УДК 004.93

М.А. Гарабажиу, маг.;
Д.М. Романенко, зав. кафедрой ИиВД
(БГТУ, г. Минск)

АЛГОРИТМЫ ИДЕНТИФИКАЦИИ ИЗОБРАЖЕНИЙ, ПОСТРОЕННЫХ НА ОСНОВЕ ПОЛИНОМОВ ВЫСОКИХ ПОРЯДКОВ

Идентификация штриховых изображений относится к задачам анализа структурированных графических объектов, характеризующихся регулярной штриховой структурой, высокочастотной топологией и наличием малых геометрических искажений. Прямое сравнение пиксельных представлений чувствительно к повороту, масштабированию, изменению яркости и локальным дефектам, что снижает надёжность идентификации. В связи с этим формирование признакового описания целесообразно осуществлять на основе разложения изображения по ортогональному полиномиальному базису [1], обеспечивающему компактное и устойчивое представление структуры.

В общем виде изображение рассматривается как дискретная функция интенсивности $f(x, y)$, заданная на конечной области определения, и аппроксимируется конечным рядом:

$$f(x,y) \approx \sum_{p=0}^{N} \sum_{q=0}^{N-p} M_{pq} \phi_{pq}(x,y),$$

где ϕ_{pq}(x, y) – базисные функции выбранного полиномиального семейства; Mpq – коэффициенты разложения (моменты); N – максимальный порядок разложения.

Совокупность коэффициентов {Mpq} формирует вектор признаков, используемый при идентификации. Свойства алгоритма определяются ортогональностью базиса, его инвариантными характеристиками и численной устойчивостью при увеличении порядка.

Классическим вариантом являются геометрические моменты

$$m_{pq} = \sum_{x} \sum_{y} x^p y^q f(x,y) .$$

Они описывают распределение интенсивности относительно начала координат. Для устранения зависимости от переноса вычисляется центр масс:

$$\bar{x} = \frac{m_{10}}{m_{00}}, \quad \bar{y} = \frac{m_{01}}{m_{00}}$$

после чего вводятся центральные моменты:

$$\mu_{pq} = \sum_x \sum_y (x - \bar{x})^p (y - \bar{y})^q f(x, y).$$

Центрирование координат обеспечивает инвариантность к сдвигу [1]. Однако степенной базис не является ортогональным, что приводит к корреляции коэффициентов и росту вычислительных погрешностей при больших порядках. Это ограничивает применение геометрических моментов при анализе тонких штриховых структур и малых деформаций.

Устранение указанных недостатков достигается использованием ортогональных полиномиальных систем. Одним из наиболее распространённых непрерывных семейств являются моменты Цернике, определяемые на единичном x2 + y2 ≤ 1 [1]:

$$Z_{nm} = \frac{n+1}{\pi} \iint_{x^2+y^2 \le 1}^{2} f(x, y) V_{nm}^{*}(x, y),$$

где базисная функция в полярных координатах имеет вид:

$$V_{nm}(r, \theta) = R_{nm}(r) e^{jm\theta}.$$

Ортогональность функций Vnm обеспечивает взаимную независимость коэффициентов Znm. Абсолютные значения |Znm| не зависят от угла поворота изображения, что позволяет использовать их в качестве вращательно-инвариантных признаков. Повышение порядка n увеличивает чувствительность к мелким элементам контура и штриховой структуры. Применение ускоренных алгоритмов вычисления, основанных на преобразованиях Фурье и параллельной обработке [2], делает возможным использование высоких порядков в практических системах.

Развитием данного подхода являются псевдо-Цернике моменты [3]:

$$PZ_{nm} = \frac{n+1}{\pi} \iint f(x, y) R_{nm}(r) e^{-jm\theta} \mathrm{d}x\mathrm{d}y.$$

Модификация радиального полинома позволяет получить больше независимых коэффициентов при фиксированном максимальном порядке. Это расширяет информативность признакового пространства и повышает устойчивость к шумовым искажениям и геометрическим отклонениям, обусловленным технологическими факторами формирования и цифровой регистрации защитных элементов.

