительности сахарного производства и возможности автоматизации производственных процессов привела к разработке фильтрующих центрифуг непрерывного действия.

В связи с этим возникла необходимость теоретических исследований динамики движения продуктов в роторе, поиску конструктивных решений и установлению зависимости производительности от геометрических и режимных параметров фильтрующих центрифуг.

При исследовании кинетике осадка исследователями за основу расчета взята материальная точка, что не совсем корректно [1].

Процесс обезвоживания в центрифугах зависит от многих факторов: концентрации твердого вещества, плотности разделяемых фаз, гидродинамических свойств, геометрических параметров, времени нахождения суспензии в рабочей камере аппарата.

Проницаемый конический ротор является основным элементом такого типа центрифуг (рис.)

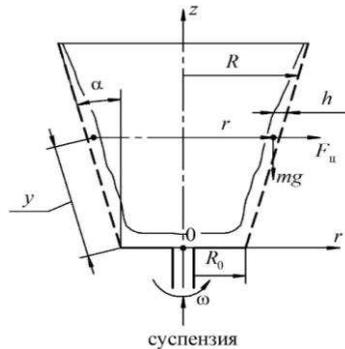


Рисунок – Схема течения суспензии

Процесс обезвоживания суспензии зависит от геометрических параметров ротора, режимов его движения, физических и реологических свойств суспензии, режимов пленочного движения.

В работе [2] рассмотрено стационарное осесимметричное ламинарное движение пленки вязкой жидкости по внутренней стенке вертикального конуса, вращающегося с постоянной угловой скоростью  $\omega$ . Ось  $z$  цилиндрической системы координат направлена вверх по оси конуса (рис.). При малых углах  $\alpha$  наклона образующей конуса к его оси элементарные участки поверхности рассматриваем как цилиндры. При заданном расходе  $Q$  жидкости рассчитан ее удельный расход на

единицу периметра конуса  $q = \frac{Q}{2\pi R}$  и получена величина для толщины

пленки жидкости:

$$h = \sqrt[3]{\frac{6qv}{\omega^2 R \sin \alpha - g \cos \alpha}}. \quad (1)$$

Восходящее течение пленки по конической поверхности будет наблюдаться при выполнении условия:  $\omega^2 R \sin \alpha - g \cos \alpha > 0$ .

Отсюда получаем соотношение:  $\frac{\omega^2 R}{g} > \text{ctg} \alpha$ .

Суспензию будем рассматривать как жидкость с эффективной вязкостью  $\mu$ , зависящей от вязкости несущей среды  $\mu_0$  и объемной концентрации  $c$  частиц твердой фазы.

Для определения эффективной вязкости мало концентрированных суспензий [3] используется формула Эйнштейна:

$$\mu = \mu_0 \left( 1 + \frac{5}{2} c \right), \quad (2)$$

а для концентрации  $c \leq 0,25$  применяется простая формула:

$$\mu = \mu_0 (1 - 2,5c)^{-1}. \quad (3)$$

Изменение объемного расхода суспензии по длине проницаемого конуса определяется локальной скоростью оттока жидкой фазы:

$$\frac{dq}{dy} = -U_0 \quad (U_0 > 0). \quad (4)$$

Скорость оттока жидкости через проницаемый элемент определяется по закону Дарси [4], зависит от перепада давления на стенке, сопротивлений фильтровальной перегородки и образованного осадка:

$$U_0 = \gamma \frac{\Delta P}{\mu(R_{ф.л.} + R_{ос})}. \quad (5)$$

Перепад давления обусловлен нормальными проекциями на коническую поверхность центробежной силы и силы тяжести:

$$\Delta P = \rho h (\omega^2 R \cos \alpha + g \sin \alpha) dy. \quad (6)$$

Идельчиком [5] при обработке экспериментальных данных получена формула зависимости коэффициента расхода  $\gamma$  от относительной площади  $\bar{f}$  отверстий:

$$\gamma^{-2} = \left( 0,707 \sqrt{1 - \bar{f}} + 1 + \bar{f} \right)^2 / \bar{f}^2. \quad (7)$$

Для расчета задается фиксированный шаг изменения длины  $dl$  и на каждом шаге учтем изменение количества жидкости. Из уравнения материального баланса для твердой фазы

$$(c + dc)(q + dq) = cq,$$

ограничившись дифференциалами первого порядка, находим уравнение для изменения концентрации суспензии:

$$\frac{dc}{dy} = -\frac{c}{q} \frac{dq}{dy} = \frac{cU_0}{q}. \quad (8)$$

Концентрация определяет плотность суспензии:

$$\rho = \rho_T c + \rho_{Ж}(1 - c). \quad (9)$$

Полученная математическая модель пленочного обезвоживания суспензии на внутренней поверхности пронизываемого вращающегося конуса позволяет рассчитать режимы движения и другие гидродинамические характеристики в зависимости от геометрических параметров конуса, его частоты вращения и нагрузок по суспензии с учетом ее физических и реологических свойств.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Чудаков Г. М., Иванов М. Г. Разработка фильтрующих центрифуг // Вестник БГТУ. – 2015.– № 5. – С. 244-269.
2. Волк А. М., Марков В. А., Лютаревич И. А. Пленочное движение вязкой жидкости по внутренней поверхности вращающегося конуса // Труды БГТУ. Серия VI Физико-математические науки и информатика. – Минск, 2005. – Вып. XIII. – С. 35–38.
3. Бувевич Ю. А., Марков В. Г. Континуальная механика монодисперсных суспензий. Реологические уравнения состояния для суспензий умеренной концентрации // Приклад. математика и механика. – 1973. – Т. 37. – Вып. 6. – С. 1059–1077.
4. Гельперин Н. И. Основные процессы и аппараты химической технологии: В 2 кн. – М.: Химия, 1981. – 812 с. – Серия «Процессы и аппараты химической и нефтехимической технологии».
5. Идельчик И. Е. Справочник по гидравлическим сопротивлениям. – М.: Машиностроение, 1975. – 560 .

УДК 517.948

С.В. Пономарева, доц., канд. физ.-мат. наук (ГП «Стравита», г. Минск);  
О.Н. Пыжкова, зав. кафедрой, канд. физ.-мат. наук (БГТУ, г. Минск)

#### **О ДРОБНЫХ ПРОИЗВОДНЫХ ПОЧТИ ПЕРИОДИЧЕСКИХ ФУНКЦИЙ ОГРАНИЧЕННОЙ Р-ВАРИАЦИИ**

Исследуются возможности дробного дифференцирования по Вейлю почти периодических функций ограниченной  $p$ -вариации. Такой класс функций активно исследуется в последнее время в контексте аномальной диффузии, вязкоупругих материалов, управляемых систем с памятью и квазикристаллических сред.