Для изображений, заданных в прямоугольной области, применяются моменты Лежандра:

$$L_{pq} = \frac{(2p+1)(2q+1)}{4} \sum_x \sum_y P_p(x) P_q(y) f(x, y),$$

где полиномы Лежандра удовлетворяют рекуррентному соотношению:

$$P_{n+1}(x) = \frac{2n+1}{n+1} x P_n(x) - \frac{n}{n+1} P_{n-1}(x).$$

Ортогональность на интервале [–1, 1] уменьшает взаимную зависимость коэффициентов, а нормализация координат обеспечивает инвариантность к масштабу и переносу.

При анализе изображений, представленных в цифровой форме, целесообразно использование дискретных ортогональных моментов, поскольку они формулируются непосредственно на конечной сетке и не требуют аппроксимации интегралов [4]. Это обеспечивает согласованность математической модели с дискретной природой данных и уменьшает накопление вычислительных ошибок.

Моменты Чебышёва определяются выражением:

$$T_{pq} = \sum_x \sum_y t_p(x) t_q(y) f(x, y),$$

где tp(x) – дискретные ортогональные полиномы Чебышёва [1].

Выполнение вычислений полностью в дискретной области повышает численную устойчивость при больших порядках разложения.

К данному классу относятся также моменты Кравчука:

$$K_{pq} = \sum_x \sum_y K_p(x; p, N) K_q(y; p, N) f(x, y).$$

Параметр p задаёт форму весового распределения и определяет пространственную локализацию анализа. Возможность регулирования этого параметра позволяет акцентировать внимание на заданных участках изображения и эффективно выявлять локальные дефекты штриховой структуры.

Сравнительная таблица методов:

Метод	Базис	Инвариантность	Численная устойчивость	Применение
Геометрические и центральные моменты	Степенные функции	Перенос	Низкая	Базовое распознавание
Zernike Moments	Ортогональные полиномы на круге	Поворот	Средняя	Контурный анализ
Pseudo-Zernike Moments	Модифицированные ортогональные полиномы	Поворот	Повышенная	Защитные и графические структуры
Legendre Moments	Ортогональные полиномы прямоугольной области	После нормализации	Средняя	Общая форма

Метод	Базис	Инвариантность	Численная устойчивость	Применение
Tchebichef Moments	Дискретные ортогональные полиномы	После нормализации	Высокая	Цифровая обработка
Krawtchouk Moments	Дискретные ортогональные полиномы	После нормализации	Средняя	Локальные признаки

Сопоставление различных семейств моментов показывает, что переход от степенного базиса к ортогональным полиномиальным системам уменьшает корреляцию коэффициентов и повышает устойчивость вычислений.

Непрерывные семейства (Цернике, псевдо-Цернике) естественным образом обеспечивают вращательную инвариантность и эффективны при анализе глобальных контурных характеристик.

Дискретные семейства (Чебышёва, Кравчука) характеризуются высокой численной стабильностью при цифровой реализации и позволяют учитывать локальные особенности изображения без перехода к непрерывной аппроксимации.

Использование полиномов высоких порядков позволяет формировать информативные и устойчивые признаки штриховых защитных изображений. На этой основе реализуются эффективные методы и алгоритмы их распознавания и выявления дефектов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Qi S., Zhang Y., Wang C., Zhou J., Cao X. A Survey of Orthogonal Moments for Image Representation: Theory, Implementation, and Evaluation // arXiv preprint arXiv:2103.14799. – 2021. – 43 p.

2. Al-Rawi M. Ultra-Fast Zernike Moments using FFT and GPU // arXiv preprint arXiv:2304.14492. – 2023. – 17 p.

3. Gishkori S., Mulgrew B. Pseudo-Zernike Moments Based Sparse Representations for SAR Image Classification // arXiv preprint arXiv:1710.09175. – 2017. – 8 p.

4. Di Ruberto C., Loddo A., Putzu L. Fast and Accurate Computation of Orthogonal Moments for Image Representation // arXiv preprint arXiv:1803.00638. – 2018. – 21 p.